

LP03

Mouvement d'un solide autour d'un axe fixe. Équilibrage statique et dynamique. Exemples.

Correcteurs : Sébastien Paulin¹ et Etienne Thibierge²

Leçon présentée le vendredi 25 janvier 2013

Extraits des rapports du jury

Je vous rappelle que le préambule des rapports de l'épreuve de leçon présente les attentes et exigences du jury. Je vous encourage vivement à le lire.

2010 : Les effets indésirables d'un mauvais équilibrage ne se limitent pas à une simple usure des paliers. Les notions d'axes principaux d'inertie et de matrice d'inertie permettent de traiter efficacement cette leçon.

2002, 2003 : L'intérêt des équilibrages statique et dynamique ne doit pas se résumer à une suite de calculs indigestes. Il faut dégager l'idée physique qu'on peut amener en raisonnant dans le référentiel en rotation et en présentant l'effet des forces d'inertie sur un solide de forme la plus élémentaire possible. Cette leçon doit être illustrée expérimentalement.

2001 : Si plusieurs référentiels sont utilisés, il convient de les distinguer parfaitement. Il faut dégager les points communs et les différences entre les effets des déséquilibres statique et dynamique. Les méthodes pratiques utilisées pour réaliser l'équilibrage peuvent être évoquées. Il est bon de présenter les équilibrages de façon qualitative sur des exemples simples.

1999 : La modélisation des liaisons pour un solide tournant autour d'un axe doit être expliquée.

Commentaires généraux

La leçon présentée était de bonne qualité scientifique, intéressante et assez bien présentée. Cependant, elle était un peu courte, de cinq bonnes minutes, alors que certains aspects intéressants voire importants n'ont pas été suffisamment traités. Les prérequis sont bien ciblés, mais gagneraient à être explicités, cf. paragraphe I.C.

La présentation était agréable. Cependant, il faut veiller à éliminer du discours les expressions trop familières, acceptables lors d'une discussion informelle mais pas devant le jury d'agreg. L'utilisation du tableau était parfois insuffisante : toutes les définitions, toutes les hypothèses, doivent apparaître par écrit. Beaucoup de transparents ont été présentés, parfois trop chargés ou avec des définitions de peu d'intérêt. Certains auraient gagné à être remplacés par des images (jolies) de la banque de données.

Il faut être particulièrement rigoureux et soigneux sur les référentiels et repères. Un référentiel est le cadre d'étude du mouvement, « ce par rapport à quoi ça bouge ». C'est une notion d'ordre physique. Un repère est l'outil géométrique utilisé pour décrire le mouvement. C'est une notion d'ordre technique. En particulier, le moment cinétique se calcule en un point (qu'il faut préciser) et dans un référentiel (qu'il faut aussi préciser). On peut ensuite écrire ses composantes dans un repère (qu'il faut encore et toujours préciser), lié ou non au référentiel dans lequel on l'a calculé.

Un point qui n'a pas été assez apparent à mon sens est le caractère *a priori* inconnu des actions de contacts, et la nécessité de les modéliser partiellement pour pouvoir résoudre le problème. Il faut à un moment dans la leçon faire un décompte explicite d'équations et d'inconnues, pour motiver la nécessité d'introduire le modèle de la liaison pivot parfaite ou un couple moteur connu.

Enfin, je pense qu'il a manqué dans cette leçon un calcul de réalisation pratique d'équilibrage sur un exemple. On peut par exemple calculer la position des masses à ajouter sur une roue de voiture pour l'équilibrer. Un tel calcul est intéressant, car il permet de montrer que le problème de l'équilibrage admet en général plus de degrés de libertés que de contraintes. Il existe toujours une solution, et on peut même avoir des contraintes supplémentaires sur la position des masses.

Retour sur la leçon présentée

I) Solide en rotation

A) Liaisons pivots

L'arbre et le palier peuvent être définis oralement avec l'appui d'un transparent, en revanche la définition de la liaison pivot est essentielle et doit donc être écrite au tableau.

Tout l'aspect technologique n'a pas beaucoup d'intérêt tel que présenté. Plutôt que des définitions écrites sur un transparent, on pourra projeter une image de la banque de donnée (celle que j'ai en tête est la fig. 25.2 du Pérez).

Je pense qu'il est important de dire à ce stade que les actions de contact (qui ne se limitent pas à des forces, attention au vocabulaire) ne sont *a priori* pas connues. En revanche, la définition de la liaison parfaite pourrait être

1. sebastien.paulin@ens-lyon.fr

2. etienne.thibierge@ens-lyon.fr, <http://perso.ens-lyon.fr/etienne.thibierge>

repoussée au moment où on en a besoin, c'est à dire lors du décompte équations-inconnues.

B) Cinématique

La vitesse et l'accélération dépendent du référentiel dans lequel elles sont calculées ! Il est donc indispensable de le préciser.

On veillera à ne pas mélanger la base $(\vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_z)$, base locale dépendant du point auquel on l'exprime, de la base $(\vec{e}_{x'}, \vec{e}_{y'}, \vec{e}_{z'})$, liée au solide en rotation. C'était bien fait lors de la présentation.

C) Exemple du volant d'inertie

L'exemple choisi du KERS (Kinetic Energy Recovery System) en Formule 1 est original et moderne, et a été très apprécié. Vous trouverez quelques détails sur Wikipédia.

Le seul point qui pose question est l'utilisation du moment d'inertie par rapport à un axe, alors que la matrice d'inertie n'a pas encore été introduite. Je crois qu'il faut vraiment préciser dès le début de la leçon qu'il est inclus dans vos prérequis de mécanique CPGE.

Un peu de temps a été perdu à écrire des valeurs numériques au tableau, ce qui pourrait passer sur transparent.

II) Équilibrage statique

Une expérience de démonstration est indispensable. Celle présentée, utilisant un disque sur lequel on peut ajouter des masses, convient parfaitement.

A) Application du TRC

Lors de l'écriture du TRC, il est indispensable de dire dès le départ que la résultante \vec{R} des actions du palier sur l'arbre est inconnue. Cela me permet d'insister sur le fait que l'axe de rotation fait partie du système tournant : on parle bien des actions *sur l'arbre*.

Il est intéressant et important de présenter l'équilibrage statique comme le placement du centre de masse sur l'axe de rotation. Je crois qu'il est tout aussi intéressant et important de dire qu'il consiste à annuler la dépendance en θ de \vec{R} , ce qui permet de la maîtriser.

B) Exemples

Il est très important dans cette leçon à visée technique de présenter des exemples concrets. Ceux qui ont été choisis sont tout à fait pertinents et les ordres de grandeurs parlants. C'est très bien !

III) Équilibrage dynamique

A) Matrice d'inertie et conséquences

La présentation qui a été faite de cette partie ne convainc pas. Il nous semble que le problème a été pris dans le mauvais sens en présentant des calculs géométriques abstraits et génériques puis en admettant le lien au moment cinétique. Il serait très préférable de partir de l'écriture intégrale du moment cinétique ou d'une de ses composantes, et de montrer que celle-ci peut se réinterpréter comme le produit d'une matrice par le vecteur rotation, quitte à admettre l'expression de certains des éléments de la matrice.

Parmi les points à préciser, la matrice d'inertie est calculée *en un point*, et est une caractéristique du solide dépendant seulement de sa géométrie. Elle peut a priori être exprimée dans une base qui n'est pas liée au solide, bien que ça n'ait pas grand intérêt.

La notion d'axe propre d'inertie est importante. Il faut bien dégager sa signification physique, et faire le lien sur des exemples entre la diagonalisation de la matrice et les symétries matérielles du système.

L'exemple du cube (côté a , masse m) a été discuté en correction. Après vérification, sa matrice d'inertie en son centre de masse vaut bien $\frac{ma^2}{6}\mathbb{1}_3$, ce qui signifie bien que tout axe passant par le centre de masse du cube est axe propre d'inertie. Je n'ai pas d'interprétation physique simple à proposer. On peut noter qu'il n'y a pas de contradiction avec le principe de Curie : les conséquences sont plus symétriques que les causes, ce qui est permis.

B) Application du TMC

Il faut être extrêmement vigilant et précis sur les référentiels : celui de définition du moment cinétique, celui de dérivation, celui dans lequel on applique le TMC. De même il faut bien préciser le repère dans lequel on écrit les coordonnées des différents vecteurs, sous peine de confusion et d'erreurs.

Petit rappel, le TMC s'applique sous sa forme simple en un point *fixe*, sinon il faut ajouter des termes d'entraînement. Il peut donc être bon de le faire remarquer.

Là encore, il est intéressant et important de présenter l'équilibrage statique comme la promotion de l'axe de rotation en axe principal d'inertie, et il est tout aussi intéressant et important de dire qu'il consiste à annuler la dépendance en θ de \vec{M} , ce qui permet de le maîtriser. Il faut aussi expliquer que l'équilibrage statique et dynamique ne sont pas indépendants.

Il est intéressant de parler de la réalisation industrielle de l'équilibrage, et de mentionner l'existence de normes sur le balourd admissible. Cependant, donner des valeurs numériques n'évoque pas grand chose : mieux vaut les comparer entre elles, et expliquer que (comme toujours) la qualité de l'équilibrage dépend de l'utilisation qui est faite du rotor.

Conclusion

La conclusion doit récapituler les messages forts de la leçon, ce qui était correctement fait. Une ouverture est souhaitable, mais il est inutile d'aller chercher des exemples ésotériques.

Questions

Les questions servent *d'abord* à éclaircir les points peu clairs de la leçon, puis *ensuite* à tester vos connaissances plus largement. A la lecture du book, les questions semblent portent essentiellement sur les bases de mécanique des solides. Je vous laisse vous y reporter.

Un exemple de solide en rotation volontairement non équilibré est le vibreur de téléphone portable, où on recherche justement les vibrations.

Conclusion

La leçon présentée est satisfaisante et l'approche choisie cohérente. Elle peut être largement suivie, en modifiant les quelques points cités précédemment. Une autre approche, tout aussi satisfaisante et cohérente, a été pré-

sentée en 2011-2012. Vous pouvez vous y référer pour enrichir votre réflexion avec de nouvelles idées et construire votre propre leçon.

Si vous avez d'autres questions, nous restons à votre disposition par mail, en TP ou dans de futures séances de correction.