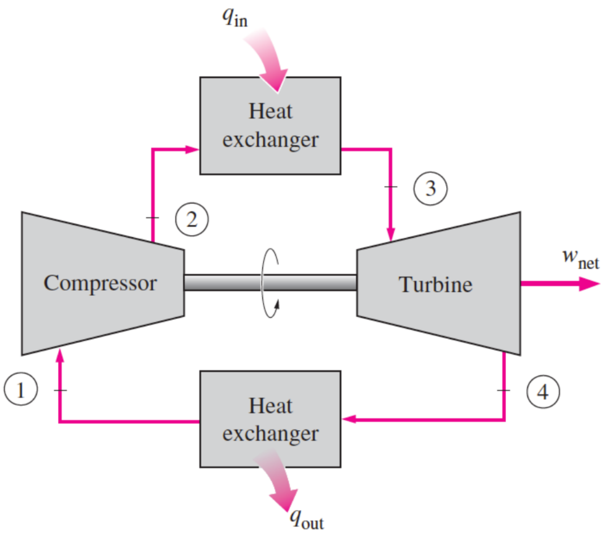
Un exercice de physique appliquée aux enjeux climatiques et énergétiques

Thermodynamique industrielle

Réacteur nucléaire refroidi à l'hélium



Les réacteurs nucléaires de quatrième génération, qui pourraient entrer en service dans les années 2030, devront être sûrs et présenter un rendement important. Une des options étudiées est le réacteur à très haute température utilisant de l'hélium comme fluide caloporteur, ce qui permettrait d'améliorer l'efficacité de la conversion énergétique et en sus de produire du dihydrogène. Dans ces installations de forte puissance, on utilise le cycle de Brayton pour extraire du travail et, en fin de compte, produire de l'électricité [1].

Le gaz circule dans l'installation dont un schéma simplifié figure ci-contre. Il échange du travail dans le compresseur et la turbine. Le travail libéré dans la turbine sert d'une part à faire fonctionner le compresseur (turbine et compresseur sont montés sur le même axe) et d'autre part à produire de l'électricité via un alternateur. Les transferts thermiques ont lieu dans deux échangeurs de chaleur.

Le gaz caloporteur est de l'hélium, assimilé à un gaz parfait monoatomique ($\gamma = 5/3$) de capacité thermique isobare $c_P = 10{,}4\,\mathrm{kJ\cdot K^{-1}\cdot kg^{-1}}$. Il suit le cycle de Brayton, constitué de deux isobares et de deux isentropiques :

- ▷ compression adiabatique réversible du point ① (300 K, 20 bar) vers le point ② (125 bar) ;
- ▷ chauffage isobare du point ② vers le point ③ (1300 K) ;
- ▷ détente adiabatique réversible du point ③ vers le point ④ où il retrouve la pression de 20 bar ;
- ▷ refroidissement isobare de ④ vers ①.

On étudie le régime stationnaire. Dans toutes les transformations, les variations d'énergie cinétique et d'énergie potentielle du fluide sont négligeables. On pose $r = P_2/P_1$.

1 - Retrouver l'équation d'une isobare puis représenter l'allure du cycle dans le diagramme entropique (T, s).

2 - Montrer que pour une transformation isentropique on a $T\,P^{-\beta} = \text{cte}$, avec $\beta > 0$ un nombre à préciser. En déduire les températures T_2 et T_4.

3 - Déterminer le travail indiqué algébrique reçu par le gaz entre ① et ② puis entre ③ et ④. En déduire le travail net w_{net} fourni à l'alternateur.

4 - Déterminer les transferts thermiques q_{in} et q_{out}.

5 - Définir le rendement du cycle et le calculer numériquement. Montrer qu'il vaut littéralement $1 - r^{-\beta}$.

6 - Exprimer w_{net} en fonction de T_1, T_3, c_P, β et r. Montrer que la valeur de r choisie permet de maximiser le travail w_{net} fourni à l'alternateur.

Éléments de correction

1 D'après l'identité thermodynamique et la loi de Joule appliquées à une transformation isobare d'un gaz parfait,

$$\mathrm{d}h \underset{\uparrow \atop \text{IT}}{=} T\,\mathrm{d}s + v \underbrace{\cancel{\mathrm{d}P}}_{\text{isobare}} \underset{\uparrow \atop \text{GP}}{=} c_P\,\mathrm{d}T \qquad \text{soit} \qquad \frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}s} - \frac{1}{c_P}T = 0\,.$$

Les solutions de cette équation différentielle sont de la forme

$$T(s) = T_0\,\mathrm{e}^{+s/c_P}\,,$$

les isobares se représentent donc sous forme de branches d'exponentielle croissantes. On en déduit l'allure du cycle représentée figure 1.

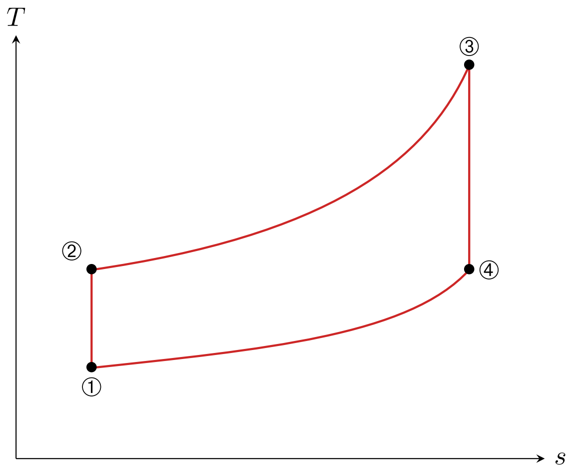


Figure 1 – Allure du cycle de Brayton en diagramme entropique.

2 D'après la loi de Laplace, au cours d'une transformation adiabatique réversible d'un gaz parfait,

$$T^\gamma\,P^{1-\gamma} = \text{cte} \qquad \text{soit} \qquad T\,P^{(1-\gamma)/\gamma} = \text{cte}'$$

ce qui s'identifie à la forme cherchée, avec

$$\beta = \frac{\gamma-1}{\gamma} = \frac{\frac{5}{3}-1}{\frac{5}{3}} = \frac{2}{5}\,.$$

En appliquant cette relation entre les points ① et ②,

$$T_1 P_1^{-\beta} = T_2 P_2^{-\beta} \qquad \text{soit} \qquad \boxed{T_2 = T_1\left(\frac{P_1}{P_2}\right)^{-\beta} = 624\,\mathrm{K}\,.}$$

De même entre les points ③ et ④,

$$\boxed{T_4 = T_3\left(\frac{P_3}{P_4}\right)^{-\beta} = T_3\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{-\beta} = 624\,\mathrm{K}\,.}$$

> *Trouver deux fois la même température doit normalement paraître très étonnant ! Cette bizarrerie vient en fait de l'optimisation du cycle discutée en dernière question de l'exercice.*

3 Appliquons le premier principe industriel entre les points ① et ② :

$$\Delta h + \cancel{\Delta e_c + \Delta e_p} = w_{12} + \underbrace{\cancel{q_{12}}}_{\text{adiab}}$$

soit en combinant avec la loi de Joule

$$\boxed{w_{12} = c_P(T_2 - T_1) = 3{,}37\cdot 10^3\,\mathrm{kJ}\cdot\mathrm{kg}^{-1}\,.}$$

De même,

$$\boxed{w_{34} = c_P(T_4 - T_3) = -7{,}02 \cdot 10^3 \,\mathrm{kJ \cdot kg^{-1}}\,.}$$

En le considérant positif (cf. sens de la flèche sur le schéma), le travail net fourni à l'alternateur vaut donc

$$\boxed{w_\text{net} = |w_{34}| - w_{12} = 3{,}65 \cdot 10^3 \,\mathrm{kJ \cdot kg^{-1}}\,.}$$

4 Appliquons le premier principe industriel entre les points ② et ③, l'échangeur ne contenant pas de pièce mobile :

$$\Delta h + \cancel{\Delta e_\text{c} + \Delta e_\text{p}} = \cancel{w_{23}} + q_\text{in}$$

et en utilisant la loi de Joule

$$\boxed{q_\text{in} = c_P(T_3 - T_2) = 7{,}02 \cdot 10^3 \,\mathrm{kJ \cdot kg^{-1}}\,.}$$

De même, en comptant q_out comme étant cédé,

$$\boxed{q_\text{out} = -c_P(T_1 - T_4) = 3{,}37 \cdot 10^3 \,\mathrm{kJ \cdot kg^{-1}}\,.}$$

> *Compte tenu de l'égalité des températures intermédiaires, il est logique de trouver aussi une égalité des échanges énergétiques ... même si cela est déstabilisant au premier abord !*

5 L'énergie utile produite au cours du cycle est $w_\text{net} > 0$, et l'énergie coûteuse $q_\text{in} > 0$. On en déduit

$$\boxed{\eta = \frac{w_\text{net}}{q_\text{in}} = 0{,}52\,.}$$

En reprenant les expressions précédentes,

$$\begin{aligned}
\eta &= \frac{c_P(T_3 - T_4) - c_P(T_2 - T_1)}{c_P(T_3 - T_2)} \\
&= \frac{T_3 + T_1 - T_4 - T_2}{T_3 - T_2} \\
&= \frac{T_3 + T_1 - T_3 r^{-\beta} - T_1 r^{\beta}}{T_3 - T_1 r^\beta} \\
&= \frac{\left(T_3 - T_1 r^\beta\right) - r^{-\beta}\left(T_3 - T_1 r^\beta\right)}{T_3 - T_1 r^\beta}
\end{aligned}$$

$$\boxed{\eta = 1 - r^{-\beta}\,.}$$

6 En reprenant les expressions précédentes,

$$w_\text{net} = c_P(T_3 - T_4) - c_P(T_2 - T_1) = c_P(T_3 + T_1 - T_4 - T_2) \qquad \text{soit} \qquad \boxed{w_\text{net} = c_P\left(T_3 + T_1 - T_3 r^{-\beta} - T_1 r^\beta\right)\,.}$$

En dérivant cette expression par rapport au taux de compression r,

$$\frac{\partial w_\text{net}}{\partial r} = c_P\left(T_3 \beta r^{-\beta-1} - T_1 \beta r^{\beta-1}\right)\,.$$

Cette dérivée s'annule pour $r = r_0$ tel que

$$T_3 {r_0}^{-\beta-1} = T_1 {r_0}^{\beta-1} \qquad \text{soit} \qquad {r_0}^{\beta-1+\beta+1} = \frac{T_3}{T_1} \qquad \text{d'où} \qquad \boxed{r_0 = \left(\frac{T_3}{T_1}\right)^{1/2\beta} = \left(\frac{T_3}{T_1}\right)^{5/4} = 6{,}25}$$

ce qui correspond à la valeur du taux de compression utilisé dans l'installation,

$$\boxed{r = \frac{P_2}{P_1} = \frac{125}{20} = 6{,}25\,.}$$

Bibliographie

[1] portail Thermoptim Mines Paris-Tech. *Cycles nucléaires à haute température (HTR)*. consulté en décembre 2022. URL : `https://direns.mines-paristech.fr/Sites/Thopt/fr/co/cycles-nuceaires-haute.html`.