

Thermodynamique

Chauffage d'un studio

Le but de l'exercice est de dimensionner le système de chauffage d'un studio dont le plan est représenté figure 1. Le studio possède une hauteur sous plafond $H = 2,5\text{ m}$, il est entouré de quatre appartements voisins (à sa droite, gauche, au dessus et en dessous), chauffés à la même température T_s que le studio. Il donne sur une rue à température T_r , et s'ouvre sur un couloir à la température T_c .

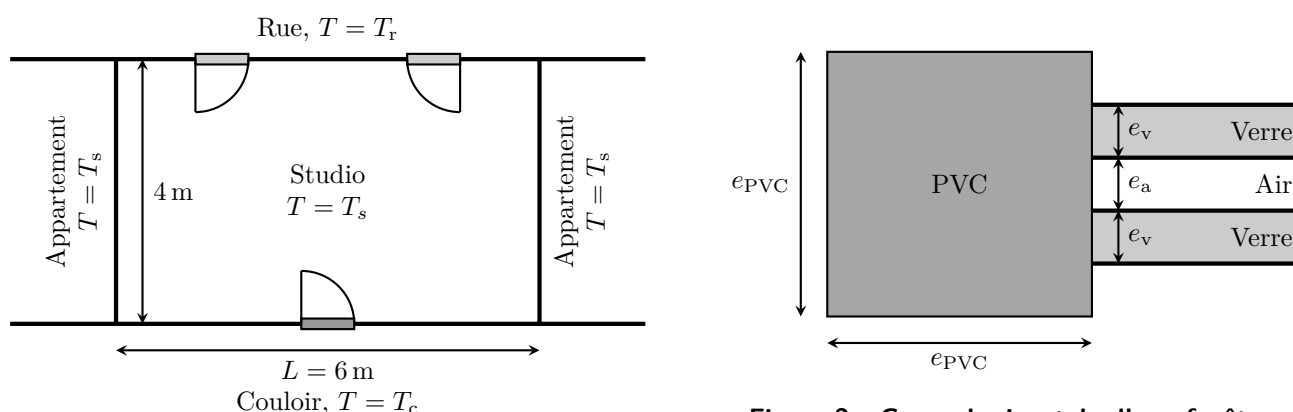


Figure 1 – Plan du studio.

Figure 2 – Coupe horizontale d'une fenêtre.

Les murs sont tous constitués d'une même épaisseur e_b de béton, isolés par la même épaisseur e_i de laine de verre. La porte d'entrée est en bois, de dimensions $h \times l \times e$, et le mur donnant sur la rue est agrémenté de deux fenêtres en double vitrage à monture en PVC, dont le schéma est donné figure 2. Chaque fenêtre a pour dimensions $h_f \times \frac{l_f}{2} \times e_f$.

Les applications numériques pouvant être un peu fastidieuses, elles gagneront à être réalisées sous forme d'un fichier Python, définissant une variable pour chaque paramètre et chaque grandeur calculée.

- 1 - Chaque mur en béton est isolé par de la laine de verre. Calculer la conductance thermique surfacique U du mur isolé, c'est-à-dire l'inverse de la résistance thermique présentée par un mètre carré de mur. Ce coefficient U est couramment utilisé dans le domaine de l'habitat où il est nommé « coefficient de performance thermique ».
- 2 - Calculer la valeur de la résistance R_{mp} équivalente au système mur+porte donnant sur le couloir.
- 3 - Calculer la valeur de la résistance R_{fen} équivalente aux fenêtres, puis celle R_{mf} du système mur+fenêtres.
- 4 - Que vaut le flux reçu par le studio de la part des appartements voisins ?
- 5 - Calculer la puissance nécessaire pour maintenir le studio à la température voulue.
- 6 - Pour un studio de ces dimensions situé en Seine-Maritime, le site internet d'une grande chaîne de magasins de bricolage¹ recommande un radiateur de puissance 2900 W. Comment expliquer la différence ?

Données :

- ▷ Températures : $T_s = 20^\circ\text{C}$; $T_r = 0^\circ\text{C}$; $T_c = 15^\circ\text{C}$.
- ▷ Épaisseur du béton $e_b = 15\text{ cm}$, de la laine de verre : $e_i = 5\text{ cm}$.
- ▷ Dimensions de la porte : $h = 215\text{ cm}$, $l = 90\text{ cm}$ et $e = 5\text{ cm}$.
- ▷ Dimensions extérieures des fenêtres : $h_f = 115\text{ cm}$, $l_f = 200\text{ cm}$ et $e_a = e_v = 5\text{ mm}$. La vitre est maintenue par un montant en PVC d'épaisseur $e_{PVC} = 5\text{ cm}$.
- ▷ Conductivités thermiques, en $\text{W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$:

1. Verts et blancs, pour ne pas les nommer ☺

Matériaux	Conductivité thermique
Bois	0,15
PVC	0,17
Béton	0,92
Laine de verre	0,03
Verre	1,2
Air	$2,6 \cdot 10^{-2}$

Éléments de correction

Le fichier Python des applications numériques est en ligne sur le site de la classe.

- 1 Le béton et la laine de verre sont montés en série, donc pour une surface S ,

$$R = R_b + R_i = \frac{e_b}{\lambda_{\text{béton}} S} + \frac{e_i}{\lambda_{\text{laine}} S} \quad \text{d'où} \quad U = \frac{1}{RS} = \frac{1}{\frac{e_b}{\lambda_{\text{béton}}} + \frac{e_i}{\lambda_{\text{laine}}}} = 0,55 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}.$$

- 2 La porte et le mur-couloir sont en parallèle, les conductances s'ajoutent et on a :

$$R_{\text{mp}} = \left(\frac{\lambda_{\text{bois}} h l}{e} + U \times (HL - hl) \right)^{-1} = 1,4 \cdot 10^{-1} \text{ K} \cdot \text{W}^{-1}$$

- 3 Les deux fenêtres sont équivalentes à une seule de longueur $l_f = 2 \text{ m}$. Les diverses épaisseurs de double vitrage sont en série, et le PVC est en parallèle. La résistance équivalente du double-vitrage est

$$R_{\text{dv}} = 2 \frac{e_v}{\lambda_{\text{verre}} h_f l_f} + \frac{e_a}{\lambda_{\text{air}} h_f l_f} = 2,0 \cdot 10^{-1} \text{ K} \cdot \text{W}^{-1}$$

La surface apparente de l'encadrement de PVC est

$$S_{\text{PVC}} = (l_f + 4e_{\text{PVC}})(h_f + 2e_{\text{PVC}}) - h_f l_f = 3,2 \cdot 10^{-1} \text{ m}^2.$$

L'association parallèle des matériaux donne

$$R_{\text{fen}} = \left(\frac{1}{R_{\text{dv}}} + \frac{\lambda_{\text{PVC}} S_{\text{PVC}}}{e_{\text{PVC}}} \right)^{-1} = 1,6 \cdot 10^{-1} \text{ K} \cdot \text{W}^{-1}.$$

Là-aussi, les fenêtres et leur mur porteur sont en parallèle d'où

$$R_{\text{mf}} = \left(\frac{1}{R_{\text{fen}}} + U(HL - h_f l_f - S_{\text{PVC}}) \right)^{-1} = 7,4 \cdot 10^{-2} \text{ K} \cdot \text{W}^{-1}.$$

- 4 La température étant la même de part et d'autre des murs, le studio ne reçoit aucun flux thermique de la part des autres appartements.

- 5 En régime permanent, la puissance \mathcal{P} nécessaire pour maintenir le studio à température constante doit compenser les fuites thermiques vers le couloir et la rue,

$$\mathcal{P} = \Phi_{\text{couloir}} + \Phi_{\text{rue}},$$

et ainsi

$$\mathcal{P} = \frac{T_s - T_c}{R_{\text{mp}}} + \frac{T_s - T_r}{R_{\text{mf}}} = 307 \text{ W}.$$

- 6 La différence vient bien sûr du fait que la puissance calculée ici est celle nécessaire en régime stationnaire, mais il faut une puissance nettement supérieure pour pouvoir augmenter la température de l'appartement sur une durée raisonnable.