Un exercice de physique appliquée aux enjeux climatiques et énergétiques

Machines thermiques

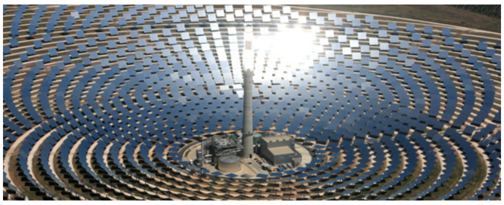
Modèle de Müzer d'une centrale solaire à concentration

Convertir l'énergie solaire en électricité se fait généralement via des panneaux photovoltaïques, mais ce n'est pas la seule technologie possible. On s'intéresse ici au solaire thermodynamique à concentration : la lumière solaire chauffe un absorbeur, au contact duquel de l'eau est vaporisée. La détente de la vapeur dans une turbine permet de mettre en rotation un alternateur, presque comme dans une centrale électrique « traditionnelle ».

L'objectif de l'exercice est d'estimer le rendement maximal de l'installation dans un modèle de type machine ditherme, appelée machine de Müzer. La difficulté vient du fait que la chaleur est reçue par l'absorbeur sous forme de rayonnement, or tout corps ne fait pas que recevoir mais émet également de la chaleur par rayonnement : l'énergie transmise au fluide n'est donc pas directement l'énergie reçue par l'absorbeur, puisque celui-ci en rayonne une partie dans l'environnement. La loi de Stefan-Boltzmann indique que la puissance surfacique (en $\mathrm{W \cdot m^{-2}}$) rayonnée par un corps à la température T est donnée par

$$\phi = \sigma T^4 \qquad \text{avec } \sigma \text{ une (combinaison de) constantes fondamentales.}$$

On raisonne avec les notations de la figure 1, toutes les énergies échangées étant positives.



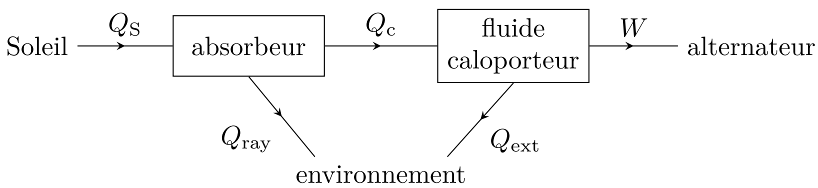


Figure 1 – **Centrale solaire à concentration.** Gauche : La lumière solaire est déviée par les miroirs vers un absorbeur se trouvant au sommet de la tour centrale. Droite : Schéma de principe des échanges énergétiques, le fluide caloporteur étant généralement de l'eau.

1 - On note d la distance Terre-Soleil et R_S le rayon du Soleil. Justifier que la puissance surfacique solaire reçue sur Terre vaut

$$\phi_\mathrm{S} = \frac{{R_\mathrm{S}}^2}{d^2}\sigma {T_\mathrm{S}}^4\,.$$

2 - En raisonnant sur un absorbeur de surface S et température T_abs, montrer que le rapport entre l'énergie Q_c transmise au fluide caloporteur et l'énergie solaire reçue Q_S vaut

$$\frac{Q_\mathrm{c}}{Q_\mathrm{S}} = 1 - \frac{d^2}{{R_\mathrm{S}}^2}\frac{{T_\mathrm{abs}}^4}{{T_\mathrm{S}}^4}$$

3 - Exprimer les principes thermodynamiques appliqués au fluide caloporteur pour un cycle de fonctionnement.

4 - Le rendement de l'installation est défini par $\eta = W/Q_\mathrm{S}$. Justifier qualitativement la définition, et montrer que

$$\eta = \frac{W}{Q_\mathrm{S}} \leq \left(1 - \frac{T_\mathrm{ext}}{T_\mathrm{abs}}\right)\left(1 - \frac{d^2}{{R_\mathrm{S}}^2}\frac{{T_\mathrm{abs}}^4}{{T_\mathrm{S}}^4}\right)$$

5 - La courbe de gauche de la figure 2 représente le rendement de Müzer η en fonction de la température de l'absorbeur. Commenter l'ordre de grandeur des valeurs obtenues en comparant à d'autres valeurs de rendement que vous connaissez. Expliquer qualitativement pourquoi le rendement de la machine de Müzer s'annule si la température de l'absorbeur est trop faible ou trop élevée.

Pour améliorer le rendement, une solution consiste à concentrer la lumière solaire sur l'absorbeur à l'aide de dispositifs optiques, généralement des miroirs comme on peut le voir sur la figure 1. Ainsi, seule la surface S de l'absorbeur rayonne mais tout se passe comme s'il absorbait l'énergie solaire reçue sur une surface $S' > S$ correspondant approximativement à la surface des miroirs. Le rapport $C = S'/S$ est appelé facteur de concentration.

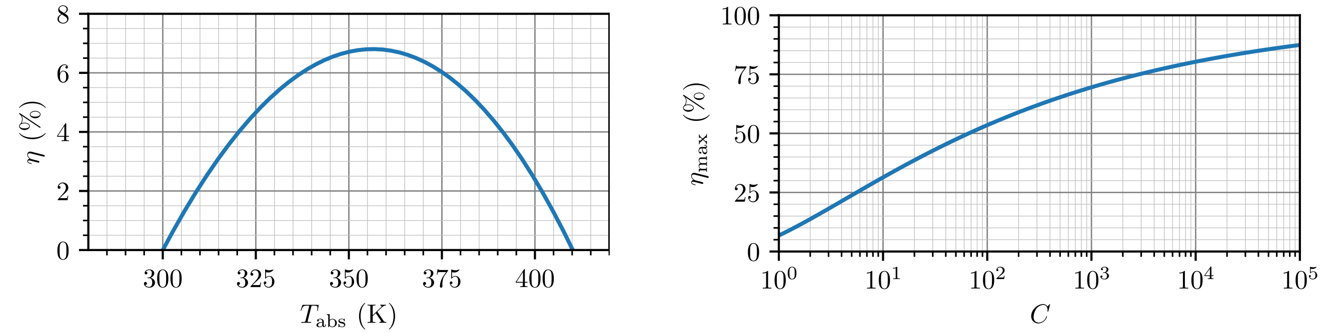


Figure 2 – **Rendementd'une machine de Müzer.** Gauche : rendement maximal d'une machine de Müzer en fonction de la température de l'absorbeur. Droite : optimum de rendement d'une machine de Müzer en fonction du facteur de concentration C.

6 - Comment le résultat de la question 4 est-il modifié en fonction de C ?

7 - La courbe de droite de la figure 2 représente l'optimum de rendement en fonction du facteur de concentration C. Commenter les valeurs obtenues, sachant que $C \simeq 100$ dans les installations actuelles et atteindra 1000 dans les projets en développement. La limite théorique dans laquelle l'absorbeur recevrait de la lumière issue de toutes les directions donne $C \simeq 45\,000$.

Éléments de correction

1 Notons $\mathcal{P}_0$ la puissance totale rayonnée par le Soleil. D'après la loi de Stefan-Boltzmann, le Soleil étant sphérique,

$$\mathcal{P}_0 = \sigma\, {T_\mathrm{S}}^4 \times 4\pi {R_\mathrm{S}}^2 \,.$$

Au niveau de la Terre, cette puissance s'est « étalée » dans l'espace et se trouve répartie sur une sphère de rayon d. Par conséquent,

$$\phi_\mathrm{S} = \frac{\mathcal{P}_0}{4\pi d^2} \qquad \text{soit} \qquad \boxed{\phi_\mathrm{S} = \frac{{R_\mathrm{S}}^2}{d^2}\sigma T_\mathrm{S}^4 \,.}$$

2 Raisonnons sur une durée Δt. L'énergie solaire reçue par l'absorbeur pendant cette durée vaut

$$Q_\mathrm{S} = \phi_\mathrm{S} \times S \times \Delta t = \frac{{R_\mathrm{S}}^2}{d^2}\sigma T_\mathrm{S}^4\, S\, \Delta t \,.$$

L'énergie rayonnée par l'absorbeur vaut quant à elle

$$Q_\mathrm{ray} = \sigma T_\mathrm{abs}^4 \times S \times \Delta t \,.$$

Ainsi, l'énergie Q_c cédée par l'absorbeur au fluide caloporteur vaut

$$Q_\mathrm{c} = Q_\mathrm{S} - Q_\mathrm{ray} = \sigma \left(\frac{{R_\mathrm{S}}^2}{d^2} T_\mathrm{S}^4 - T_\mathrm{abs}^4 \right) S\, \Delta t \,.$$

> *Ce résultat se montre rigoureusement en appliquant le premier principe à l'absorbeur en régime permanent :*
>
> $$\Delta U_{abs} \underset{\substack{\uparrow \\ \text{1er P}}}{=} Q_S - Q_{ray} - Q_c \underset{\substack{\uparrow \\ \text{RP}}}{=} 0$$
>
> *... mais on peut aussi considérer qu'il est complètement évident !*

En fin de compte, on en déduit

$$\frac{Q_\mathrm{c}}{Q_\mathrm{S}} = \frac{\sigma \left(\frac{{R_\mathrm{S}}^2}{d^2} T_\mathrm{S}^4 - T_\mathrm{abs}^4 \right) S\, \Delta t}{\frac{{R_\mathrm{S}}^2}{d^2}\sigma T_\mathrm{S}^4\, S\, \Delta t} \qquad \text{soit} \qquad \boxed{\frac{Q_\mathrm{c}}{Q_\mathrm{S}} = 1 - \frac{d^2}{{R_\mathrm{S}}^2}\frac{{T_\mathrm{abs}}^4}{{T_\mathrm{S}}^4} \,.}$$

3 Question traditionnelle sur les machines thermiques ... mais attention ici aux notations, et surtout aux orientations des échanges énergétiques. Le premier principe s'écrit

$$\boxed{\Delta U_\mathrm{flu} \underset{\substack{\uparrow \\ \text{1er P}}}{=} Q_\mathrm{c} - W - Q_\mathrm{ext} \underset{\substack{\uparrow \\ \text{cycle}}}{=} 0}$$

et le second principe donne

$$\boxed{\Delta S_\mathrm{flu} \underset{\substack{\uparrow \\ \text{2nd P}}}{=} \frac{Q_\mathrm{c}}{T_\mathrm{abs}} - \frac{Q_\mathrm{ext}}{T_\mathrm{ext}} + S_\mathrm{créée} \underset{\substack{\uparrow \\ \text{cyle}}}{=} 0 \,.}$$

4 L'installation a pour rôle de convertir l'énergie solaire en travail mécanique pour faire tourner l'alternateur, ce qui justifie la définition. La conversion réalisée par l'absorbeur est évidemment essentielle physiquement, mais n'est pas la finalité de la machine de Müzer, c'est pourquoi $\eta \neq W/Q_\mathrm{c}$.

D'après le bilan d'entropie au cours du cycle,

$$\frac{Q_\mathrm{c}}{T_\mathrm{abs}} - \frac{Q_\mathrm{ext}}{T_\mathrm{ext}} = -S_\mathrm{créée} \leq 0 \,,$$

et avec le bilan énergétique il vient

$$Q_\mathrm{ext} = Q_\mathrm{c} - W \,.$$

En combinant,

$$\begin{aligned}
\frac{Q_\mathrm{c}}{T_\mathrm{abs}} - \frac{Q_\mathrm{c} - W}{T_\mathrm{ext}} &\leq 0 \\
\left(\frac{1}{T_\mathrm{abs}} - \frac{1}{T_\mathrm{ext}}\right) Q_\mathrm{c} + \frac{W}{T_\mathrm{ext}} &\leq 0 \\
\frac{T_\mathrm{ext} - T_\mathrm{abs}}{T_\mathrm{abs}\cancel{T_\mathrm{ext}}} Q_\mathrm{c} + \frac{W}{\cancel{T_\mathrm{ext}}} &\leq 0 \\
\frac{W}{Q_\mathrm{c}} &\leq \frac{T_\mathrm{abs} - T_\mathrm{ext}}{T_\mathrm{abs}}
\end{aligned}$$

> *On retrouve ici l'équivalent du rendement de Carnot d'un moteur ditherme,*
>
> $$\eta_{Carnot} = 1 - \frac{T_f}{T_c} = \frac{T_c - T_f}{T_c}\,.$$

Réutilisons maintenant la question 2 pour faire apparaître la définition du rendement,

$$\eta = \frac{W}{Q_\mathrm{c}} \times \frac{Q_\mathrm{c}}{Q_\mathrm{S}} \leq \left(\frac{T_\mathrm{abs} - T_\mathrm{ext}}{T_\mathrm{abs}}\right) \times \left(1 - \frac{d^2}{R_\mathrm{S}^2}\frac{T_\mathrm{abs}^{\ 4}}{T_\mathrm{S}^{\ 4}}\right)$$

ce qui correspond bien au résultat demandé,

$$\boxed{\eta = \frac{W}{Q_\mathrm{S}} \leq \left(1 - \frac{T_\mathrm{ext}}{T_\mathrm{abs}}\right)\left(1 - \frac{d^2}{R_\mathrm{S}^2}\frac{T_\mathrm{abs}^{\ 4}}{T_\mathrm{S}^{\ 4}}\right)\,.}$$

5 Les valeurs obtenues sont au maximum de l'ordre de 7 % là où une centrale thermique traditionnelle a un rendement de l'ordre de 30 % et des panneaux photovoltaïques de l'ordre de 20 %. Cette version « naïve » du solaire thermodynamique est donc **très peu efficace**.

Pour interpréter les annulations, on peut constater mathématiquement que η est un produit de deux termes dont chacun peut s'annuler, il est donc logique de retrouver deux racines. Physiquement, on comprend que la température de l'absorbeur ne peut pas être trop faible : si elle devenait inférieure à la température de l'environnement, l'absorbeur ne pourrait plus être la source chaude de la machine de Müzer. Réciproquement, si la température de l'absorbeur devenait trop élevée, alors il rayonnerait tellement qu'il ne pourrait plus transmettre aucune énergie au fluide caloporteur.

6 En reprenant le calcul de la question 2, la surface intervenant dans Q'_S est désormais S' alors que l'expression de Q_ray est inchangée. Alors,

$$\frac{Q_\mathrm{c}}{Q'_\mathrm{S}} = 1 - \frac{S}{S'}\frac{d^2}{R_\mathrm{S}^2}\frac{T_\mathrm{abs}^{\ 4}}{T_\mathrm{S}^{\ 4}}$$

La partie thermodynamique est évidemment insensible au changement de surface apparente de l'absorbeur, et on obtient en fin de compte

$$\boxed{\eta' \leq \left(1 - \frac{T_\mathrm{ext}}{T_\mathrm{abs}}\right)\left(1 - \frac{1}{C}\frac{d^2}{R_\mathrm{S}^2}\frac{T_\mathrm{abs}^{\ 4}}{T_\mathrm{S}^{\ 4}}\right)\,.}$$

7 En concentrant suffisamment la lumière, le solaire thermodynamique à concentration permet d'obtenir d'excellents rendements, qui peuvent dépasser les standards traditionnels.

> *Cependant, les dispositifs de concentration entraînent de multiples contraintes pas toujours simples à satisfaire. La principale concerne l'alignement optique des systèmes : la lumière doit être concentrée précisémment sur l'absorbeur, tout décalage pouvant entraîner une chute drastique du rendement. Cela implique que les miroirs puissent suivre la course du Soleil dans le ciel, ajoutant des dispositifs mécaniques et de motorisation qui complexifient l'installation.*

Bibliographie

[1] Daniel Suchet et Erik Johnson. *Une introduction à l'énergie solaire photovoltaïque*. EDP Sciences, 2023.