BLAISE PASCAL
PT 2022-2023

Fiche résumé 13 – Séquence 4 : Électromagnétisme

# Conduction électrique

## I - Densité volumique de courant électrique

- **Nature du courant électrique :** mouvement d'ensemble ($\neq$ agitation thermique) des porteurs de charge libres au sein d'un matériau.

- **Lien entre les échelles macro et méso :**

$$\boxed{I = \iint_\Sigma \vec{j} \cdot \mathrm{d}\vec{S}\,.}$$

- **Lien entre les échelles micro et méso :** pour un seul type de porteurs,

$$\boxed{\vec{j} = \rho \vec{v} = n q \vec{v}} \qquad \text{avec} \qquad \left\{ \begin{array}{ll} \rho & \text{densité volumique de charge libre } (\mathrm{C \cdot m^{-3}}) \\ n & \text{densité volumique de porteurs libres } (\mathrm{m^{-3}}) \\ q & \text{charge d'un porteur (C)} \\ \vec{v} & \text{vitesse d'ensemble (= vitesse moyenne) des porteurs libres} \end{array} \right.$$

Pour plusieurs types de porteurs, les contributions se somment : $\vec{j} = \sum_k n_k q_k \vec{v}_k$.

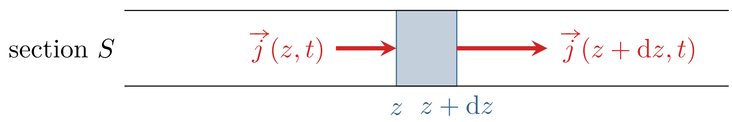
- **Ordre de grandeur :** vitesse d'ensemble $\sim 0{,}1\,\mathrm{mm \cdot s^{-1}}$

  $\rightsquigarrow$ l'information est transportée par des ondes électromagnétiques, pas par le déplacement des porteurs de charge.

## II - Conservation de la charge

La charge électrique ne peut être ni créée, ni détruite, mais seulement déplacée d'un point à un autre.

- **Démonstration par un bilan mésoscopique à une dimension :** tranche de fil conducteur comprise entre $z$ et $z+\mathrm{d}z$.




$$\begin{array}{ccccccc} \text{charge stockée à l'instant } t+\mathrm{d}t & = & \text{charge stockée à l'instant } t & + & \text{charge entrée entre } t \text{ et } t+\mathrm{d}t & - & \text{charge sortie entre } t \text{ et } t+\mathrm{d}t \\ \rho(z,t+\mathrm{d}t)\,S\,\mathrm{d}z & = & \rho(z,t)\,S\,\mathrm{d}z & + & j_z(z,t)\,S\,\mathrm{d}t & - & j_z(z+\mathrm{d}z,t)\,S\,\mathrm{d}t \end{array}$$

$$\rightsquigarrow \boxed{\frac{\partial j_z}{\partial z} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0}$$

- **Démonstration par les équations de Maxwell :**

▷ Équation de Maxwell-Ampère :

$$\boxed{\overrightarrow{\mathrm{rot}}\,\vec{B} = \mu_0 \vec{j} + \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}}$$

▷ Résultats d'analyse vectorielle :
→ $\mathrm{div}(\overrightarrow{\mathrm{rot}}\,\vec{v}) = 0$ (toujours !) ;
→ permutation des dérivées spatiales et temporelles, donc des opérateurs vectoriels et de la dérivée temporelle.

▷ Étapes de la démonstration : div(MA) combinée avec MG donne

$$\boxed{\mathrm{div}\,\vec{j} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0\,.}$$



Étienne Thibierge, 18 novembre 2022, www.etienne-thibierge.fr

## III - Loi d'Ohm

- **Modèle microscopique de Drude :** (hors programme)

▷ un porteur de charge qui modélise le comportement moyen de tous les autres ;

▷ effet moyenné des interactions avec le réseau cristallin et avec tous les autres porteurs modélisé par une unique force de frottement.

- **Loi d'Ohm locale :** $\boxed{\vec{j} = \gamma \vec{E}}$ avec $\gamma$ la conductivité électrique du matériau.

- **Loi d'Ohm intégrale :** intégration de la loi d'Ohm locale le long du conducteur (tension) et sur sa section $S$ (intensité) conduit à

$$U = V(0) - V(\ell) = \frac{\ell}{\gamma S} I \qquad \text{soit} \qquad \boxed{R = \frac{\ell}{\gamma S}\,.}$$

## IV - Échanges énergétiques entre le champ et les porteurs de charge

- **Force de Lorentz :**

▷ Densité volumique de force de Lorentz : un volume $\mathrm{d}\tau$ subit la force $\mathrm{d}\vec{F}_{\mathrm{Lor}} = \vec{f}_{\mathrm{Lor}}\,\mathrm{d}\tau$ avec

$$\vec{f}_{\mathrm{Lor}} = \rho \vec{E} + \vec{j} \wedge \vec{B}\,.$$

▷ Résultante sur un tronçon infinitésimal de conducteur globalement neutre : force de Laplace,

$$\mathrm{d}\vec{F}_{\mathrm{Lapl}} = i\,\vec{\mathrm{d}\ell} \wedge \vec{B} \qquad \vec{\mathrm{d}\ell} \text{ orienté dans le sens positif de } i\,.$$

- **Effet Joule :**

▷ densité volumique de puissance cédée par le champ électromagnétique aux porteurs de charge : $\boxed{p = \vec{j} \cdot \vec{E}}$ ;

▷ cas particulier d'un conducteur ohmique : $p_{\mathrm{Joule}} = \gamma |\vec{E}|^2 > 0$.