BLAISE PASCAL
PT 2023-2024

Fiche résumé 25 – Optique

Modèle scalaire des ondes lumineuses

I - Modèles pour l'émission et la réception de la lumière

- **Modèle scalaire :** effets de polarisation négligés $\rightsquigarrow$ OEM modélisée par une vibration scalaire,

$$s(M,t) = S_0(M)\cos(\omega t - \phi(M)) \qquad \longleftrightarrow \qquad \underline{s}(M,t) = \underline{S_0}(M)\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}(\omega t - \phi(M))}\,,$$

avec $\phi(M)$ la phase de l'onde lumineuse au point M :

$$\begin{cases} \phi(M) = kr + \varphi & \text{(onde sphérique)} \\ \phi(M) = \vec{k}\cdot\overrightarrow{OM} + \varphi & \text{(onde plane)} \end{cases}$$

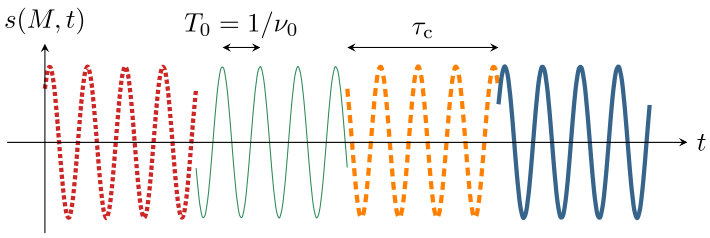
- **Largeur spectrale d'un signal :** si un signal pseudo-sinusoïdal de période T_0 a des propriétés qui varient lentement sur une durée Δt, alors son spectre est centré sur $f_0 = 1/T_0$ avec une largeur en fréquence Δf telle que

$$\Delta f \times \Delta t \sim 1\,.$$

- **Largeur spectrale et temps de cohérence d'une source :**

$$\tau_\mathrm{c}\,\Delta\nu = 1 \qquad \text{et} \qquad \begin{cases} \Delta\lambda = \left|\dfrac{\mathrm{d}\lambda}{\mathrm{d}\nu}\right|\Delta\nu \\ \lambda = c/\nu \end{cases} \qquad \Longrightarrow \qquad \Delta\lambda = \frac{\lambda_0^2}{c\tau_\mathrm{c}}\,.$$

- **Modèle des trains d'onde :** tous de même fréquence et de même durée, saut de phase aléatoire.



Longueur de cohérence $L_\mathrm{c} = c\,\tau_\mathrm{c}$ = longueur d'un train d'onde.

- **Éclairement ou intensité lumineuse :** les capteurs ne sont sensibles qu'à l'énergie moyenne qu'ils reçoivent.

$$\mathcal{E} = \mathcal{I} = \left\langle s(M,t)^2\right\rangle \qquad \text{ou} \qquad \mathcal{E} = \mathcal{I} = \left|\underline{s}(M)\right|^2\,.$$

Attention, ces deux conventions ne sont pas compatibles : $\left\langle s(M,t)^2\right\rangle \neq \left|\underline{s}(M)\right|^2$ (facteur 1/2).

II - Optique géométrique et optique ondulatoire

- **Théorème de Malus :** les surfaces d'onde (= surfaces équiphases) sont perpendiculaires aux rayons lumineux.
- **Chemin optique** le long d'un rayon lumineux = indice optique × longueur géométrique
- **Déphasage propagatif :** pour une onde monochromatique allant d'une source S à un point M,

$$\phi(M) = \phi(S) + \frac{2\pi}{\lambda_0}(SM)\,.$$

Conséquence : $\forall M \in \Sigma$ une surface d'onde, on a $\phi(M) = $ cte donc $(SM) = $ cte.

$\rightsquigarrow$ le chemin optique est le même pour atteindre n'importe quel point d'une même surface d'onde.

- **Effet d'une lentille convergente :** déviation des rayons = déformation des surfaces d'onde.

$\rightsquigarrow$ le chemin optique entre deux points conjugués par la lentille est indépendant du rayon suivi.

Étienne Thibierge, 6 février 2024, www.etienne-thibierge.fr

III - Superposition de deux ondes

- **Critères de cohérence :** cohérence = capacité à donner des interférences.
  - $\rightsquigarrow$ ondes de même longueur d'onde + provenant du même train d'onde = issues de la même source primaire.
  - $\rightsquigarrow$ nécessité de diviser l'onde primaire en deux ondes secondaires qui parcourent des chemins différents.

- **Formule de Fresnel :** en supposant les critères de cohérence remplis,

$$s(M,t) = S_{01}\cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}(S_1M) + \varphi\right) + S_{02}\cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}(S_2M) + \varphi\right)$$

puis calcul de $\langle s(M,t)^2\rangle$ en identifiant $\langle s_1(M,t)^2\rangle = S_{01}^2/2$.

$$\boxed{\mathcal{E} = \mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 + 2\sqrt{\mathcal{E}_1\mathcal{E}_2}\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}\left[(S_2M) - (S_1M)\right]\right)\,.}$$

- **État d'interférences :** m entier relatif

	Déphasage $\Delta\phi$	Différence de marche δ	Ordre d'interférence p
Définition	$\Delta\phi = \phi_2(M) - \phi_1(M)$	$\delta = (S_2M) - (S_1M)$	$p = \dfrac{\delta}{\lambda} = \dfrac{\Delta\phi}{2\pi}$
Fresnel	$\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 + 2\sqrt{\mathcal{E}_1\mathcal{E}_2}\cos(\Delta\phi)$	$\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 + 2\sqrt{\mathcal{E}_1\mathcal{E}_2}\cos\left(\dfrac{2\pi}{\lambda}\delta\right)$	$\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 + 2\sqrt{\mathcal{E}_1\mathcal{E}_2}\cos(2\pi p)$
Interférences constructives	$\Delta\phi = 2m\pi, m \in \mathbb{Z}$	$\delta = m\lambda, m \in \mathbb{Z}$	$p = m \in \mathbb{Z}$ (ordre entier)
Interférences destructives	$\Delta\phi = (2m+1)\pi, m \in \mathbb{Z}$	$\delta = \dfrac{\lambda}{2} + m\lambda, m \in \mathbb{Z}$	$p = m + \dfrac{1}{2} \in \mathbb{Z}$ (ordre entier)

IV - Allure des figures d'interférences

- **Franges rectilignes ou anneaux :** s'interprète avec des invariances.
  - ▷ écran dans l'axe des sources secondaires : anneaux (invariance par rotation) ;
  - ▷ écran parallèle à l'axe des sources secondaires : franges rectilignes (invariance par translation).

- **Contraste :** $C = \dfrac{\mathcal{E}_{\max} - \mathcal{E}_{\min}}{\mathcal{E}_{\max} + \mathcal{E}_{\min}}$

$C = 0 \Longrightarrow$ brouillage total $\Longrightarrow$ éclairement uniforme sur l'écran ($\neq$ frange sombre = éclairement nul)

- **Origine des pertes de contraste :**

▷ les sources secondaires produisent un éclairement différent ;

▷ cohérence temporelle : la source n'est pas monochromatique, brouillage lorsque $\delta > L_\mathrm{c} = c\tau_\mathrm{c}$ (ddm telle qu'un train d'onde se superpose au suivant, dont il est déphasé aléatoirement) ;

▷ cohérence spatiale : la source n'est pas ponctuelle, elle se décompose en une juxtaposition de sources ponctuelles incohérentes qui produisent chacune leur figure d'interférence, celles-ci pouvant être décalées.