

Filtrage linéaire

Plan du cours

I Premier exemple : filtre RC passe-bas d'ordre 1

- I.1 Nature du filtre
- I.2 Fonction de transfert harmonique
- I.3 Diagramme de Bode
- I.4 Pulsation de coupure et bande passante
- I.5 Filtrage d'un signal

II Différents filtres pour différentes fonctions

- II.1 Cahier des charges et gabarit
- II.2 Modèles de filtres passifs
- II.3 Réalisation de fonctions complexes par mise en cascade de filtres

III Autre point de vue : effet d'un filtre dans le domaine temporel

- III.1 Filtre moyennneur
- III.2 Filtre dérivateur
- III.3 Filtre intégrateur

IV Exemple final : filtrage d'un signal créneau

Ce que vous devez savoir et savoir faire

- ▷ Décrire un signal harmonique en termes d'amplitude, période, fréquence, pulsation, phase (révisions).
- ▷ Savoir que l'on peut décomposer un signal périodique en une somme de fonctions sinusoïdales (révisions).
- ▷ Connaître le gabarit et reconnaître le diagramme de Bode d'un filtre passe-bas, passe-haut et passe-bande.
- ▷ Établir le gabarit d'un filtre en fonction du cahier des charges.
- ▷ Utiliser les échelles logarithmiques et interpréter les zones rectilignes des diagrammes de Bode d'après l'expression de la fonction de transfert.
- ▷ Prévoir le comportement d'un filtre dans les limites très basse et très haute fréquence par équivalence de dipôles.
- ▷ Utiliser les lois de l'électrocinétique en représentation complexe pour établir une fonction de transfert.
- ▷ Utiliser une fonction de transfert et/ou un diagramme de Bode pour étudier la réponse d'un système linéaire à une excitation sinusoïdale ou à une somme finie d'excitations sinusoïdales.
- ▷ Expliciter les conditions d'utilisation d'un filtre afin de l'utiliser comme moyennneur, intégrateur, ou dérivateur.

Questions de cours pour les colles

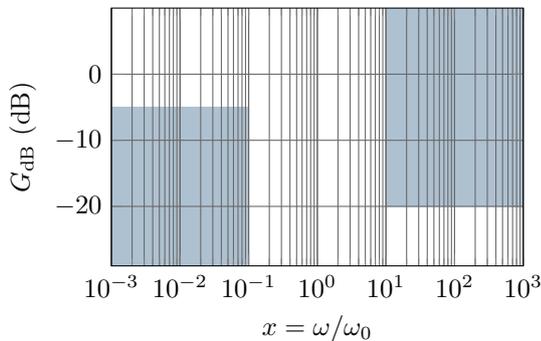
Ce chapitre contient surtout des méthodes, et donc peu de vraies questions de cours.

- ▷ Refaire l'un des exercices de cours sur le filtre RC.
- ▷ Expliciter les conditions d'utilisation d'un filtre afin de l'utiliser comme moyennneur, intégrateur, ou dérivateur.

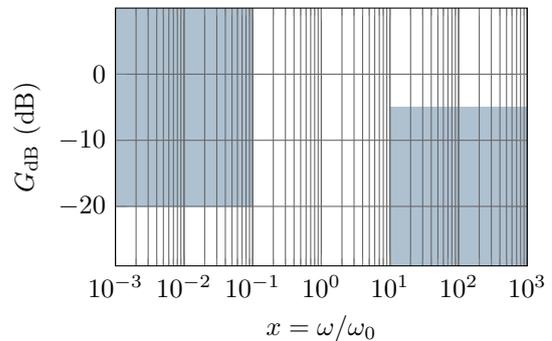
Synthèse sur les filtres de référence

Cette synthèse a pour but de centraliser les fonctions de transfert et diagramme de Bode des principaux filtres. Rien n'est à connaître par cœur, tout est à savoir retrouver le cas échéant. La construction des diagrammes de Bode est a priori hors programme.

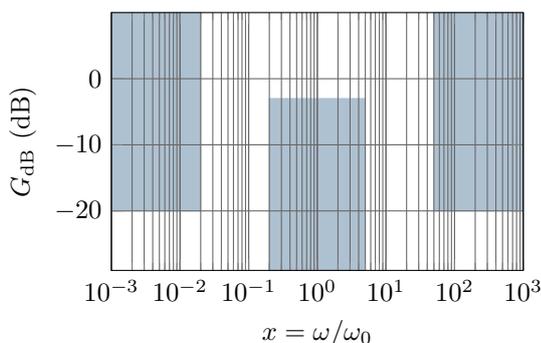
Gabarits des fonctions de référence



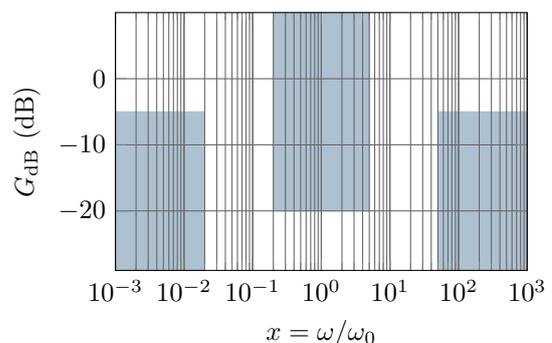
(a) Filtre passe-bas



(b) Filtre passe-haut



(c) Filtre passe-bande



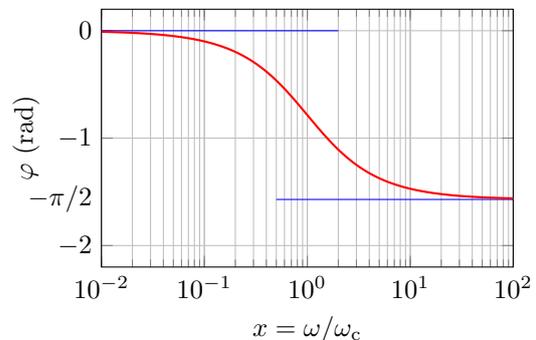
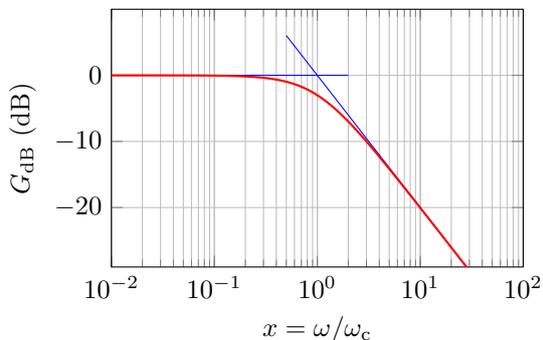
(d) Filtre coupe-bande ou filtre réjecteur

Filtre passe-bas d'ordre 1

Diagramme de Bode en gain et en phase d'un filtre de fonction de transfert

$$H(j\omega) = \frac{1}{1 + j\frac{\omega}{\omega_c}}$$

L'asymptote très haute fréquence de la courbe de gain a pour pente -20 dB/décade.

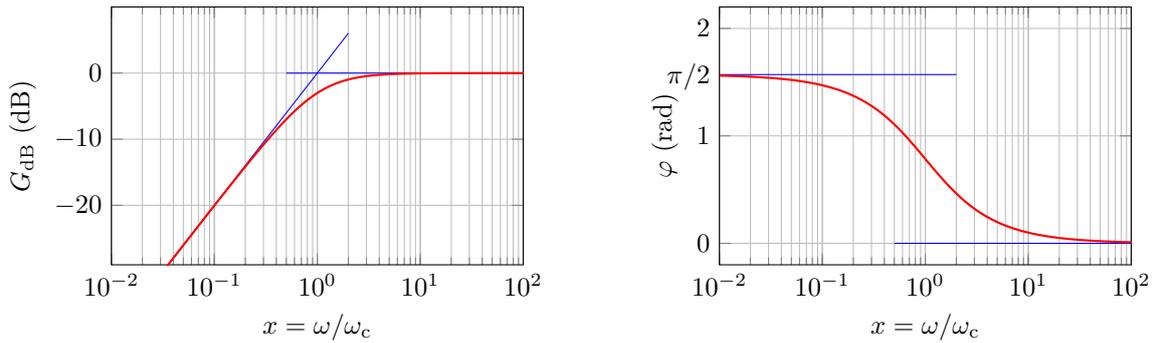


Filtre passe-haut d'ordre 1

Diagramme de Bode en gain et en phase d'un filtre de fonction de transfert

$$H(j\omega) = \frac{j\frac{\omega}{\omega_c}}{1 + j\frac{\omega}{\omega_c}}$$

L'asymptote très basse fréquence de la courbe de gain a pour pente +20 dB/décade.



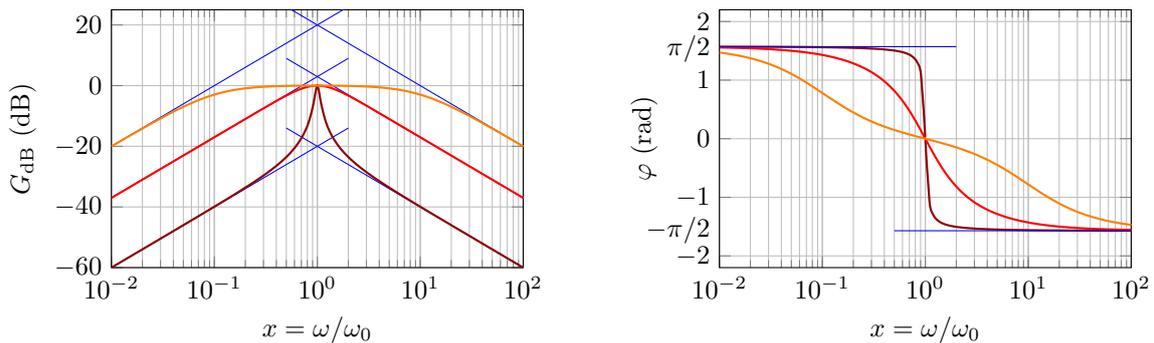
Filtre passe-bande d'ordre 2

Diagramme de Bode en gain et en phase d'un filtre de fonction de transfert

$$H(j\omega) = \frac{1}{1 + jQ \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)} = \frac{j \frac{\omega}{Q\omega_0}}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^2 + j \frac{\omega}{Q\omega_0}}$$

Toutes les asymptotes ont pour pente ± 20 dB/décade, mais leur ordonnée à l'origine dépend du facteur de qualité et vaut $-20 \log Q$.

La courbe marron (avec résonance) est tracée pour $Q = 10$, la courbe rouge (au plus proche des asymptotes) est tracée pour $Q = 1/\sqrt{2}$ et la courbe orange (sans résonance et éloignée des asymptotes) est tracée pour $Q = 1/10$. Version couleur sur le site de la classe.



Filtre passe-bas d'ordre 2

Diagramme de Bode en gain et en phase d'un filtre de fonction de transfert

$$H(j\omega) = \frac{1}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^2 + j \frac{\omega}{Q\omega_0}}$$

L'asymptote très haute fréquence de la courbe de gain a pour pente -40 dB/décade.

La courbe marron (avec résonance) est tracée pour $Q = 10$, la courbe rouge (au plus proche des asymptotes) est tracée pour $Q = 1/\sqrt{2}$ et la courbe orange (sans résonance et éloignée des asymptotes) est tracée pour $Q = 1/10$. Version couleur sur le site de la classe.

