BLAISE PASCAL
PT 2020-2021

Fiche de révisions R5

Mouvements des particules chargées

Ressources en ligne

Scanner ou cliquer sur les QR-code pour accéder aux ressources.

- **L'essentiel du cours sous forme de cartes mémo :** cartes réalisées par Christophe Cayssiols.

Cartes utilisables pour ce bloc de révisions : thème « mécanique », rubrique « particules chargées ».

- **Qmax : QCM d'applications directes du cours**

Choisir d'abord le mode « j'apprends » puis éventuellement le mode « je révise ». Ces QCM correspondent au programme de PCSI, certaines notions peuvent donc vous être inconnues : me demander en cas de doute.

Thèmes abordés dans ce bloc de révisions : choisir « électromagnétisme » puis « particules chargées dans un champ électromagnétique ».

Rappels de cours

A - Mouvement conservatif dans un potentiel électrostatique

Considérons par exemple un système de deux électrodes planes parallèles (type condensateur), distantes de L le long de l'axe (Ox), soumises à une tension $U = V(0) - V(L)$. Une particule de charge q est lâchée sans vitesse de l'électrode située en $x = 0$, on souhaite qu'elle atteigne la deuxième.

- **Signe de U**

La particule subit la force de Lorentz électrostatique $q\vec{E}$. On rappelle également que $\vec{E}$ est dirigé dans le sens des potentiels décroissants. Ainsi, une charge positive se dirige vers les potentiels décroissants : il faut donc avoir $V(L) < V(0)$ soit $U > 0$. On montre de même qu'il faut avoir $U < 0$ si $q < 0$. Finalement, pour que la particule soit accélérée comme voulu, U doit donc être du même signe que q.

- **Vitesse dans l'espace inter-armatures**

L'évolution du potentiel électrostatique en fonction de x s'obtient à partir de l'équation de Poisson :

$$\frac{\mathrm{d}^2V}{\mathrm{d}x^2} = 0 \qquad \rightsquigarrow \qquad V(x) = Ax + B \qquad \rightsquigarrow \qquad V(x) = V(0) - \frac{U}{L}x$$

On exploite ensuite la conservation de l'énergie mécanique de la particule entre sa position initiale et une position x quelconque :

$$E_\mathrm{m} \underbrace{=}_{x=0} 0 + qV(0) \underbrace{=}_{x\ \mathrm{qcq}} \frac{1}{2}mv^2 + qV(x) = \frac{1}{2}mv^2 + qV(0) - q\frac{U}{L}x$$

ce qui conduit à

$$v(x) = \sqrt{\frac{2qU}{mL}x}\,.$$

B - Mouvement cyclotron

Considérons une particule de charge q quelconque, placée dans un champ magnétostatique uniforme $\vec{B} = B\vec{e}_z$, et dont le vecteur vitesse initiale $\vec{v}_0$ est orthogonal au champ magnétique. Le mouvement de la particule dans ces conditions est appelé **mouvement cyclotron**, et les paramètres caractéristiques de ce mouvement sont les **paramètres cyclotron**.

Bilan des actions mécaniques :

▷ force de Lorentz magnétique : $\vec{F}_B = q\vec{v} \wedge \vec{B}$;

▷ poids négligé de manière systématique pour une particule microscopique.

- **Le mouvement est uniforme**

D'après le théorème de l'énergie cinétique,

$$\frac{\mathrm{d}E_\mathrm{c}}{\mathrm{d}t} = q(\vec{v} \wedge \vec{B}) \cdot \vec{v} = 0 \qquad \text{donc} \qquad E_\mathrm{c} = \mathrm{cte} \qquad \text{d'où} \qquad v = ||\vec{v}|| = \mathrm{cte} = v_0\,.$$

Le mouvement cyclotron est uniforme, c'est-à-dire qu'il se fait à vitesse constante.

- **Le mouvement est circulaire**

D'après le principe fondamental de la dynamique,

$$m\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = q\vec{v} \wedge \vec{B} \qquad \text{soit} \qquad \vec{a} = \frac{q}{m}\vec{v} \wedge \vec{B}$$

Projection sur $\vec{e}_z$: toujours nulle ! Ainsi, $a_z = 0$ donc $v_z = \mathrm{cte} = 0$ car $\vec{v}_0$ est supposée orthogonale à $\vec{B}$.

⇝ le mouvement se fait uniquement dans le plan (Oxy).

Le vecteur $\vec{a}$ est ainsi de norme constante, $\vec{v}$ et $\vec{B}$ sont chacun de norme constante et toujours orthogonaux, et constamment perpendiculaire à la vitesse.

⇝ ces propriétés du vecteur accélération sont caractéristiques d'un mouvement circulaire.

> ***Remarque :*** *La démonstration explicite n'est pas immédiate : la nature circulaire du mouvement cyclotron est donc admise dans le cadre du programme de PTSI/PT.*

Raisonnons graphiquement pour trouver le sens de parcours de ce cercle. Imaginons que la particule passe en un point de sa trajectoire avec une vitesse $\vec{v}$. On construit alors la force magnétique, voir figure 1, ce qui permet d'en déduire la courbure de la trajectoire, et ainsi le sens de parcours.

⇝ une particule de charge positive parcourt la trajectoire en sens horaire ($\dot{\theta} < 0$), une particule de charge négative en sens trigonométrique ($\dot{\theta} > 0$).

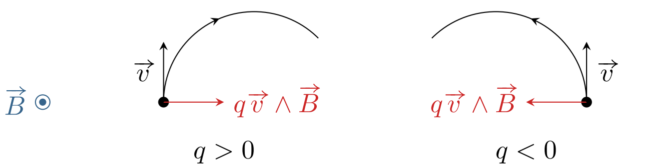

Figure 1 – Sens de parcours de la trajectoire dans un champ magnétique constant.

La trajectoire cyclotron est un cercle dont le sens de parcours dépend du signe de la charge.

- **Pulsation cyclotron**

On appelle **pulsation cyclotron** la (valeur absolue de la) vitesse angulaire de la particule. Elle s'obtient à partir du PFD en faisant apparaître « partout » la vitesse angulaire. Comme le mouvement est circulaire uniforme,

$$m\frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t} = q\vec{v} \wedge \vec{B} \qquad \rightsquigarrow \qquad -m\frac{v^2}{R_\mathrm{c}}\vec{e}_r = q(R_\mathrm{c}\dot{\theta}\vec{e}_\theta \wedge B\vec{e}_z) \qquad \rightsquigarrow \qquad -m\frac{{R_\mathrm{c}}^2\dot{\theta}^2}{R_\mathrm{c}}\vec{e}_r = qR_\mathrm{c}B\dot{\theta}\vec{e}_r\,.$$

En simplifiant l'expression ci-dessus, on en déduit

La trajectoire cyclotron est parcourue à la vitesse angulaire $\omega_\mathrm{c} = \left|\dot{\theta}\right| = \dfrac{|q|\,B}{m}$.

- **Rayon cyclotron**

On appelle **rayon cyclotron** le rayon de la trajectoire. Il s'obtient à partir du PFD en faisant apparaître « partout » la norme de la vitesse. Comme les écritures dépendent directement du signe de q, on suppose pour simplifier $q > 0$ donc $\dot\theta < 0$ soit $\vec{v} = -v\,\vec{e}_\theta$. Comme le mouvement est circulaire uniforme,

$$m\frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t} = q\vec{v} \wedge \vec{B} \qquad \rightsquigarrow \qquad -m\frac{v^2}{R_\mathrm{c}}\,\vec{e}_r = q(-v\,\vec{e}_\theta \wedge B\,\vec{e}_z) \qquad \rightsquigarrow \qquad -m\frac{v^2}{R_\mathrm{c}}\,\vec{e}_r = -qvB\,\vec{e}_r\,.$$

En simplifiant cette expression, on en déduit

La trajectoire cyclotron a pour rayon $R_\mathrm{c} = \dfrac{mv}{|q|\,B}$.

- **Lien entre pulsation et rayon cyclotron**

La pulsation et le rayon cyclotron sont reliés de manière très simple :

$$||\vec{v}|| = R\left|\dot\theta\right| \qquad \rightsquigarrow \qquad v = R_\mathrm{c}\omega_\mathrm{c}$$

Quand on connaît l'un, il est donc inutile de repasser par le PFD pour exprimer l'autre.

Questions de cours

R5.1 - On considère un système de deux électrodes planes parallèles (type condensateur) distantes de L le long de l'axe (Ox). Elles sont soumises à une tension $U = V(0) - V(L)$. Une particule de charge q est lâchée sans vitesse de l'électrode située en $x = 0$, on souhaite qu'elle atteigne la deuxième.
▷ Quel doit être le signe de U pour que ce soit possible ?
▷ Déterminer la vitesse avec laquelle l'électrode située en $x = L$ est atteinte.

R5.2 - On considère une particule de charge $q > 0$ dans un champ magnétostatique uniforme $\vec{B} = B\,\vec{e}_z$. On **admet** que la trajectoire est circulaire, parcourue *en sens horaire* autour de (Oz), et on suppose le vecteur vitesse initiale perpendiculaire au champ magnétique : $\vec{v}_0 = -v_0\,\vec{e}_\theta$.
▷ Montrer que le mouvement est uniforme.
▷ Déterminer la pulsation cyclotron et le rayon cyclotron.