Rotation et moment cinétique

Plan du cours

Ce que vous devez savoir et savoir faire

- ▷ Déterminer simplement le moment cinétique d'un système par rapport à un point et par rapport à un axe orienté.
- ▷ Relier la direction et le sens du vecteur moment cinétique aux caractéristiques du mouvement.
- ▷ Maîtriser le caractère algébrique du moment cinétique scalaire et le relier aux caractéristiques du mouvement.
- ▷ Connaître et exploiter la relation entre moment cinétique scalaire, vitesse angulaire de rotation et moment d'inertie fourni. Aucun moment d'inertie n'est à connaître.

- ▷ Déterminer le moment d'une force par rapport à un point.
- ▷ Déterminer le moment d'une force par rapport à un axe orienté en utilisant une projection ou le bras de levier.
- ▷ Définir un couple.
- ▷ Définir une liaison pivot et savoir justifier le moment qu'elle peut produire.
- ▷ Savoir qu'un moteur ou un frein contiennent un stator pour qu'un couple puisse s'exercer sur le rotor.

- ▷ Connaître et exploiter le théorème du moment cinétique en un point fixe dans un référentiel galiléen.
- ▷ Connaître et exploiter le théorème scalaire du moment cinétique appliquée au solide en rotation autour d'un axe fixe orienté dans un référentiel galiléen.
- ▷ Identifier les cas de conservation du moment cinétique.

- ▷ Connaître et exploiter la relation entre énergie cinétique d'un solide en rotation, vitesse angulaire de rotation et moment d'inertie fourni. Aucun moment d'inertie n'est à connaître.
- ▷ Connaître et exploiter le théorème de l'énergie cinétique pour un solide en rotation.
- ▷ Savoir établir l'équivalence entre le théorème scalaire du moment cinétique et celui de l'énergie cinétique.

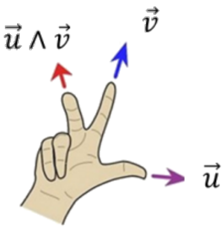
- ▷ Établir l'équation du mouvement d'un pendule pesant.
- ▷ Établir et expliquer qualitativement l'analogie avec l'équation de l'oscillateur harmonique.
- ▷ Interpréter l'énergie mécanique comme une intégrale première du mouvement.
- ▷ Interpréter le portrait de phase en termes de bifurcation entre un mouvement pendulaire et un mouvement révolutif.
- ▷ En utilisant un code d'intégration numérique, mettre en évidence le non-isochronisme des grandes oscillations et le relier qualitativement à leur non-harmonicité : cf. cours sur le pendule simple.

Étienne Thibierge, 12 mars 2018, www.etienne-thibierge.fr

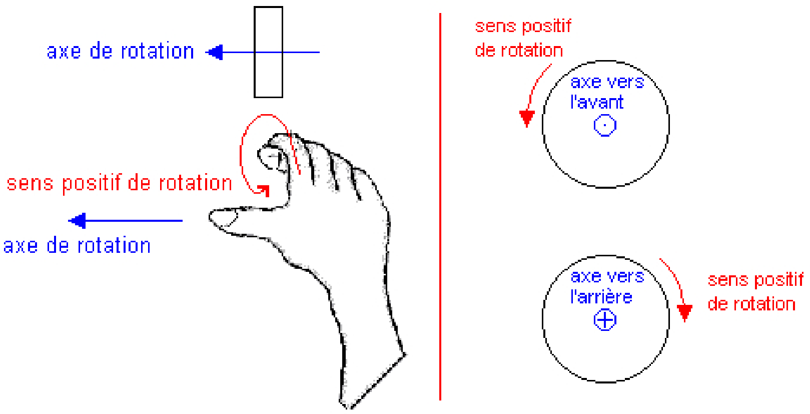
Questions de cours pour les colles

- Définir le moment cinétique d'un point matériel par rapport à un point et/ou à un axe et relier sa direction, son sens et/ou son signe aux caractéristiques du mouvement.
- Définir le moment d'une force par rapport à un axe et l'exprimer en fonction du bras de levier. Définir un couple.
- Énoncer le théorème du moment cinétique par rapport à un point fixe et/ou un axe fixe pour un point matériel et/ou un solide en rotation.
- Énoncer le théorème de l'énergie cinétique pour un solide en rotation autour d'un axe fixe et montrer qu'il est équivalent à la loi du moment cinétique scalaire.
- Établir l'équation du mouvement du pendule pesant par application du théorème du moment cinétique et/ou par conservation de l'énergie mécanique.

Synthèse : Règles de la main droite



(a) Règle de la main droite pour déterminer la direction et le sens du produit vectoriel.



(b) Règle de la main droite pour orienter un axe et le sens de rotation autour de cet axe.

Synthèse : Analogies entre translation et rotation

Translation rectiligne	**Rotation autour d'un axe fixe**
z direction du mouvement	z axe de rotation
Position z Vitesse $\dot{z}$	Angle θ Vitesse angulaire $\dot{\theta}$
Masse m Quantité de mouvement $p_z = m\dot{z}$ Composantes des forces $F_{i,z}$	Moment d'inertie J Moment cinétique $L_z = J\dot{\theta}$ Moments et couples $\mathcal{M}_{z,i}$
Loi de la quantité de mouvement : $\dfrac{\mathrm{d}p_z}{\mathrm{d}t} = m\ddot{z} = \sum F_{i,z}$	Loi du moment cinétique scalaire : $\dfrac{\mathrm{d}L_z}{\mathrm{d}t} = J\ddot{\theta} = \sum \mathcal{M}_{z,i}$
Puissance d'une force $\mathcal{P} = F_z\dot{z}$ Travail $W = \displaystyle\int_{z_A}^{z_B} F_z \mathrm{d}z$ Énergie cinétique $E_\mathrm{c} = \dfrac{1}{2}m\dot{z}^2$	Puissance d'un moment $\mathcal{P} = \mathcal{M}_z\dot{\theta}$ Travail $W = \displaystyle\int_{\theta_A}^{\theta_B} \mathcal{M}_z \mathrm{d}\theta$ Énergie cinétique $E_\mathrm{c} = \dfrac{1}{2}J\dot{\theta}^2$
Loi de la puissance cinétique : $\dfrac{\mathrm{d}E_\mathrm{c}}{\mathrm{d}t} = \displaystyle\sum_i \mathcal{P}(F_i)$ $\rightsquigarrow$ même équation que le PFD	Loi de la puissance cinétique : $\dfrac{\mathrm{d}E_\mathrm{c}}{\mathrm{d}t} = \displaystyle\sum_i \mathcal{P}(\mathcal{M}_i)$ $\rightsquigarrow$ même équation que le TMC
Loi intégrale de l'énergie cinétique : $\dfrac{1}{2}mv_B^2 - \dfrac{1}{2}mv_A^2 = \sum_i W(F_i)$	Loi intégrale de l'énergie cinétique : $\dfrac{1}{2}J\dot{\theta}_B^2 - \dfrac{1}{2}J\dot{\theta}_A^2 = \sum_i W(\mathcal{M}_i)$

Étienne Thibierge, 12 mars 2018, www.etienne-thibierge.fr