Fondements de la mécanique du point

Exercices

Exercice 1 : Course de voitures télécommandées [♦♦◊]

Anatole et Barnabé comparent les performances des voitures télécommandées que le Père Noël leur a apporté. La voiture d'Anatole a une accélération de $2\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$ alors que celle de Barnabé accélère à $3\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$, mais la voiture d'Anatole peut atteindre $12\,\mathrm{km\cdot h^{-1}}$ alors que celle de Barnabé plafonne à $10\,\mathrm{km\cdot h^{-1}}$.

1 - Qui gagne la course dans l'allée du jardin, longue de $15\,\mathrm{m}$?

2 - Grand prince, le gagnant accorde une revanche à son malheureux adversaire et lui laisse même choisir la distance de la course. Quelle distance le perdant doit-il proposer pour être sûr de gagner ?

Exercice 2 : Ballon sonde [♦♦◊]

On modélise un ballon sonde par un point matériel de coordonées $(x(t), z(t))$. Le ballon est lâché depuis le point O à l'instant $t = 0$. Il acquiert quasi-instantanément une vitesse verticale v_0 qui demeure constante tout au long du mouvement. Le vent lui communique une vitesse horizontale $v_x > 0$, orientée suivant l'axe (Ox), et proportionnelle à son altitude $z > 0$ mesurée par rapport au niveau du sol : $v_x = z/\tau$ où $\tau > 0$ est homogène à un temps.

1 - Écrire et résoudre l'équation différentielle vérifiée par $z(t)$.

2 - Écrire et résoudre l'équation différentielle vérifiée par $x(t)$, à exprimer en fonction de v_0 et τ.

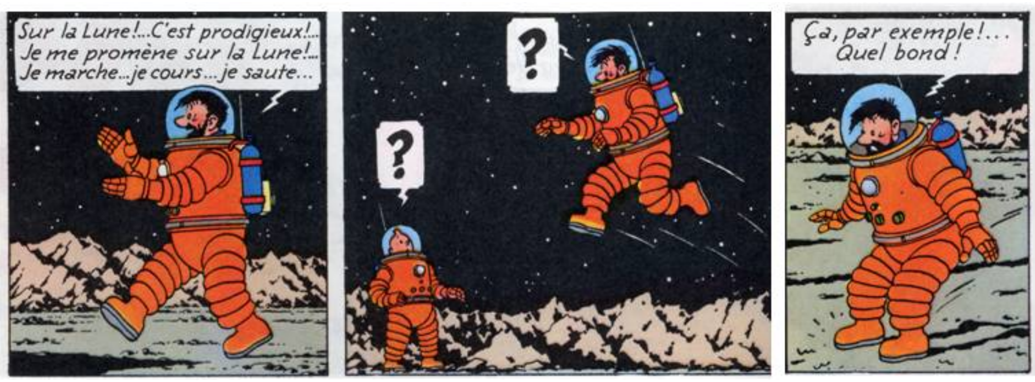
3 - En déduire l'équation $z(x)$ de la trajectoire du ballon sonde.

4 - Représenter cette trajectoire, et représenter le vecteur vitesse du ballon sonde à trois instants différents.

5 - Exprimer les composantes de l'accélération du ballon sonde.

Exercice 3 : « Ça par exemple ! Quel bond ! » [♦♦◊]

Dans l'album de Tintin *On a marché sur la Lune*, le capitaine Haddock s'étonne de pouvoir faire un bond beaucoup plus grand que sur la Terre. Le but de cet exercice est de déterminer la longueur de ce bond.



On assimile le mouvement du capitaine Haddock à celui de son centre d'inertie. Il saute depuis le sol lunaire avec une vitesse initiale v_0 faisant un angle $\alpha = 30°$ avec le sol. On note g_L l'accélération de la pesanteur à la surface de la Lune, environ six fois plus faible que sur Terre.

1 - Établir l'équation du mouvement.

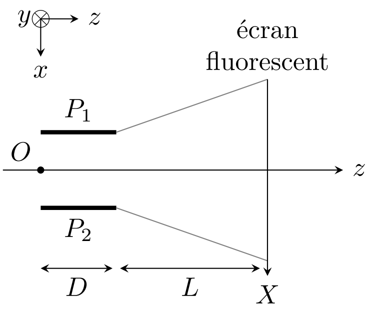
2 - En déduire l'équation de la trajectoire du centre d'inertie du capitaine Haddock.

3 - Exprimer la distance L qu'il a parcourue en sautant en fonction de v_0, α et g_L.

4 - En supposant que le capitaine Haddock est capable de sauter 1,5 m sur Terre et en admettant qu'il n'est pas gêné par son scaphandre, déterminer numériquement la distance L.

Exercice 4 : Oscilloscope analogique [♦♦♦]

Dans une époque pas si reculée où la touche AUTOSCALE n'existait pas, les oscilloscopes analogiques exploitaient la déviation d'un faisceau d'électron sous l'effet d'une tension à imager sur un écran. Cet exercice propose de comprendre le principe de fonctionnement de ces anciens oscilloscopes. Dans tout l'exercice, on se place dans le référentiel terrestre, auquel est associé un repère $(O, \vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z)$.



Une zone de champ électrique uniforme est établie entre deux plaques P_1 et P_2, le champ est supposé nul en dehors de cette zone et les effets de bord sont négligés. La distance entre les plaques est notée d, la longueur des plaques D et on note U la tension (supposée constante et positive) entre les plaques, égale à la tension d'entrée de l'oscilloscope. On admet que le champ électrique entre les plaques s'écrit

$$\vec{E} = -\frac{U}{d}\vec{u}_x\,.$$

Des électrons accélérés au préalable pénètrent en O la zone où existe le champ avec une vitesse $\vec{v_0} = v_0\vec{u}_z$ selon l'axe Oz. On suppose leur poids négligeable devant la force électrique.

1 - Exprimer la force subie par les électrons lorsqu'ils se trouvent entre les plaques.

2 - Établir l'équation de la trajectoire $x = f(z)$ de l'électron dans la zone du champ en fonction de d, U et v_0.

3 - Déterminer les coordonnées du point de sortie K de la zone de champ et les composantes de la vitesse en ce point.

4 - Montrer que dans la zone entre les plaques chargées et l'écran fluorescent le mouvement est rectiligne uniforme.

5 - On note L la distance entre la sortie de la zone de champ et l'écran fluorescent. Déterminer l'abscisse x_I du point d'impact I de l'électron sur l'écran en fonction de U, v_0, D, d et L.

6 - À la lumière des questions précédentes, expliquer le principe de fonctionnement d'un oscilloscope analogique. Proposer une solution permettant d'obtenir un chronogramme sur l'écran et pas seulement un point.

Annale de concours

Exercice 5 : Électron dans un champ électromagnétique [ENAC 2016, ♦♦◊]

> *L'épreuve écrite du concours ENAC est un QCM sans calculatrice. Pour chaque question, entre 0 et 2 proposition(s) sont juste(e).*

Un électron de masse $m_e \simeq 10^{-30}$ kg et de charge $e \simeq -2 \cdot 10^{-19}$ C pénètre, avec un vecteur vitesse $\vec{v}_0$, dans une région où règnent un champ électrostatique $\vec{E}$ et un champ magnétostatique $\vec{B}$ uniformes, orthogonaux entre eux et à $\vec{v}_0$. Précisément, dans la base directe $\{\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z\}$ du repère cartésien $Oxyz$ (x, y et z sont les coordonnées cartésiennes de l'électron), $\vec{E} = E\vec{e}_x$, $\vec{B} = B\vec{e}_y$ et $\vec{v}_0 = v_0\vec{e}_z$, E, B et v_0 étant positifs. L'origine O du repère cartésien est prise à l'endroit où l'électron pénètre dans la région des champs. La norme v_0 de sa vitesse est de $1000\,\mathrm{km\cdot s^{-1}}$.

1 - On considère dans un premier temps que $B = 0$, de sorte que l'électron n'est soumis qu'au champ électrique $\vec{E}$. Quelle est l'équation vectorielle du mouvement ? Dans les propositions ci-dessous, $\vec{a}$ est le vecteur accélération.

(a) $\vec{a} = \dfrac{e\vec{E}}{m_e}$. (b) $\vec{a} = \dfrac{\vec{E}}{em_e}$. (c) $\vec{a} = -em_e\vec{E}$. (d) $\vec{a} = -\dfrac{e\vec{E}}{m_e}$.

2 - Quelles sont la nature et l'équation de la trajectoire de l'électron ?

(a) La trajectoire est une portion de parabole d'équation $\dfrac{eE}{m_e}\left(\dfrac{z}{v_0}\right)^2$.

(b) La trajectoire est une portion de droite d'équation $\dfrac{eE}{m_e}\dfrac{z}{v_0}$.

(c) La trajectoire est une portion de parabole d'équation $\dfrac{-eE}{2m_e}\left(\dfrac{z}{v_0}\right)^2$.

(d) La trajectoire est une portion de droite d'équation $\dfrac{-eE}{2m_e}\dfrac{z}{v_0}$.

3 - On place un écran d'observation parallèlement au plan Oxy en $z_0 = 0{,}2$ m. Sachant que $E = 10\,\mathrm{V\cdot m^{-1}}$, calculer l'abscisse x_e de l'impact de l'électron sur l'écran.

(a) $x_e \simeq 4$ mm. (b) $x_e \simeq -4$ mm. (c) $x_e \simeq 4$ cm. (d) $x_e \simeq -4$ cm.

Fondements de la mécanique du point

Exercices

Exercice 1 : Course de voitures télécommandées

1 Pour connaître le nom du gagnant, il faut déterminer les lois horaires donnant la position des deux voitures. Les deux mouvements sont du même type : après une première phase uniformément accélérée d'accélération a, le mouvement devient ensuite rectiligne uniforme à la vitesse v. Notons x la position d'une des voitures. Supposons par ailleurs que les voitures partent de $x = 0$ sans vitesse initiale. Dans la première phase,

$$\ddot{x} = a \qquad \text{donc} \qquad \dot{x} = at + 0 \qquad \text{et} \qquad x = \frac{1}{2}at^2 + 0$$

Le temps τ au bout quel la voiture atteint sa vitesse limite v vaut $\tau = v/a$ et la position atteinte par la voiture vaut $x_0 = v^2/2a$. Numériquement,

$$x_{0,A} = \frac{v_A^2}{2a_A} = 2{,}8\,\mathrm{m} \qquad \text{et} \qquad x_{0,B} = 1{,}3\,\mathrm{m}$$

Les deux voitures atteignent donc leur vitesse limite, et il faut étudier la seconde phase du mouvement. Dans cette seconde phase, $t > \tau$, le mouvement est rectiligne uniforme à la vitesse maximale v que peut atteindre la voiture, donc

$$\dot{x} = v \qquad \text{et} \qquad x(t) = vt + C$$

La constante d'intégration C se trouve à partir de la condition initiale

$$x(\tau) = \frac{v^2}{2a} \qquad \text{soit} \qquad v\tau + C = \frac{v^2}{2a} \qquad \text{donc} \qquad v\frac{v}{a} + C = \frac{v^2}{2a} \qquad \text{et} \qquad C = -\frac{v^2}{2a}$$

Finalement, on trouve la loi horaire « complète », mais valable seulement pour $t > \tau$,

$$x(t) = vt - \frac{v^2}{a}\,.$$

Le temps t_{arr} au bout duquel les voitures ont parcouru la longueur L de l'allée s'en déduit,

$$L = vt_{\mathrm{arr}} - \frac{v^2}{a} \qquad \text{d'où} \qquad \boxed{t_{\mathrm{arr}} = \frac{L}{v} + \frac{v}{2a}\,.}$$

Numériquement,

$$t_{\mathrm{arr,A}} = \frac{L}{v_A} + \frac{v_A}{2a_A} = 3{,}8\,\mathrm{s} \qquad \text{et} \qquad t_{\mathrm{arr,B}} = \frac{L}{v_B} + \frac{v_B}{2a_B} = 4{,}0\,\mathrm{s}$$

C'est donc Anatole qui gagne.

> *Attention à bien faire les conversions des vitesses en $\mathrm{m \cdot s^{-1}}$ pour l'application numérique.*

2 Barnabé l'emporte si $t_{\mathrm{arr,B}} < t_{\mathrm{arr,A}}$, donc si

$$\frac{L'}{v_B} + \frac{v_B}{2a_B} < \frac{L'}{v_A} + \frac{v_A}{2a_A} \qquad \text{soit} \qquad L'\left(\frac{1}{v_B} - \frac{1}{v_A}\right) < \frac{v_A}{2a_A} - \frac{v_B}{2a_B}$$

et enfin en réduisant au même dénominateur

$$\boxed{L' < \left(\frac{v_A}{2a_A} - \frac{v_B}{2a_B}\right)\frac{v_A\,v_B}{v_A - v_B} = 6{,}2\,\mathrm{m}}$$

Il est normal de trouver $L' < L$: la voiture de Barnabé accélère plus vite que celle d'Anatole, mais cet avantage se perd avec la distance.

Exercice 2 : Ballon sonde

1 D'après l'énoncé, $v_z = v_0$ constante. L'équation différentielle s'écrit donc

$$\boxed{\dot{z} = v_0\,.}$$

▷ *Forme générale des solutions :* par intégration,

$$z(t) = v_0 t + C \qquad \text{avec} \qquad C \text{ constante.}$$

▷ *Condition initiale :* le ballon est lâché du point O, donc $z(0) = 0$.
▷ *Détermination de la constante :*

$$z(0) \underbrace{=}_{\text{sol}} C \underbrace{=}_{\text{CI}} 0 \qquad \text{d'où} \qquad C = 0\,.$$

▷ *Conclusion :*

$$\boxed{z(t) = v_0 t\,.}$$

2 Par ailleurs, $v_x = z/\tau$ et en injectant l'expression de z déterminée à la question précédente, on aboutit à

$$\boxed{\dot{x} = \frac{v_0 t}{\tau}\,.}$$

▷ *Forme générale des solutions :* par intégration,

$$x(t) = \frac{v_0 t^2}{2\tau} + C' \qquad \text{avec} \qquad C' \text{ constante.}$$

▷ *Condition initiale :* le ballon est lâché du point O, donc $x(0) = 0$.
▷ *Détermination de la constante :*

$$x(0) \underbrace{=}_{\text{sol}} C' \underbrace{=}_{\text{CI}} 0 \qquad \text{d'où} \qquad C' = 0\,.$$

▷ *Conclusion :*

$$\boxed{x(t) = \frac{v_0 t^2}{2\tau}\,.}$$

3 Comme le ballon sonde est lâché depuis $x = 0$ et qu'à tout instant $v_x \geq 0$, alors $x(t) > 0$ pour tout t. En inversant la loi horaire sur x, on obtient

$$t = \sqrt{\frac{2\tau x}{v_0}}\,,$$

puis on remplace dans l'expression de z,

$$z(x) = v_0 \sqrt{\frac{2\tau x}{v_0}} \qquad \text{soit} \qquad \boxed{z(x) = \sqrt{2 v_0 \tau\, x}\,.}$$

4 Voir figure 1

Méthode de construction du vecteur vitesse *On utilise d'une part que $\vec{v}$ est tangent à la trajectoire, d'autre part que v_z est constante. En chaque point où l'on souhaite tracer $\vec{v}$, on construit d'abord la composante verticale, qui est égale en tout point. On trace ensuite le vecteur tangent à la trajectoire qui a cette composante verticale.*

5 Par dérivation des composantes de la vitesse, on trouve

$$\boxed{a_x = \ddot{x} = \frac{v_0}{\tau} \qquad \text{et} \qquad a_z = \ddot{z} = 0\,.}$$

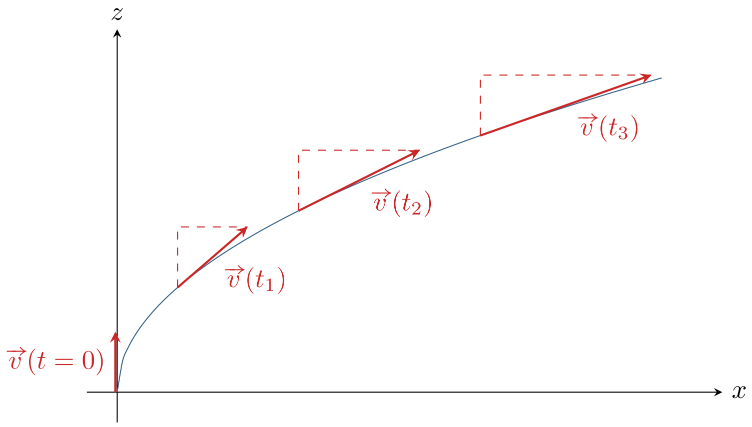


Figure 1 – Trajectoire du ballon sonde. Les traits pointillés indiquent la construction du vecteur vitesse.

Exercice 3 : « Ça par exemple ! Quel bond ! »

1 On étudie le mouvement du capitaine Haddock, modélisé par un point matériel M de masse m en évolution dans le référentiel lunaire $\mathcal{R}$, supposé galiléen. Il n'est soumis qu'à son propre poids $\vec{P} = m\vec{g}_L$. D'après la loi de la quantité de mouvement,

$$m\vec{a}_{M/\mathcal{R}} = \vec{P} = m\vec{g}_L \qquad \text{soit} \qquad \vec{a}_{M/\mathcal{R}} = \vec{g}_L$$

Le mouvement étant uniformément accéléré, il va être plan, le repérage le plus naturel pour l'étudier est un repérage cartésien dont un axe est confondu avec l'accélération et l'origine à la position initiale du capitaine Haddock. On peut alors construire le schéma figure 2, où on représente à la fois la situation initiale pour introduire les notations et une situation quelconque.

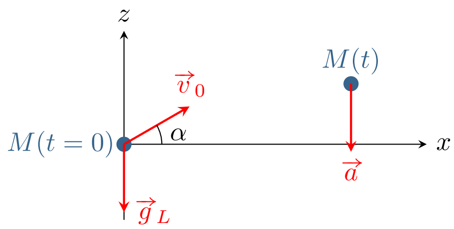


Figure 2 – Saut du capitaine Haddock sur la Lune.

En projection, la loi de la quantité de mouvement donne (les constantes se déterminent à partir des conditions initiales)

$$\begin{cases} m\ddot{x} = 0 \\ m\ddot{z} = -m\,g_L \end{cases} \qquad \text{donc} \qquad \begin{cases} \dot{x} = \text{cte} = v_0\cos\alpha \\ \dot{z} = -g_L t + \text{cte} = g_L t + v_0 \sin\alpha \end{cases}$$

et finalement

$$\boxed{\begin{cases} x = v_0\cos\alpha\, t + \text{cte} = v_0\cos\alpha\, t \\ z = -\dfrac{1}{2}g_L t^2 + v_0\sin\alpha\, t + \text{cte} = -\dfrac{1}{2}g_L t^2 + v_0\sin\alpha\, t \end{cases}}$$

2 D'après l'équation du mouvement en x,

$$t = \frac{x}{v_0\cos\alpha}\,.$$

En insérant ce résultat dans l'équation sur z, on trouve l'équation de la trajectoire

$$z = -\frac{1}{2}g_L\frac{x^2}{{v_0}^2\cos^2\alpha} + v_0\sin\alpha\,\frac{x}{v_0\cos\alpha} \qquad \text{soit} \qquad \boxed{z = -\frac{g_L}{2{v_0}^2\cos^2\alpha}x^2 + \tan\alpha\, x}$$

3 La distance L parcourue par la capitaine Haddock en sautant est telle que $z(L) = 0$, c'est-à-dire

$$0 = L\left(-\frac{g_L}{2{v_0}^2\cos^2\alpha}L + \tan\alpha\right)$$

Mathématiquement, $L = 0$ est solution, mais c'est bien sûr le point de départ du saut. La solution physiquement pertinente est donc telle que

$$-\frac{g_L}{2{v_0}^2\cos^2\alpha}L + \tan\alpha = 0 \qquad \text{soit} \qquad L = \frac{2{v_0}^2\cos^2\alpha\tan\alpha}{g_L} = \frac{2{v_0}^2\cos\alpha\sin\alpha}{g_L}$$

et finalement

$$\boxed{L = \frac{{v_0}^2\sin 2\alpha}{g_L}}$$

> *Rappel mathématique :* $2\sin\alpha\cos\alpha = \sin 2\alpha$

4 La distance L' que le capitaine Haddock parcourrait sur Terre avec le même saut serait

$$L' = \frac{{v_0}^2\sin 2\alpha}{g_T}$$

Ainsi,

$$\boxed{L = \frac{g_T}{g_L}L' = 6L' = 9\,\mathrm{m}\,.}$$

Exercice 4 : Oscilloscope analogique

1 La force de Lorentz électrique s'exprime simplement comme

$$\overrightarrow{F} = -e\overrightarrow{E} = \frac{eU}{d}\,\overrightarrow{u}_x\,.$$

2 ▷ Système : électron de masse m ;

▷ Référentiel : terrestre, considéré galiléen.

▷ Bilan des forces : uniquement la force électrique.

▷ Application du PFD : comme ni la force électrique, ni la vitesse initiale n'ont de composante sur $\overrightarrow{u}_y$ alors le mouvement de l'électron est limité au plan (xOz). Les projections s'écrivent

$$\begin{cases} m\ddot{x} = \dfrac{e\,U}{d} \\ m\ddot{z} = 0 \end{cases}$$

▷ Première intégration pour trouver la vitesse :

→ Forme générale des solutions :

$$\begin{cases} \dot{x} = \dfrac{e\,U}{m\,d}\,t + C_x \\ \dot{z} = C_z \end{cases}$$

→ Condition initiale : $\overrightarrow{v}(t=0) = v_0\,\overrightarrow{u}_z$.

→ Détermination des constantes :

$$\dot{x}(0) \underbrace{=}_{\text{sol}} C_x \underbrace{=}_{\text{CI}} 0 \qquad \text{et} \qquad \dot{z}(0) \underbrace{=}_{\text{sol}} C_z \underbrace{=}_{\text{CI}} v_0$$

→ Conclusion :

$$\begin{cases} \dot{x} = \dfrac{e\,U}{m\,d}\,t \\ \dot{z} = v_0 \end{cases}$$

▷ Deuxième intégration pour trouver les lois horaires :

→ Forme générale des solutions :

$$\begin{cases} x = \dfrac{e\,U}{2\,m\,d}\,t^2 + C'_x \\ z = v_0\,t + C'_z \end{cases}$$

→ Condition initiale : l'électron se trouve initialement en O.

→ Détermination des constantes :

$$x(0) \underbrace{=}_{\text{sol}} C'_x \underbrace{=}_{\text{CI}} 0 \qquad \text{et} \qquad z(0) \underbrace{=}_{\text{sol}} C'_z \underbrace{=}_{\text{CI}} 0$$

→ Conclusion :

$$\begin{cases} Xx = \dfrac{e\,U}{2\,m\,d}\,t^2 \\ z = v_0\,t \end{cases}$$

▷ Trajectoire : il faut éliminer t de l'une de ces équations, ce qui se fait en remplaçant t par z/v_0 dans l'équation portant sur x, d'où

$$\boxed{x = \frac{e\,U}{2\,m\,d\,{v_0}^2}\,z^2}$$

3 Comme les plaques ont pour longueur D, alors on a forcément

$$\boxed{z_K = D \qquad \text{et} \qquad x_K = \frac{e\,U}{2\,m\,d\,{v_0}^2}\,D^2\,.}$$

Le plus simple pour déterminer la vitesse en sortie est de déduire l'instant $t_K = z_K/v_0 = D/v_0$ où la particule passe par K de la loi horaire et de le substituer dans la loi de vitesse, ce qui donne

$$\boxed{\dot{x}_K = \frac{e\,U\,D}{m\,d\,v_0} \qquad \text{et} \qquad \dot{z}_K = v_0}$$

4 En supposant la vitesse v_K suffisamment élevée pour que l'effet du poids de la particule puisse être négligé, celle-ci n'est soumise à aucune force. **Son mouvement est alors rectiligne uniforme.**

5 Comme le mouvement est rectiligne uniforme, on sait qu'à tout instant

$$\dot{x}(t) = \dot{x}_K = \frac{e\,U\,D}{m\,d\,v_0} \qquad \text{et} \qquad \dot{z}(t) = \dot{z}_K = v_0\,.$$

Si on rédéfinit l'instant $t = 0$ comme l'instant auquel l'électron atteint le point K, on peut intégrer ces équations différentielles.

▷ Forme générale des solutions :

$$\begin{cases} x(t) = \dfrac{e\,U\,D}{m\,d\,v_0}\,t + C_x \\ z(t) = v_0 t + C_z \end{cases}$$

▷ Condition initiale : attention, l'instant $t = 0$ a été redéfini, donc

$$x(0) = x_K = \frac{e\,U}{2\,m\,d\,{v_0}^2}\,D^2 \qquad \text{et} \qquad z(0) = z_K = D\,.$$

▷ Détermination des constantes :

$$x(0) \underbrace{=}_{\text{sol}} C_x \underbrace{=}_{\text{CI}} \frac{e\,U}{2\,m\,d\,{v_0}^2}\,D^2 \qquad \text{et} \qquad z(0) \underbrace{=}_{\text{sol}} C_z \underbrace{=}_{\text{CI}} D\,.$$

▷ Conclusion :

$$\begin{cases} x(t) = \dfrac{e\,U\,D}{m\,d\,v_0}\left(t + \dfrac{D}{2v_0}\right) \\ z(t) = v_0 t + D \end{cases}$$

L'électron atteint l'écran à l'instant $t^\star$ tel que $z(t^\star) = D + L$ soit $t^\star = L/v_0$. On en déduit alors

$$x_I = x(t^\star) = \frac{e\,U\,D}{m\,d\,v_0}\left(\frac{L}{v_0} + \frac{D}{2v_0}\right) \qquad \text{d'où} \qquad \boxed{X_I = \frac{e\,U\,D}{m\,d\,{v_0}^2}\left(L + \frac{D}{2}\right)\,.}$$

Méthode plus rapide, plus élégante ... mais plus subtile :

Notons α l'inclinaison du vecteur vitesse de la particule par rapport à l'axe z en K. Ainsi, en notant v_K sa norme, on a $\dot{z}_K = v_K \cos\alpha$ et $\dot{x}_K = v_K \sin\alpha$, soit

$$\tan\alpha = \frac{\dot{x}_K}{\dot{z}_K} = \frac{e\,U\,D}{m\,d\,v_0^2}$$

Lorsque la particule avance de L le long de l'axe z, elle se déplace de δ dans la direction x avec

$$\delta = L\tan\alpha = \frac{L\,e\,U\,D}{m\,d\,v_0^2}\,,$$

ce qui donne au final $X_I = x_K + \delta$ soit

$$\boxed{X_I = \left(\frac{D}{2} + L\right)\frac{e\,D}{m\,d\,v_0^2}U\,.}$$

6 L'abscisse du point d'impact x_I sur l'écran est proportionnelle à la tension et permet donc de la visualiser directement. Pour obtenir un chronogramme sur l'écran et pas seulement un point, il faut d'une part que la fluorescence dure suffisamment longtemps, et d'autre part que la direction d'émission des électrons varie au cours du temps. Cela est assuré par deux autres plaques alimentées par une tension alternative dépendant de la base de temps qui dévient les électrons le long de la direction y.

Annale de concours

Exercice 5 : Électron dans un champ électromagnétique [ENAC 2016]

Comme un QCM n'appelle aucune justification, il faut absolument privilégier l'analyse physique aux calculs, ce qui permet de répondre rapidement à certaines questions.

1 On raisonne sur l'électron, soumis à la seule force de Lorentz. Par application de la loi de la quantité de mouvement,

$$m_e\vec{a} = -e\vec{E} \qquad \text{d'où} \qquad \boxed{\vec{a} = -\frac{e\vec{E}}{m_e}}$$

$\rightsquigarrow$ réponse (d).

2 Intégrons vectoriellement l'équation du mouvement en tenant directement compte des conditions initiales,

$$\frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t} = -\frac{e\vec{E}}{m_e} \qquad \text{donc} \qquad \vec{v} = -\frac{e\vec{E}}{m_e}t + \vec{v}_0$$

puis

$$\overrightarrow{OM} = -\frac{e\vec{E}}{2m_e}t^2 + \vec{v}_0 t + \vec{0}\,.$$

En projetant sur l'axe x,

$$\begin{cases} x = -\dfrac{eE}{2m_e}t^2 \\ y = 0 \\ z = v_0 t \end{cases} \qquad \text{d'où} \qquad \boxed{x = -\frac{eE}{2m_e}\left(\frac{z}{v_0}\right)^2\,.}$$

$\rightsquigarrow$ réponse (c).

3 Réponse (d).