Lentilles

Exercice 1 : Construction d'images

1 | 2 |

▹ *Constructions géométriques.*

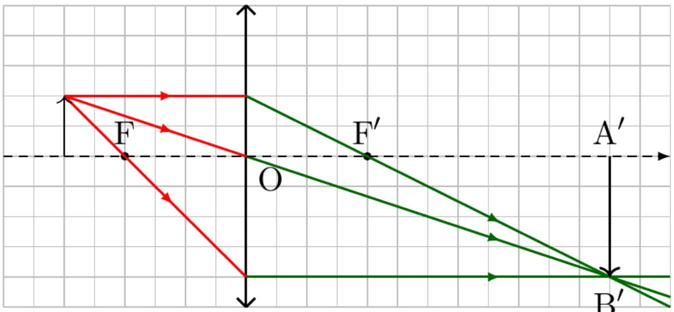


Image retournée et agrandie

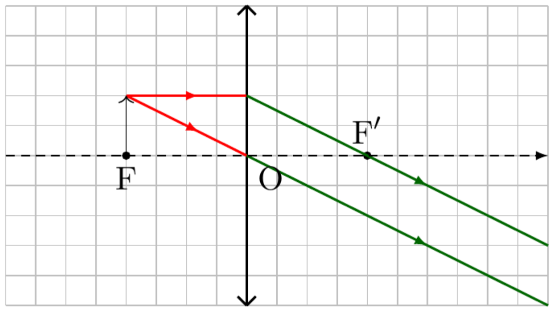
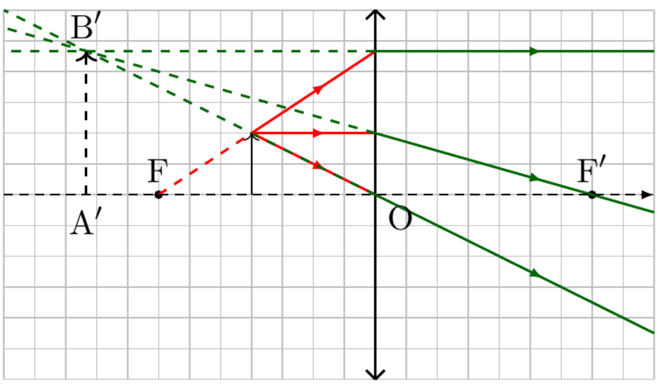
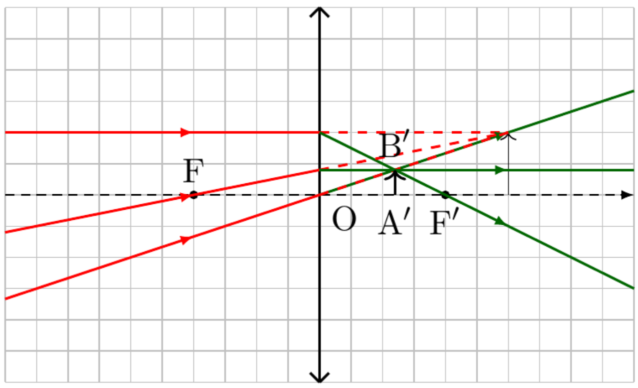
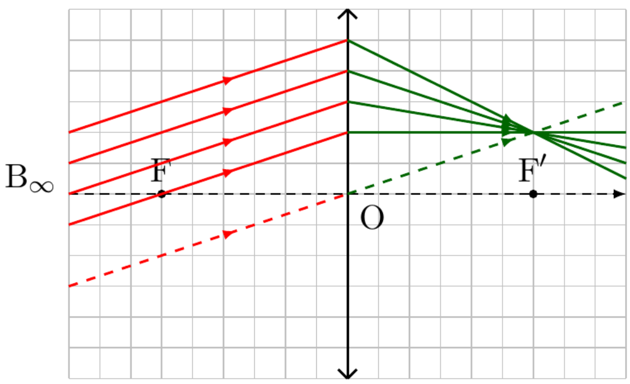


Image à l'infini





Objet virtuel, image réelle



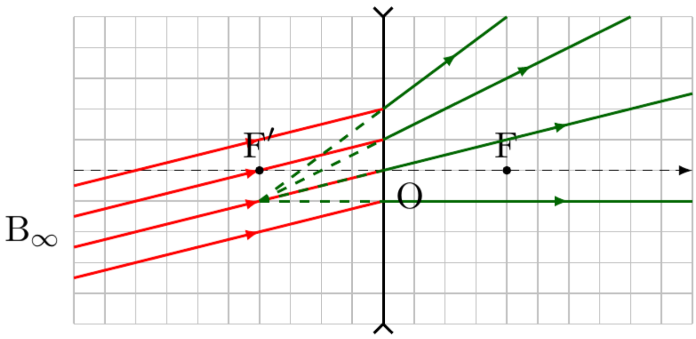


Image virtuelle dans le plan focal image

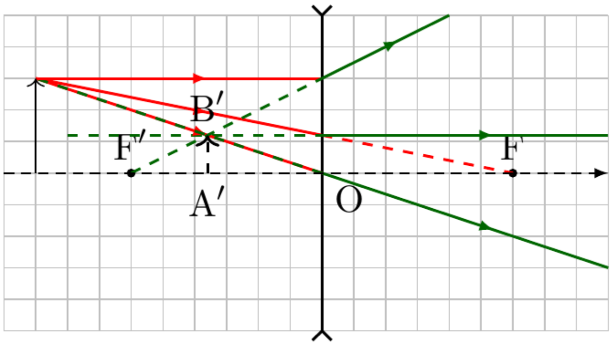


Image virtuelle rétrécie

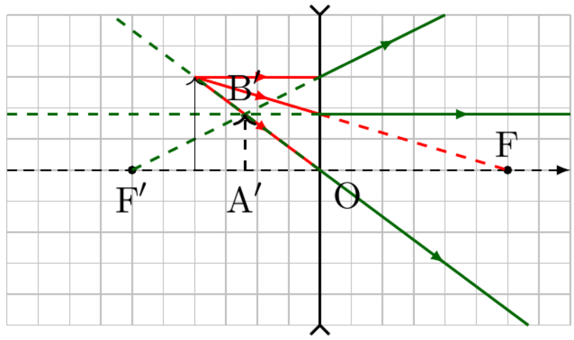


Image virtuelle rétrécie

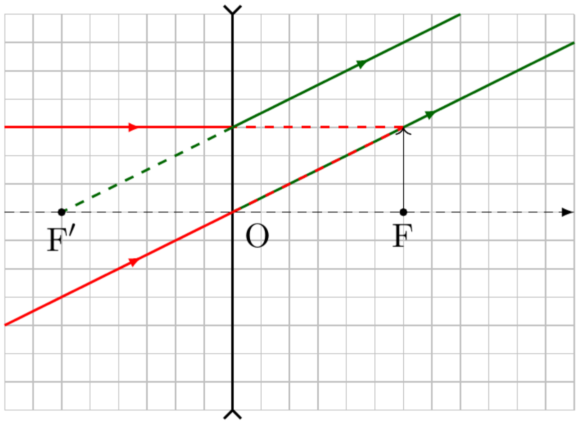


Image à l'infini

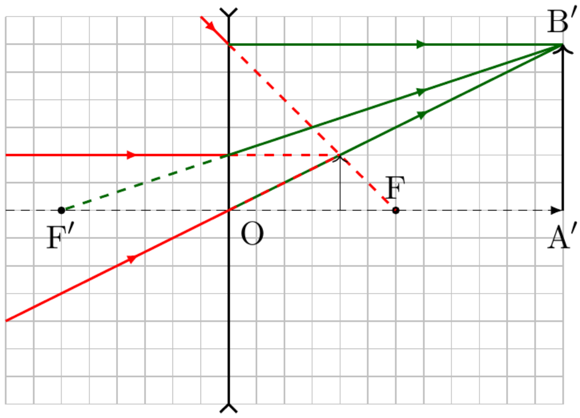


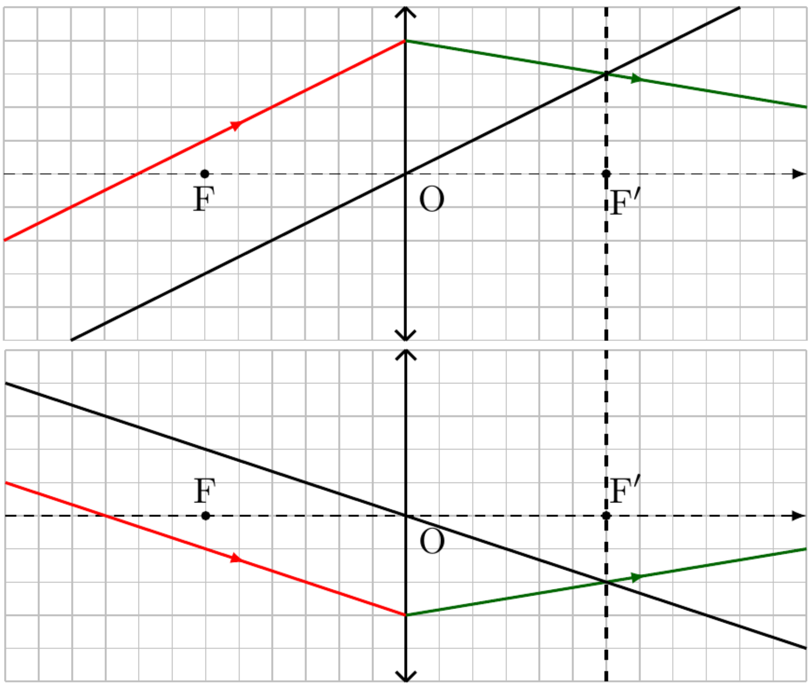
Image réelle agrandie

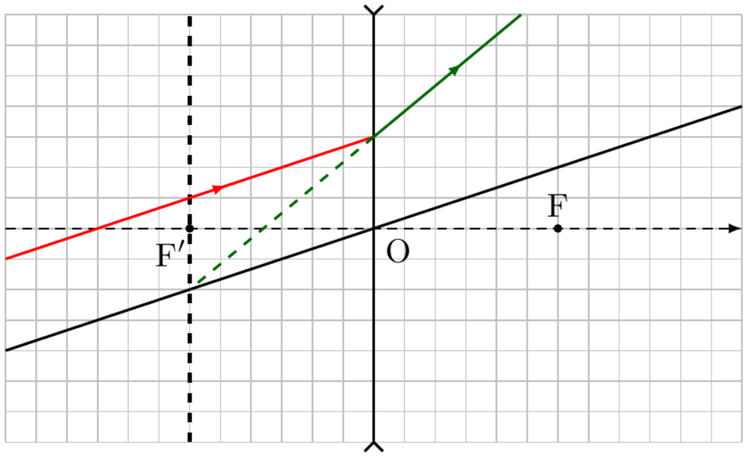
Figures réalisées par Charles-Édouard Lecomte – https://www.lecomte-mpsi2.fr/

Exercice 2 : Prolongement de rayons 1 | 2 |

▷ *Constructions géométriques.*

Méthode : Tracer le rayon passant par O parallèle au rayon incident, et utiliser la propriété que deux rayons incidents parallèles se coupent dans le plan focal image.





Figures réalisées par Charles-Édouard Lecomte – `https://www.lecomte-mpsi2.fr/`

Exercice 3 : En entier ! 2 | 1 |

▹ *Relations de grandissement.*

Même si ce n'est pas demandé par l'énoncé, commencer par un schéma ne peut qu'être une bonne idée ! On est ici dans la situation la plus classique objet réel-image réelle avec une lentille convergente.

Dans cet exercice, on connaît :
- ▹ la taille de l'objet, celle de l'image et donc le grandissement ;
- ▹ la focale de la lentille utilisée $f' = 1/V$.

On cherche la taille lentille-objet.

⇝ le plus naturel est d'utiliser la relation de grandissement avec origine au foyer impliquant la position de l'objet.

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{f'}{\overline{FA}} = \frac{1}{V \times \overline{FA}} \qquad \text{d'où} \qquad \overline{FA} = \frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'} \times V} = -3{,}54\,\mathrm{m}\,.$$

Ainsi, la personne doit se placer à 3,59 m de l'objectif.

Attention ! Ne pas se tromper sur les signes ($\overline{A'B'} < 0$) ... ou mettre partout des valeurs absolues.

Exercice 4 : Projecteur de cinéma oral CCINP | 1 | 2 |

▹ *Tracé de rayons ;*
▹ *Relation de conjugaison.*

Cet exercice a pour but de refaire la dernière partie du cours, mais avec des notations un peu différentes.

1 Voir le cours. La figure de l'énoncé n'est pas à l'échelle, ce qui était signalé par le candidat sur son compte-rendu[1].

2 D'après la relation de conjugaison de Descartes,

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'} \qquad \text{soit} \qquad \frac{1}{D-d} - \frac{1}{-d} = \frac{1}{f'}$$

1. Vous trouverez beaucoup de compte-rendus d'épreuves orales sur le serveur « banque d'exercices d'oraux scientifiques », géré par l'association des professeurs en classe prépa scientifique : `http://beos.prepas.org/`. Vous pourrez vous-même y contribuer l'an prochain.

La distance D est imposée et on cherche la distance d. Le plus efficace est de transformer cette équation fractionnaire en une équation polynomiale, en multipliant l'ensemble par $(D-d)\,d\,f'$. Cela donne

$$f'\,d + (D-d)f' = (D-d)d \qquad \text{soit} \qquad d^2 - Dd + Df' = 0\,.$$

Comme la distance d est (évidemment …) réelle, le discriminant du polynôme doit être positif, c'est-à-dire

$$D^2 - 4Df' > 0 \qquad \text{soit} \qquad D(D-4f') > 0 \qquad \text{d'où} \qquad \boxed{D - 4f' > 0}$$

car $D > 0$.

3 En utilisant la relation de grandissement avec origine au centre optique,

$$\gamma = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = \frac{D-d}{-d} \qquad \text{soit} \qquad \boxed{\gamma = 1 - \frac{D}{d}\,.}$$

Vous ne serez pas surpris de savoir qu'au cinéma l'image sur l'écran doit être la plus grande possible, il faut donc choisir d le plus petit possible. Les deux solutions de l'équation polynomiale précédente sont

$$d = \frac{D}{2} \pm \frac{\sqrt{D(D-4f')}}{2}\,.$$

Il faut donc choisir la solution avec un signe $\ominus$, soit

$$\boxed{d = \frac{D}{2} - \frac{\sqrt{D(D-4f')}}{2}\,.}$$

Dans tous les cas $D > d$ donc $\gamma < 0$: l'image est renversée, **il faut placer la pellicule à l'envers par rapport au sens de l'image voulu sur l'écran.**

4 Avec les données, $\gamma = -\ell/b$. En inversant la relation de grandissement, on en déduit

$$d = \left|\frac{D}{1-\gamma}\right| \qquad \text{d'où} \qquad \boxed{d = \frac{D}{1+\ell/b} = 19\,\mathrm{cm}\,.}$$

La relation de conjugaison permet d'en déduire la distance focale,

$$f' = \frac{d}{D}(D-d) = 19\,\mathrm{cm}\,.$$

> *Comme la distance lentille-écran est beaucoup plus grande que la distance objet-lentille, tout se passe comme si l'écran était quasiment à l'infini : il n'est donc pas surprenant de trouver $f' = d$, aux chiffres non-significatifs près.*

Exercice 5 : Méthode de Silbermann

2 | 2 |

- *Relations de grandissement ;*
- *Relations de conjugaison.*

Commencer par un schéma est toujours une bonne idée ! On est ici dans la configuration classique objet réel-image réelle.

On connaît ici :
- le grandissement, égal à -1 ;
- la distance $d = \overline{AA'}$ puisque l'énoncé parle de la mesurer.

On cherche la focale de la lentille. Raisonner sur la position des foyers n'est pas simple, il vaut mieux combiner les relations de grandissement et de conjugaison avec origine au centre optique :

$$\gamma = -1 = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} \qquad \text{donc} \qquad \frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = -\frac{2}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'}$$

On a donc

$$\begin{cases} \overline{OA} = -2f' \\ \overline{OA'} - \overline{OA} = +2f' \end{cases} \qquad \text{d'où} \qquad d = \overline{AA'} = \overline{AO} + \overline{OA'} = 4f'$$

et finalement

$$\boxed{f' = \frac{d}{4}}\,.$$

> *La configuration de Silbermann est celle pour laquelle la lentille se trouve exactement à mi-chemin entre l'objet et l'écran. Elle correspond au cas du discriminant nul dans la recherche des positions possibles pour la lentille à distance objet-écran fixé.*

Exercice 6 : Image par une lentille divergente — 2 | 3

▹ *Relations de conjugaison et de grandissement.*

D'après la relation de conjugaison avec origine au centre,

$$\frac{1}{\overline{OA'}} = \frac{1}{f'} + \frac{1}{\overline{OA}}$$

L'objet étant réel, $\overline{OA} < 0$, et comme la lentille est divergente $f' < 0$, donc $\overline{OA'}$ est forcément négatif lui aussi : l'image est virtuelle.

D'après la relation de grandissement, et puisque $\overline{FA} < 0$ car l'objet est réel,

$$\gamma = \frac{f'}{\overline{FA}} > 0\,.$$

L'image est donc toujours droite.

Enfin, l'objet étant réel,

$$\overline{FA} < f' < 0 \qquad \text{donc} \qquad \frac{1}{\overline{FA}} > \frac{1}{f'} \qquad \text{d'où} \qquad \gamma = \frac{f'}{\overline{FA}} < 1$$

Attention ! Toutes les grandeurs sont négatives, la manipulation des inégalités est donc particulièrement piégeuses. Il peut être utile de se ramener aux valeurs absolues ... à condition d'être certain du signe de la grandeur considérée.

Exercice 7 : La cascade du Yellowstone — 3 | 2

▹ *Problème ouvert.*

Par mesure directe sur la photo, on peut estimer la hauteur $A'B'$ de la cascade sur le capteur de hauteur totale 14,5 mm :

$$A'B' \simeq \frac{3{,}5\,\text{cm}}{5{,}5\,\text{cm}} \times 14{,}5\,\text{mm} = 9{,}2\,\text{mm}$$

En mesurant sur la vue GoogleMaps, on peut estimer la distance OA séparant le photographe de la cascade :

$$OA \simeq \frac{14{,}3\,\text{cm}}{2{,}2\,\text{cm}} \times 200\,\text{m} = 1300\,\text{m}\,.$$

À une telle distance, la cascade est quasiment à l'infini pour l'appareil photo : on peut donc considérer que le capteur se trouve quasiment dans le plan focal image de l'objectif, donc

$$OA' \simeq f' = 135\,\text{mm}$$

En utilisant la relation de grandissement avec origine au centre pour en déduire la hauteur AB de la cascade

$$|\gamma| = \frac{A'B'}{AB} = \frac{OA'}{OA} \qquad \text{d'où} \qquad \boxed{AB = \frac{OA}{OA'} A'B' \simeq 90\,\text{m}\,.}$$