

# Premier principe

-  Difficulté d'analyse et compréhension, initiative requise ;
-  Difficulté technique et calculatoire ;
-  Exercice important.

Flasher ou cliquer  
pour accéder  
au corrigé



## Se préparer

### Applications de cours

*Ces applications de cours sont des briques élémentaires des raisonnements à mener dans les exercices : les maîtriser est incontournable. Elles sont toutes traitées de manière exhaustive dans le cours.*

**T2.1** - Un peu de vocabulaire (dans les deux sens : mot  $\rightarrow$  définition et définition  $\rightarrow$  mot) :

- ▶ système ouvert, fermé, isolé ;
- ▶ isotherme, isobare, isochore, monotherme, monobare, thermostat ;
- ▶ diatherme, calorifugé, adiabatique ;
- ▶ transformation quasi-statique, réversible, mécaniquement réversible.

**T2.2** - Pour une transformation mécaniquement réversible d'un gaz parfait, représenter dans le diagramme de Watt et calculer le travail des forces de pression extérieure dans les cas isochore, isobare, isotherme, et/ou adiabatique réversible.

**T2.3** - On comprime de manière adiabatique réversible un gaz parfait initialement à  $T_0, P_0$  en lui apportant un travail  $W$ . Déterminer la température et la pression finales.

**T2.4** - Considérons une résistance  $R$  parcourue par un courant  $I$  constant, plongée dans l'air de température  $T_0$  constante. Un transfert thermique conducto-convectif a lieu à la surface de la résistance, modélisée par la loi de Newton de coefficient  $h$  sur une surface d'échange  $S$ . On note  $C$  la capacité thermique de la résistance. Établir l'équation différentielle vérifiée par la température de la résistance. Identifier sur cette équation la température d'équilibre  $T_{\text{eq}}$  et l'ordre de grandeur du temps nécessaire pour l'atteindre.

**T2.5** - Établir la relation de Mayer et en déduire les capacités thermiques d'un gaz parfait en fonction du coefficient de Laplace  $\gamma$ .

**T2.6** - Dans un calorimètre de valeur en eau  $\mu$ , on place une masse d'eau  $m_{\text{eau}}$ . L'ensemble prend une température  $T_{\text{eau}}$ . On ajoute alors un bloc de fer de masse  $m_{\text{fer}}$  à  $T_{\text{fer}} > T_{\text{eau}}$ . Après avoir laissé l'ensemble évoluer quelques minutes, on obtient un nouvel équilibre thermique à température  $T_{\text{eq}}$ . Déterminer la capacité thermique massique du fer.

### Cahier d'Entraînement



Le *Cahier d'Entraînement* est un projet collaboratif mené par des enseignants de CPGE, proposant aux étudiants des entraînements leur permettant de travailler en autonomie sur des techniques et « réflexes » utiles dans les exercices, en particulier calculatoires. Il est librement téléchargeable en scannant ou cliquant sur le QR-code ci-contre.

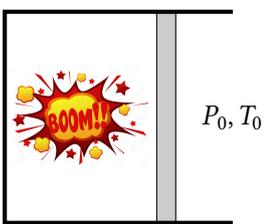
$\leadsto$  pour ce chapitre : 19.1, 19.2, 19.3, 19.5, 19.7, 19.13, 19.14, 19.16, 19.17, 19.18 et 20.7.

## Analyse de corrigé

### Exercice 1 : Explosion dans un piston



- ▶ Gaz parfait ;
- ▶ Diagramme de Watt ;
- ▶ Loi de Laplace.



Considérons un cylindre horizontal fermé par un piston pouvant coulisser sans frottement contenant  $n$  mol de gaz parfait, de coefficient de Laplace  $\gamma$ . À l'instant  $t = 0$ , le gaz occupe un volume  $V_0$ , et une explosion a lieu, apportant au gaz un transfert thermique  $Q$  de manière instantanée. La pression et la température augmentent alors fortement, ce qui a pour effet de repousser brutalement le piston. On modélise cette transformation par un échauffement isochore (phase ①) suivi d'une détente adiabatique réversible (phase ②) jusqu'à ce que le piston atteigne un équilibre mécanique. Suit ensuite une dernière phase (phase ③) où le gaz retrouve l'équilibre thermique avec l'environnement.

Donnée :  $\gamma = 7/5$ ;  $C_V = \frac{nR}{\gamma - 1}$  et  $C_P = \frac{\gamma nR}{\gamma - 1}$ .

- 1 - Justifier sans calcul que le piston retrouve sa position initiale à l'issue de la troisième phase.
- 2 - Représenter la suite de transformations dans le diagramme de Watt.
- 3 - Calculer la température, le volume et la pression à la fin des phases ① et ②.
- 4 - Calculer le transfert thermique  $Q'$  cédé à l'environnement au cours de la troisième phase. Le comparer à  $Q$ , commenter.

**Correction** — 1 - Le gaz est en équilibre avec l'environnement aussi bien avant l'explosion que dans l'état final. La température et la pression sont alors égales à  $T_0$  et  $P_0$  dans les deux états, et donc le volume est identique également.  
 2 - Voir figure 1.

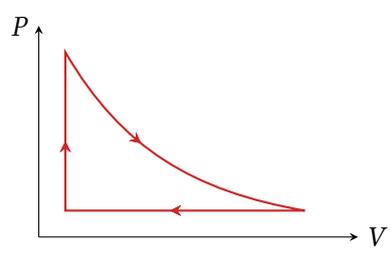


Figure 1 – Diagramme de Watt représentant l'évolution du gaz.

**Question d'analyse 1** - Identifier à quelle phase correspond chaque tracé représenté. Justifier leur allure en donnant l'équation  $P = f(V)$  associée à chaque transformation.

3 - On note d'un indice  $k$  les grandeurs thermodynamiques à la fin de la phase  $k$ .

• **Première phase** : L'évolution est isochore, donc

$$V_1 = V_0.$$

Le bilan d'énergie s'écrit

$$\Delta U \underset{\substack{\uparrow \\ \text{1er P}}}{=} Q + \cancel{W_P} \underset{\substack{\uparrow \\ \text{GP}}}{=} C_V(T_1 - T_0) = \frac{nR}{\gamma - 1}(T_1 - T_0) \quad \text{d'où} \quad T_1 = T_0 + \frac{\gamma - 1}{nR} Q.$$

Enfin, d'après l'équation d'état,

$$P_1 = \frac{nRT_1}{V_1} = \frac{nR}{V_0} \left( T_0 + \frac{\gamma - 1}{nR} Q \right) \quad \text{d'où} \quad P_1 = P_0 + \frac{\gamma - 1}{V_0} Q.$$

**Question d'analyse 2** - Pourquoi est-il nécessaire de passer par un bilan d'énergie pour déterminer l'état final ?

**Question d'analyse 3** - Aurait-on pu réaliser un bilan d'enthalpie à la place ?

**Question d'analyse 4** - Pourquoi le travail des forces pressantes est-il nul au cours de cette étape ?

• **Deuxième phase** : Il y a équilibre mécanique entre le gaz et son environnement dans son état final, le piston ne subit pas d'autre force que les forces de pression, donc

$$P_2 = P_0.$$

La détente étant adiabatique réversible, la loi de Laplace s'applique, donc

$$PV^\gamma = \text{cte} \quad \text{soit} \quad P_0 V_0^\gamma = P_1 V_1^\gamma \quad \text{d'où} \quad V_2 = \left(\frac{P_1}{P_0}\right)^{1/\gamma} V_0.$$

Enfin, d'après l'équation d'état,

$$T_2 = \frac{P_2 V_2}{nR} = \left(\frac{P_1}{P_0}\right)^{1/\gamma} \frac{P_0 V_0}{nR} \quad \text{soit} \quad T_2 = \left(\frac{P_1}{P_0}\right)^{1/\gamma} T_0.$$

**Question d'analyse 5** - Quel argument explique qu'il est raisonnable de modéliser la détente par une adiabatique ?

**Question d'analyse 6** - Expliquer le passage de la forme  $PV^\gamma = \text{cte}$  à celle avec les 0, 1, 2.

**Question d'analyse 7** - Aurait-on pu utiliser le premier principe pour déterminer  $T_2$ , de manière analogue à la phase ① ?

4 - Procédons à un bilan d'enthalpie pour la troisième phase.

$$\Delta H \underset{\substack{\uparrow \\ \text{1er P}}}{=} -Q' \underset{\substack{\uparrow \\ \text{GP}}}{=} C_P(T_0 - T_2) = \frac{\gamma nR}{\gamma - 1} \left[ 1 - \left(\frac{P_1}{P_0}\right)^{1/\gamma} \right] T_0 \quad \text{d'où} \quad Q' = \frac{\gamma nR}{\gamma - 1} \left[ \left(\frac{P_1}{P_0}\right)^{1/\gamma} - 1 \right] T_0.$$

**Question d'analyse 8** - Pourquoi peut-on procéder par un bilan d'enthalpie ?

**Question d'analyse 9** - Aurait-on pu réaliser un bilan d'énergie à la place ? En quoi le calcul aurait-il été modifié ?

En reprenant l'expression de  $P_1$ , on isole

$$Q' = \frac{(P_1 - P_0)V_0}{\gamma - 1} = \left(\frac{P_1}{P_0} - 1\right) \frac{P_0 V_0}{\gamma - 1} = \left(\frac{P_1}{P_0} - 1\right) \frac{nRT_0}{\gamma - 1}$$

Ainsi,

$$\frac{Q'}{Q} = \gamma \frac{\frac{P_1}{P_0} - 1}{\left(\frac{P_1}{P_0}\right)^{1/\gamma} - 1} \neq 1.$$

Tout le transfert thermique fourni au gaz n'est pas restitué sous forme de transfert thermique à l'environnement.

**Question d'analyse 10** - Que devient « l'énergie disparue » ?

## Transformations finies

### Exercice 2 : Comparaison entre transformations



- ▷ Gaz parfait ;
- ▷ Travail des forces de pression.

$T_0, P_0$
$T, P, V$

On considère un système composé d'une quantité de matière  $n$  de gaz parfait diatomique enfermée dans une enceinte. Cette enceinte est fermée par un piston de surface  $S$  et dont on négligera la masse, pouvant coulisser sans frottement. L'ensemble est situé dans l'atmosphère, dont on note  $T_0$  et  $P_0$  la température et la pression. On note  $I$  l'état initial. L'objectif est de comparer deux transformations du système : l'une brutale et l'autre lente.

Donnée : capacité thermique à volume constant  $C_V = 5nR/2$ .

Commençons par la transformation brutale : on lâche brusquement une masse  $M$  sur le piston, qui se stabilise en un état intermédiaire 1.

- 1 - Le meilleur modèle pour la transformation est-il isotherme ou adiabatique ?
- 2 - Établir le bilan énergétique de la transformation en explicitant chacun des termes.
- 3 - En déduire les caractéristiques  $T_1, P_1, V_1$  de l'état 1.

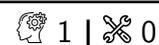
On observe qu'en fait l'état 1 n'est pas un réel état d'équilibre : le piston continue de bouger, mais beaucoup plus lentement, jusqu'à atteindre l'état 2 qui est l'état final.

- 4 - Quel phénomène, négligé précédemment, est responsable de cette nouvelle transformation du système ?
- 5 - Déterminer les caractéristiques  $T_2, P_2, V_2$  de l'état 2.
- 6 - Déterminer le travail reçu par le système, puis sa variation d'énergie interne et en déduire le transfert thermique reçu au cours de la transformation 1  $\rightarrow$  2. En déduire le travail total et le transfert thermique total reçus au cours de la transformation brusque.

Comparons maintenant à une transformation lente : la même masse  $M$  est lâchée très progressivement sur le piston, par exemple en ajoutant du sable « grain à grain ».

- 7 - Comment qualifie-t-on une telle transformation ? Que peut-on en déduire sur la température du système au cours de la transformation ?
- 8 - Déterminer la pression dans l'état final et en déduire le volume. Commenter.
- 9 - Établir le bilan énergétique de la transformation en explicitant chaque terme. Comparer à la transformation brutale. Commenter.

### Exercice 3 : Capacité thermique massique du cuivre



- ▷ Phase condensée idéale ;
- ▷ Calorimétrie.

Dans un calorimètre dont la valeur en eau vaut  $\mu = 41$  g, on verse 100 g d'eau. Une fois l'équilibre thermique atteint, la température mesurée est de 20 °C. On plonge alors un barreau métallique de cuivre de masse 200 g à une température initiale de 60 °C. À l'équilibre final, la température est de 30 °C. Déterminer la capacité thermique massique du métal.

La capacité thermique massique de l'eau vaut  $c_{\text{eau}} = 4,18 \text{ kJ} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$ . On suppose que toutes les capacités thermiques sont constantes dans le domaine de température considéré.

### Exercice 4 : Échauffement des freins d'un véhicule



- ▷ Phase condensée idéale ;
- ▷ Prise en compte de l'énergie mécanique.

Une voiture de masse  $M = 1 \cdot 10^3$  kg roule à la vitesse  $V = 90 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ . Le conducteur freine brusquement, jusqu'à l'arrêt complet. Les freins d'une voiture sont principalement constitués de quatre disques d'acier, dont on considère qu'ils sont les seules pièces à s'échauffer.

**Question :** Estimer l'élévation de température  $\Delta T$  des disques de frein au cours du freinage.

Données :

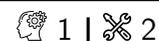
- ▷ Dimensions des disques de frein : rayon 12 cm et épaisseur 1 cm ;
- ▷ Masse volumique de l'acier :  $8 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$  ;
- ▷ Capacité thermique massique de l'acier :  $5 \cdot 10^2 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$  .

**Exercice 5 : Transformation affine dans le diagramme de Watt**

- ▷ Gaz parfait ;
- ▷ Diagramme de Watt ;
- ▷ Travail des forces de pression.

Un système contenant  $n_0$  mol de gaz parfait passe d'un état initial  $(P_0, V_0)$  à un état final  $(P_0/k, k V_0)$ ,  $k > 1$  lors d'une évolution mécaniquement réversible représentable par une droite dans le diagramme de Watt.

- 1 - Que peut-on dire des températures initiale et finale ?
- 2 - Par un argument graphique, montrer que la transformation n'est pourtant pas isotherme. Déterminer si la température passe par un maximum ou par un minimum au cours de la transformation.
- 3 - Établir l'équation de la courbe représentant la transformation en fonction de  $P_0$ ,  $V_0$  et  $k$ .
- 4 - Déterminer le travail reçu par le gaz au cours de la transformation. Peut-elle être adiabatique ?
- 5 - Déterminer la température extrême.

**Exercice 6 : Transformation polytropique**

- ▷ Gaz parfait ;
- ▷ Travail des forces de pression ;
- ▷ Loi de Laplace.

Une transformation polytropique est une transformation d'un gaz pour laquelle il existe un coefficient  $k > 0$  tel que  $PV^k = \text{cte}$  tout au long de la transformation. De telles transformations sont intermédiaires entre des adiabatiques et des isothermes, et se rencontrent en thermodynamique industrielle, par exemple lorsque le système réfrigérant ne permet pas d'éliminer tout le transfert thermique produit par une réaction chimique.

Donnée : Pour un gaz parfait,  $C_V = \frac{nR}{\gamma - 1}$  et  $C_P = \frac{\gamma nR}{\gamma - 1}$ .

- 1 - À quelles transformations connues correspondent les cas  $k = 0$ ,  $k = 1$ ,  $k = \gamma$  et  $k = +\infty$  ?
- 2 - Calculer le travail des forces de pression pour un gaz subissant une transformation polytropique entre deux états  $E_0 = (P_0, V_0, T_0)$  et  $E_1 = (P_1, V_1, T_1)$  en fonction d'abord des pressions et des volumes puis dans un second temps des températures seulement.
- 3 - Montrer que le transfert thermique au cours de la transformation précédente s'écrit

$$Q = nR \left( \frac{1}{\gamma - 1} - \frac{1}{k - 1} \right) (T_1 - T_0).$$

- 4 - Analyser les cas  $k = 0$ ,  $k = 1$ ,  $k = \gamma$  et  $k = +\infty$ , et vérifier la cohérence avec l'analyse initiale.

**Exercice 7 : Détente de Joule Gay-Lussac**

- ▷ Autre équation d'état.

Le dispositif étudié dans cet exercice a été mis en point au XIX<sup>e</sup> siècle par Joule et Gay-Lussac en vue d'étudier le comportement des gaz. Deux compartiments indéformables aux parois calorifugées communiquent par un robinet initialement fermé. Le compartiment (1), de volume  $V_1$ , est initialement rempli de gaz en équilibre à la température  $T_i$ . Le vide est fait dans le compartiment (2). Une fois le robinet ouvert, un nouvel équilibre s'établit, caractérisé par une température  $T_f$  du gaz.

- 1 - Montrer que cette détente est isoénergétique, c'est-à-dire que l'énergie interne du gaz ne varie pas au cours de la transformation. Cette propriété dépend-elle du gaz ?

2 - Déterminer la température  $T_f$  dans le cas où le gaz est parfait.

L'expérience est réalisée avec de l'argon, qui peut être efficacement modélisé par un gaz de van der Waals. L'équation d'état d'un tel gaz s'écrit

$$\left(P + \frac{an^2}{V^2}\right)(V - nb) = nRT$$

avec  $a$  et  $b$  deux constantes positives caractéristiques du gaz et son énergie interne vaut

$$U = nC_{V,m}T - \frac{na^2}{V}$$

Les travaux de van der Waals sur le comportement microscopique des gaz ont été de première importance, et il en a été récompensé par le prix Nobel 1910. Pour l'argon,  $C_{V,m} = 12 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$ .

3 - Interpréter physiquement l'origine du terme de cohésion  $a$  et du volume exclu  $b$ . Nommer et interpréter la constante  $C_{V,m}$ .

4 - Expérimentalement, on observe que la température de l'argon diminue de 5,4 K au cours de la détente réalisée pour deux compartiments de volumes  $V_0 = 1,0 \text{ L}$  et  $n = 1,0 \text{ mol}$ . En déduire la valeur du terme de cohésion  $a$  de l'argon.

## Transitoires thermiques

### Exercice 8 : Glacière thermoélectrique



- ▷ *Transitoire thermique ;*
- ▷ *Résistance thermique.*

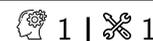


Une glacière thermoélectrique est un dispositif portable qui permet de refroidir ou conserver au frais des aliments, des médicaments, etc., lors de leur transport. L'intérieur de la glacière est constamment refroidi par un module Peltier, alimenté électriquement, qui prélève un flux thermique  $\Phi_0$  constant. On note  $R$  la résistance thermique des parois de la glacière.

La glacière est mise en marche alors qu'elle contient une masse  $m$  d'eau (capacité thermique massique  $c$ ) à la même température  $T_0$  que l'air extérieur.

- 1 - Représenter le diagramme des échanges et discuter les signes.
- 2 - Déterminer la température limite  $T_{\text{lim}}$  qu'atteindra l'eau en régime permanent.
- 3 - Établir l'équation différentielle vérifiée par la température  $T$  de l'eau et en déduire l'ordre de grandeur de la durée au bout de laquelle  $T_{\text{lim}}$  sera atteinte.

### Exercice 9 : Chauffage isobare d'un gaz parfait



- ▷ *Transitoire thermique ;*
- ▷ *Enthalpie.*

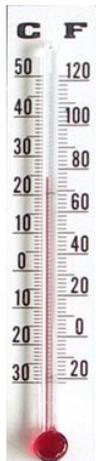
On considère une enceinte calorifugée, fermée par un piston libre de coulisser sans frottements, contenant un gaz parfait. La pression extérieure est notée  $p_0$ . Initialement, le volume de l'enceinte est  $V_0$ , la température et la pression du gaz  $T_0$  et  $p_0$ . Cette enceinte renferme une résistance de capacité thermique négligeable, alimentée par un générateur de courant idéal délivrant l'intensité  $I$ . La résistance varie avec la température selon la loi  $R(T) = R_0 T / T_0$ .

- 1 - Déterminer l'évolution de la température du gaz au cours du temps.
- 2 - En déduire l'expression de l'évolution du volume au cours du temps.

## Exercice 10 : Thermomètre à alcool



- ▷ Transitoire thermique ;
- ▷ Enthalpie.



Les thermomètres à alcool sont très courants en usage domestique : on les utilise par exemple dans des thermomètres décoratifs, en cuisine, ou encore pour mesurer la température du bain des nourissons.

Dans le thermomètre ci-contre, l'éthanol est stocké dans un réservoir assimilé à une sphère de rayon  $a = 3 \text{ mm}$ . On note  $T(t)$  la température instantanée de l'éthanol, supposée uniforme au sein du thermomètre,  $T_0$  sa température initiale, et  $T_{\text{ext}}$  la température de l'environnement extérieur du thermomètre. Le transfert thermique entre l'éthanol et l'environnement du thermomètre est modélisé par une résistance thermique  $R_{\text{th}} = 1 \cdot 10^2 \text{ W} \cdot \text{K}^{-1}$ .

Données : pour l'éthanol,  $\rho = 8 \cdot 10^2 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$  et  $c = 2,5 \text{ kJ} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$ .

- 1 - Exprimer le flux thermique reçu par l'éthanol de la part de son environnement.
- 2 - Établir et résoudre l'équation différentielle vérifiée par la température  $T(t)$  de l'éthanol.
- 3 - En déduire le temps de réponse à 1 % du thermomètre, c'est-à-dire l'instant  $t_1$  à partir duquel l'écart de température entre l'éthanol et l'environnement extérieur est inférieur à 1 % de sa valeur initiale.

La visualisation de la température dans un thermomètre à alcool est permise par la dilatation thermique, qui fait varier le niveau d'alcool dans un très fin capillaire de rayon  $b \ll a$  ouvert à l'air libre et relié au réservoir principal. Les propriétés de dilatation thermique sont quantifiées par le coefficient de dilatation isobare,

$$\beta = \frac{1}{V} \frac{\Delta V}{\Delta T} = 7,5 \cdot 10^{-4} \text{ K}^{-1}.$$

- 4 - Exprimer en fonction de  $\beta$  la petite variation  $\Delta h$  de hauteur d'éthanol dans le tube lors d'une petite variation de température  $\Delta T$ .
- 5 - Quelle doit être le rayon du capillaire pour que le niveau d'éthanol dans le capillaire augmente de 1 mm lorsque la température varie de 1 °C ?