

# Machines thermodynamiques

-  Difficulté d'analyse et compréhension, initiative requise ;
-  Difficulté technique et calculatoire ;
-  Exercice important.

Flasher ou cliquer  
pour accéder  
au corrigé



## Se préparer

### Applications de cours

*Ces applications de cours sont des briques élémentaires des raisonnements à mener dans les exercices : les maîtriser est incontournable. Elles sont toutes traitées de manière exhaustive dans le cours.*

**T3.1** - Pour un type de machine au choix de l'interrogateur, représenter le diagramme des échanges, indiquer le sens/signé des échanges d'énergie et définir sa performance.

**T3.2** - Un compresseur industriel aspire de l'air dans l'atmosphère ( $T_0 = 20^\circ\text{C}$ ,  $P_0 = 1\text{ bar}$ ) et le comprime jusqu'à  $P_1 = 10\text{ bar}$  de manière adiabatique réversible. Représenter l'évolution sur un diagramme de Clapeyron. Déterminer la température  $T_1$  en sortie du compresseur, puis le travail massique reçu par l'air.

### Cahier d'Entraînement



Le *Cahier d'Entraînement* est un projet collaboratif mené par des enseignants de CPGE, proposant aux étudiants des entraînements leur permettant de travailler en autonomie sur des techniques et « réflexes » utiles dans les exercices, en particulier calculatoires. Il est librement téléchargeable en scannant ou cliquant sur le QR-code ci-contre.

~> pour ce chapitre : 20.13, 20.14 et 20.15 (le rendement de Carnot parfois évoqué sera vu ultérieurement mais n'est pas utile pour les entraînements proposés).

## Machines à pistons

### Exercice 1 : Moteur à quatre temps

oral CCINP PSI |  2 |  2 | 

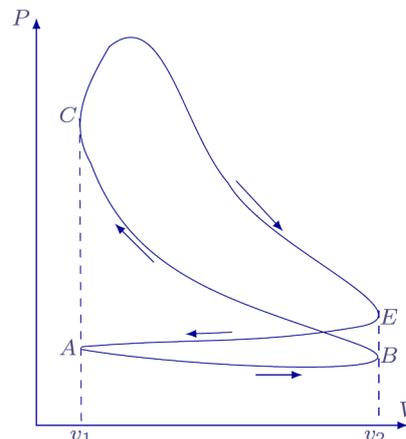
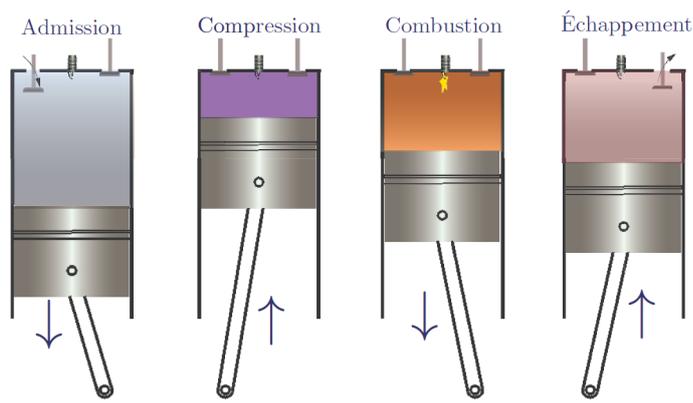


- ▷ Machine à pistons ;
- ▷ Gaz parfait.

On étudie le fonctionnement d'un moteur à quatre temps dont le schéma représentatif est donné ci-dessous, de même que la représentation du cycle dans un diagramme de Watt  $P, V$ . Le mélange de gaz subissant le cycle sera assimilé à un gaz parfait d'indice adiabatique  $\gamma = c_P/c_V$ .

1 - Identifier les différentes transformations du cycle réel sur le diagramme  $P, V$ .

2 - Que représente physiquement l'aire du cycle ? Analyser le sens dans lequel il est parcouru.



3 - Modéliser le cycle réel par un cycle théorique comprenant six transformations, en utilisant des transformations isochores, isobares et adiabatiques réversibles. On introduira une étape fictive E-B. Déterminer les équations  $P = f(V)$  correspondant à chaque transformation dans le diagramme.

4 - Définir le rendement thermodynamique du moteur. L'exprimer, pour le cycle théorique établi question précédemment, en fonction des chaleurs reçues aux cours des phases isochores.

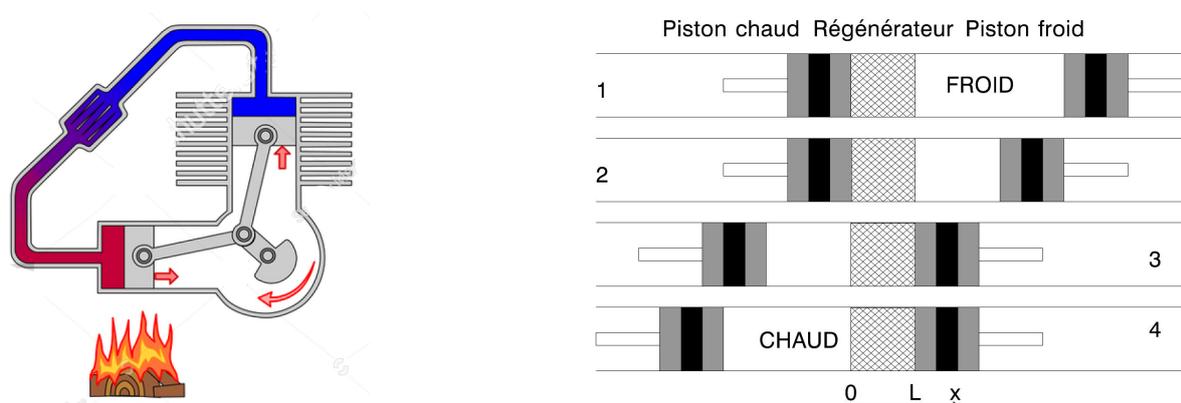
5 - Calculer le rendement du cycle théorique. L'exprimer d'abord en fonction des températures aux différents points du cycle, puis en fonction du rapport de compression  $\alpha = V_2/V_1$  et de  $\gamma$ . Comment choisir  $\alpha$  pour optimiser le rendement ?

**Exercice 2 : Moteur de Stirling**



- ▶ Machine à pistons ;
- ▶ Gaz parfait.

Le moteur de Stirling, schématisé figure 1, est constitué de deux chambres, une chaude et une froide, reliées par un régénérateur de volume constant. Le mouvement des deux pistons est synchronisé par un dispositif adéquat. L'intérêt de ce moteur est qu'il utilise une source de chaleur *externe*, qui peut être la chaleur fatale d'un processus industriel, la combustion de biomasse, le rayonnement solaire, etc. Il est particulièrement utilisé pour la **cogénération**, une technique d'optimisation énergétique visant à produire simultanément chaleur et électricité à partir d'une seule source d'énergie, ce qui permet de maximiser le taux d'utilisation des ressources.



**Figure 1 – Fonctionnement du moteur de Stirling.** Gauche : schéma de principe d'un moteur de Stirling de type  $\alpha$ . Droite : représentation équivalente des différentes transformations.

On considérera le cycle parcouru par  $n$  mol d'air, considéré comme un gaz parfait de rapport isentropique  $\gamma = 1,4$ . Dans un premier temps, on néglige le régénérateur, « remplacé » par exemple par un fin tuyau reliant les deux compartiments chaud et froid. Le cycle de Stirling est alors modélisable par la succession de deux isothermes et deux isochores à partir d'un état 1. Il est décrit comme suit :

- ▷ 1 → 2 : compression isotherme à  $T_f = 300$  K jusqu'à l'état 2 où  $V_2 = V_1/10$  ;
- ▷ 2 → 3 : échauffement isochore au contact de la source chaude à  $T_c = 600$  K jusqu'à l'état 3 de température  $T_3 = T_c$  ;
- ▷ 3 → 4 : détente isotherme au contact de la source chaude à  $T_c$  jusqu'à l'état 4 de volume  $V_4 = V_1$  ;
- ▷ 4 → 1 : refroidissement isochore au contact de la source froide jusqu'à revenir à l'état 1.

1 - Représenter le cycle dans le diagramme de Watt ( $P, V$ ). Comment peut-on déterminer sans calcul si ce cycle est moteur ou récepteur ?

2 - Exprimer pour chaque étape le travail et le transfert thermique reçus par le gaz. A-t-on bien un cycle moteur ?

3 - Quel est, sur le plan énergétique, la production de ce système sur un cycle ? Quel est le coût énergétique ? En déduire l'expression et la valeur du rendement.

Le rôle du régénérateur, base de l'invention de Robert Stirling, est fondamental pour obtenir une bonne efficacité. Il s'agit d'un ensemble de fils métalliques tressés permettant un stockage efficace d'énergie. Dans son brevet original de 1816, Stirling explique que le gaz chaud entre dans la partie chaude du régénérateur et est progressivement refroidi durant son parcours pour ressortir par l'autre extrémité à une température presque identique à la température de la source froide. Dans le parcours inverse, le gaz est progressivement réchauffé ... en réutilisant l'énergie qu'il avait préalablement libéré.

4 - Expliquer l'idée de Stirling, en analysant avec quel système les transferts thermiques ont lieu au cours des différentes étapes.

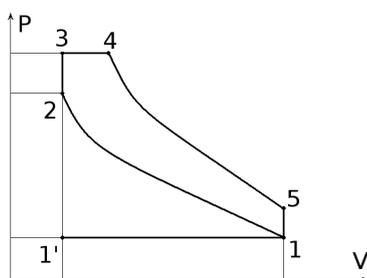
5 - Que vaut le rendement dans ces conditions ?

On montrera dans le cours sur le second principe qu'il s'agit du rendement maximal qui puisse être obtenu avec un moteur : le cycle de Stirling théorique avec régénérateur est donc un cycle parfait.

### Exercice 3 : Moteur Diesel à double combustion



- ▷ Moteur à pistons ;
- ▷ Gaz parfait.



Dans les moteurs Diesel à double combustion, le cycle décrit par le mélange air-carburant est modélisable par celui d'un système fermé représenté en coordonnées de Watt ci-contre. Après la phase d'admission  $1' \rightarrow 1$  qui amène le mélange au point 1 du cycle, celui-ci subit une compression adiabatique supposée réversible jusqu'au point 2. Après injection du carburant en 2, la combustion s'effectue d'abord de façon isochore de 2 à 3 puis se poursuit de façon isobare de 3 à 4. La phase de combustion est suivie d'une détente adiabatique à nouveau réversible de 4 à 5, puis d'une phase d'échappement isochore  $5 \rightarrow 1$  puis isobare  $1 \rightarrow 1'$ .

Au point 1 du cycle, la pression  $p_m = 1,0$  bar et la température  $T_m = 293$  K sont minimales. La pression maximale, aux points 3 et 4, est  $p_M = 60$  bar et la température maximale, au point 4, vaut  $T_M = 2073$  K. Le rapport volumétrique de compression vaut  $\beta = V_M/V_m = 17$ .

On raisonne sur  $n$  mol de gaz, et on suppose que le mélange air-carburant se comporte exactement comme l'air, c'est-à-dire comme un gaz parfait diatomique de masse molaire  $M = 29$  g · mol<sup>-1</sup>, et de capacités thermiques respectives  $C_P$  et  $C_V$ , et on note  $\gamma = C_P/C_V = 1,4$ .

- 1 - Exprimer les températures  $T_2$ ,  $T_3$  et  $T_5$  en fonction de  $p_m$ ,  $p_M$ ,  $T_m$ ,  $T_M$  et  $\beta$ . Calculer les valeurs numériques.
- 2 - Calculer le transfert thermique  $Q_c$  reçu par l'air au cours de la phase de combustion  $2 \rightarrow 4$ .
- 3 - Calculer le transfert thermique  $Q_f$  échangé avec le milieu extérieur entre les points 5 et 1.
- 4 - En déduire le travail  $W$  échangé au cours d'un cycle.
- 5 - Définir et calculer le rendement de ce moteur.

## Machines à écoulement de fluide

## Exercice 4 : Générateur à gaz suivant le cycle de Brayton



- Premier principe industriel ;
- Gaz parfait.

Les générateurs électriques à turbine à gaz sont des installations compactes qui permettent une production d'électricité conséquente. Elles peuvent être utilisées sur de petits sites isolés (usines, villages, etc.) comme sur des installations de production électrique de taille plus importante, par exemple pour l'alimentation électrique d'îles. Leur temps de mise en route très rapide permet également de les utiliser en complément d'une source d'énergie intermittente (photovoltaïque ou éolien). En revanche, la combustion de gaz naturel émet de grandes quantités de  $\text{CO}_2$  et a donc un impact fortement négatif sur le réchauffement climatique.

Le fluide caloporteur est de l'air atmosphérique. Après avoir été porté à haute pression par un compresseur isentropique (étape 1-2), il reçoit dans une chambre de combustion isobare un transfert thermique fourni par la réaction de combustion du méthane (étape 2-3). Le gaz subit ensuite une détente isentropique dans la turbine (étape 3-4), jusqu'à retrouver la pression atmosphérique. Le travail mécanique produit permet la mise en rotation de l'alternateur (et donc la production d'énergie électrique), une partie étant également récupérée pour entraîner le compresseur.

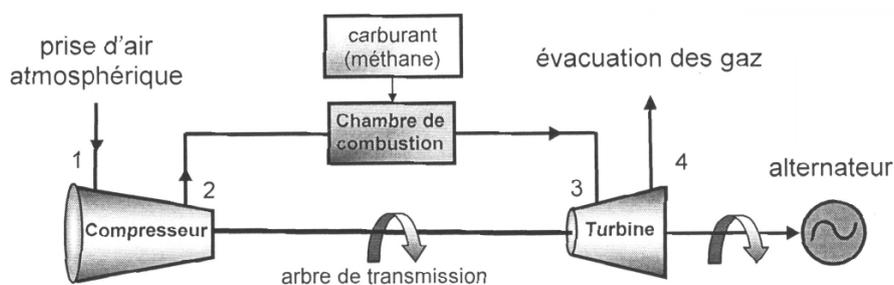


Figure 2 – Schéma de principe de l'installation.

Tous les mélanges gazeux sont assimilés à un même gaz parfait de coefficient isentropique  $\gamma = 1,4$  et de capacité thermique massique à pression constante  $c_p = 1 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ . On pose

$$\lambda = \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{(\gamma-1)/\gamma} \quad \text{et} \quad \tau = \frac{T_3}{T_1}.$$

Données :  $P_1 = P_4 = 1 \text{ bar}$ ,  $T_1 = 300 \text{ K}$ ,  $P_2 = 10 \text{ bar}$  et  $T_3 = 1400 \text{ K}$ .

- 1 - Représenter qualitativement la suite de transformations subies par le gaz dans un diagramme de Clapeyron.
- 2 - Établir les expressions de  $T_2$  et  $T_4$  en fonction de  $\lambda$ ,  $\tau$  et  $T_1$ .
- 3 - Exprimer littéralement le travail massique de compression  $w_c$  reçu le gaz dans le compresseur, l'énergie thermique massique de combustion  $q_c$  reçue par le gaz dans la chambre de combustion et le travail massique  $w_T$  fourni à la turbine par le gaz.
- 4 - Le travail  $w_T$  est ensuite transmis par la turbine via l'arbre de transmission pour partie à l'alternateur ( $w_a$ ) et pour partie au compresseur ( $w_c$ ). Exprimer le travail  $w_a$  fourni à l'alternateur.
- 5 - Exprimer en fonction de  $\lambda$  et  $\tau$  le rapport  $\mathcal{R} = w_a/w_c$ . Calculer sa valeur numérique, commenter. Sur quel(s) paramètre(s) du cycle peut-on jouer pour l'améliorer ?
- 6 - Définir par une phrase le rendement thermique  $\eta$  du générateur à gaz. L'exprimer en fonction des énergies échangées calculées précédemment, puis du seul paramètre  $\lambda$ . Calculer sa valeur numérique.

## Exercice 5 : Compresseur étagé



- ▷ Premier principe industriel ;
- ▷ Modèle du gaz parfait.

On considère un gaz parfait, dont les capacités thermiques massiques à pression et volume constants sont respectivement

$$c_p = \frac{\gamma r}{\gamma - 1} = 1,0 \text{ kJ} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1} \quad \text{et} \quad c_v = \frac{r}{\gamma - 1} = 0,714 \text{ kJ} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}.$$

où  $r = R/M$ ,  $M$  étant la masse molaire du gaz. Partant de conditions initiales ( $P_0 = 1 \text{ bar}$ ,  $T_0 = 273 \text{ K}$ ), le gaz est comprimé jusqu'à la pression  $P_2 = 25 \text{ bar}$ . On appelle  $\beta = P_2/P_0$  le taux de compression.

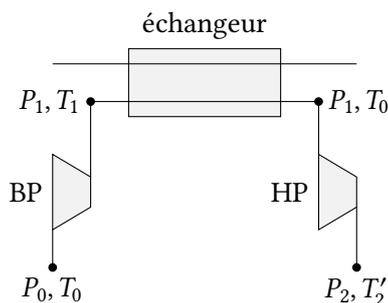
Cet exercice propose de comparer les performances d'un compresseur simple à celles d'un compresseur étagé, où la compression est réalisée en deux étapes successives séparées d'un refroidissement du fluide. On suppose les transformations dans les compresseurs réversibles et sans variation d'énergie cinétique et potentielle du fluide.

1 - Exprimer la température  $T_2$  en sortie du compresseur en fonction du taux de compression et de la température d'entrée  $T_0$ .

2 - Montrer que le travail indiqué reçu par le fluide dans le compresseur simple vaut

$$w = \frac{\gamma r}{\gamma - 1} T_0 \left( \beta^{(\gamma-1)/\gamma} - 1 \right).$$

La température  $T_2$  est relativement élevée, et peut risquer d'endommager certains éléments du compresseur, en particulier les soupapes d'ouverture et de fermeture. Pour contourner cette difficulté, on préfère utiliser un compresseur à deux étages, qui permet d'atteindre le même rapport de compression mais avec une température finale plus faible.



- ▷ Dans l'étage basse pression (BP), le fluide est comprimé de façon isentropique jusqu'à la pression  $P_1$ . On note  $\beta_1 = P_1/P_0$  le taux de compression correspondant.
- ▷ Entre les deux étages, le fluide subit un refroidissement isobare dans un échangeur thermique jusqu'à retrouver sa température initiale  $T_0$ .
- ▷ Dans l'étage haute pression (HP), le fluide est comprimé de façon isentropique jusqu'à la pression  $P_2$ . On note  $\beta_2 = P_2/P_1$  le taux de compression correspondant.

3 - Montrer que le travail indiqué total  $w'$  que le fluide reçoit dans le compresseur étagé vaut

$$w' = \frac{\gamma r}{\gamma - 1} T_0 \left( \beta_1^{(\gamma-1)/\gamma} + \beta_2^{(\gamma-1)/\gamma} - 2 \right).$$

4 - Montrer que  $w'$  est minimal si la pression de l'étage intermédiaire vérifie

$$P_1 = \sqrt{P_0 P_2}.$$

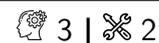
Calculer littéralement et numériquement  $\beta_1$  et  $\beta_2$  lorsque cette condition est satisfaite.

5 - Calculer numériquement  $T_1$  et  $T_2'$  dans le cas du compresseur optimisé. Comparer à la température  $T_2$  obtenue précédemment. Conclure.

6 - Calculer numériquement le travail indiqué du compresseur étagé optimisé, et comparer au travail dépensé pour un compresseur mono-étagé. Conclure.

## Problème ouvert

### Exercice 6 : Coût de fonctionnement d'un frigo



▸ *Problème ouvert.*

Vous achetez six bouteilles de 1 L de jus de fruit que vous rangez dans votre réfrigérateur. Une heure plus tard, elles sont à la température du frigo.

**Question** : combien vous coûte ce refroidissement ?

*Données :*

- l'efficacité thermodynamique du réfrigérateur vaut 1,5 ;
- l'isolation imparfaite du réfrigérateur se traduit par des fuites thermiques de puissance 10 W ;
- capacité thermique massique de l'eau liquide :  $4,2 \text{ kJ} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$  ;
- tarifs EDF : 1 kWh coûte 0,20 €.