

# Second principe

-  Difficulté d'analyse et compréhension, initiative requise ;
-  Difficulté technique et calculatoire ;
-  Exercice important.

Flasher ou cliquer  
pour accéder  
au corrigé



## Se préparer

### Applications de cours

*Ces applications de cours sont des briques élémentaires des raisonnements à mener dans les exercices : les maîtriser est incontournable. Elles sont toutes traitées de manière exhaustive dans le cours.*

**T4.1** - Un solide de masse  $m$  et capacité thermique massique  $c$ , initialement à la température  $T_1$  est placé à l'air libre, de température  $T_0$ , jouant le rôle de thermostat. Procéder au bilan entropique de la transformation et l'interpréter. On rappelle que  $\forall x > 0, \ln x \leq x - 1$ .

**T4.2** - Pour une machine ditherme au choix de l'interrogateur (moteur ou pompe à chaleur ou machine réfrigérante), montrer que le rendement/l'efficacité est borné(e) et établir l'expression du rendement/efficacité de Carnot.

### Cahier d'Entraînement



Le *Cahier d'Entraînement* est un projet collaboratif mené par des enseignants de CPGE, proposant aux étudiants des entraînements leur permettant de travailler en autonomie sur des techniques et « réflexes » utiles dans les exercices, en particulier calculatoires. Il est librement téléchargeable en scannant ou cliquant sur le QR-code ci-contre.

→ pour ce chapitre : 20.6, 20.7, 20.9, 20.10 et 20.12.

## Analyse de corrigé

### Exercice 1 : Masse posée sur un piston



-  ▶ Bilan d'entropie ;
- ▶ Approche de la réversibilité.

Considérons une enceinte hermétique, diatherme, fermée par un piston pouvant coulisser sans frottement. On place une masse  $m$  sur le piston, voir figure 1. Cette enceinte contient un gaz supposé parfait. Elle est placée dans l'air, à température  $T_0$  et pression  $P_0$ . On pose  $a = mg/P_0S$ .

- 1 - Déterminer les caractéristiques du gaz une fois l'équilibre thermique et mécanique atteint.
- 2 - On suppose la masse posée d'un bloc. Calculer l'entropie créée.

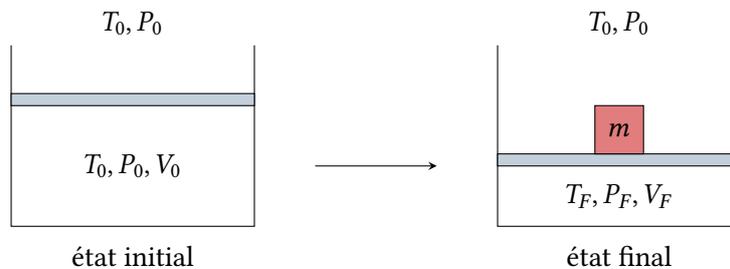


Figure 1 – Schéma de principe de la transformation.

3 - On réalise la même expérience, mais en  $N$  étapes successives, par exemple en ajoutant du sable « grain à grain ». On s'intéresse à la limite  $N \rightarrow \infty$ . Que peut-on dire de la température au cours de la transformation ? Déterminer l'entropie créée et interpréter.

4 - Établir une relation entre les travaux échangés et les entropies créées dans les deux transformations. L'interpréter physiquement.

Donnée : variation d'entropie de  $n$  mol de gaz parfait au cours d'une transformation  $(T_I, P_I, V_I) \rightarrow (T_F, P_F, V_F)$

$$\Delta S = \frac{nR}{\gamma - 1} \ln \frac{T_F}{T_I} + nR \ln \frac{V_F}{V_I} = nR \frac{\gamma}{\gamma - 1} \ln \frac{T_F}{T_I} - nR \ln \frac{P_F}{P_I} = \frac{nR}{\gamma - 1} \ln \frac{P_F}{P_I} + nR \frac{\gamma}{\gamma - 1} \ln \frac{V_F}{V_I}.$$

 **Correction** — 1 - L'enceinte est diatherme, donc

$$T_F = T_0.$$

La condition d'équilibre mécanique du piston dans l'état final donne

$$P_F S = P_0 S + mg$$

d'où on déduit

$$P_F = P_0 + \frac{mg}{S} = (1 + a)P_0.$$

**Question d'analyse 1** - Justifier précisément la condition d'équilibre mécanique, en particulier les signes.

Enfin, l'équation d'état donne

$$V_F = \frac{nRT_0}{(1 + a)P_0} \quad \text{soit} \quad V_F = \frac{V_0}{1 + a}.$$

2 - On raisonne sur un système constitué du gaz contenu dans l'enceinte et du piston.

• **Entropie échangée** : Commençons par calculer le transfert thermique algébrique reçu, en procédant à un bilan d'énergie interne.

**Question d'analyse 2** - Pourquoi ne procède-t-on pas à un bilan d'enthalpie ?

Le système est soumis à une pression apparente constante

$$P_{app} = P_0 + \frac{mg}{S} = (1 + a)P_0.$$

Le travail qu'il reçoit vaut donc

$$W_1 = - \int_{IF} P_{app} dV = -(1 + a)P_0 (V_F - V_I) = -(1 + a)P_0 \left( \frac{V_0}{1 + a} - V_0 \right)$$

ce qui se simplifie en

$$W_1 = aP_0 V_0 = anRT_0.$$

Ainsi,

$$\Delta U_1 \underset{\substack{= \\ \uparrow \\ \text{1er P}}}{=} W_1 + Q_1 \underset{\substack{= \\ \uparrow \\ \text{GP}}}{=} 0 \quad \text{d'où} \quad Q_1 = -anRT_0,$$

et finalement

$$S_{\text{éch}} = \frac{Q_1}{T_0} = -anR.$$

**Question d'analyse 3** - Justifier  $\Delta U_1 = 0$ .

• **Variation d'entropie** : par additivité,

$$\Delta S_1 = \Delta S_{\text{gaz}} + \Delta S_{\text{piston}}.$$

Or  $\Delta S_{\text{piston}} = 0$ , d'où

$$\Delta S_1 = \Delta S_{\text{gaz}} = -nR \ln(1+a).$$

**Question d'analyse 4** - Pourquoi a-t-on  $\Delta S_{\text{piston}} = 0$  ?

**Question d'analyse 5** - Identifier les simplifications conduisant à l'expression de  $\Delta S_{\text{gaz}}$ .

• **Entropie créée** : Le bilan d'entropie s'écrit

$$\Delta S_1 \underset{\substack{= \\ \uparrow \\ \text{2nd P}}}{=} S_{\text{éch}} + S_{\text{créée}} = -anR + S_{\text{créée}} \underset{\substack{= \\ \uparrow \\ \text{GP}}}{=} -nR \ln(1+a) \quad \text{d'où} \quad S_{\text{cl}} = nR(a - \ln(1+a)).$$

**Question d'analyse 6** - Quelle inégalité usuelle permet de confirmer que l'entropie créée est bien positive ?

**Question d'analyse 7** - Quelle est la cause de l'irréversibilité de la transformation ?

3 - Dans le cas où la transformation est réalisée en  $N \gg 1$  étapes, une masse  $m/N \rightarrow 0$  est ajoutée à chaque étape. On peut donc supposer la transformation isotherme.

**Question d'analyse 8** - Identifier de manière plus précise les arguments permettant la modélisation isotherme.

D'après ce qui précède,

$$\Delta U_{\infty} = 0 \quad \text{et} \quad \Delta S_{\infty} = -nR \ln(1+a).$$

La transformation est suffisamment lente pour être mécaniquement réversible, donc  $P_{\text{ext}} = P$

$$W_{\infty} = - \int P_{\text{ext}} dV = - \int P dV = - \int \frac{nRT_0}{V} dV = -nRT_0 \ln \frac{V_F}{V_0}.$$

En reprenant l'expression de  $V_F$  établie à la première question, il vient

$$W_{\infty} = +nRT_0 \ln(1+a) \quad \text{donc} \quad Q_{\infty} = -nRT_0 \ln(1+a).$$

**Question d'analyse 9** - Comment « ce qui précède » permet-il de donner les expressions de  $\Delta U_{\infty}$  et  $\Delta S_{\infty}$  ? Pourquoi le même argument ne s'applique-t-il pas pour  $W_{\infty}$  et  $Q_{\infty}$  ?

En fin de compte,

$$S_{\infty} = \Delta S_{\infty} - \frac{Q_{\infty}}{T_0} = 0.$$

La transformation devient réversible lorsqu'elle est réalisée suffisamment lentement.

4 - On vérifie que

$$W_1 = W_{\infty} + T_0 S_{\text{cl}}.$$

**Question d'analyse 10** - À toi d'interpréter ☺

## Bilans d'entropie

### Exercice 2 : Effet Joule

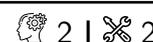


- Bilan d'entropie;
- Travail électrique.

Considérons une masse  $m$  d'eau dans laquelle plonge un conducteur ohmique de résistance  $R$ , traversée par un courant  $I$  pendant une durée  $\tau$ . L'ensemble forme un système noté  $(\Sigma)$ , de température  $T_0$ , maintenue constante par contact avec un thermostat. On note  $C_R$  la capacité thermique de la résistance, et  $c_{\text{eau}}$  la capacité thermique massique de l'eau.

**Question :** procéder au bilan d'entropie de la transformation et en déduire une information intéressante sur une résistance.

### Exercice 3 : Détente de Joule-Gay Lussac

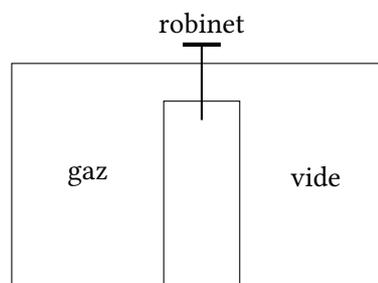


- Bilan d'entropie;
- Formule de Boltzmann.

L'expérience de la détente de Joule-Gay Lussac, réalisée au XIX<sup>e</sup> siècle, visait à étudier le comportement des gaz lors d'une expansion sans échange de chaleur. Dans cette expérience, un gaz confiné dans un premier compartiment est libéré dans un second, initialement vide. Elle permet de démontrer que l'énergie interne d'un gaz parfait ne dépend que de sa température, résultat connu aujourd'hui sous le nom de *première loi de Joule*, qui fut essentiel dans le développement de la thermodynamique. Bien qu'associée à leurs deux noms car leurs résultats se sont complétés, James Prescott Joule et Joseph Louis Gay Lussac ont travaillé séparément et à plusieurs années d'écart.



*Collections École Polytechnique*



**Figure 2 – Dispositif de Gay Lussac.**

On s'intéresse dans cet exercice au bilan d'entropie de la transformation induite par l'ouverture du robinet séparant les deux compartiments, de même volume  $V_0$ . Le compartiment gauche contient initialement  $n$  mol de gaz parfait à la température  $T_0$ . L'expérience est suffisamment rapide pour être considérée adiabatique.

*Données :*

- variation d'entropie d'un gaz parfait :

$$\Delta S = \frac{nR}{\gamma - 1} \ln \frac{T_F}{T_I} + nR \ln \frac{V_F}{V_I} = nR \frac{\gamma}{\gamma - 1} \ln \frac{T_F}{T_I} - nR \ln \frac{P_F}{P_I} = \frac{nR}{\gamma - 1} \ln \frac{P_F}{P_I} + nR \frac{\gamma}{\gamma - 1} \ln \frac{V_F}{V_I}.$$

- formule de Boltzmann :  $S = k_B \ln \Omega$ .

1 - Montrer que la détente est isotherme.

2 - Calculer la variation d'entropie  $\Delta S$  au cours de la transformation. Quelle est la cause d'irréversibilité ?

On cherche à retrouver ce résultat par une approche statistique. Pour simplifier, on décrit un micro-état par une donnée de type (g,g,d,g,d,...) indiquant dans quel compartiment se trouve chaque molécule du gaz. Le macro-état correspondant est donné par les nombres ( $N_g, N_d$ ) de molécules dans chaque compartiment. On note  $\Omega(N_g, N_d)$  le nombre de micro-états réalisant le macro-état ( $N_g, N_d$ ).

3 - Identifier le macro-état initial, le macro-état final et le nombre de micro-états correspondants en fonction du nombre total de molécules  $N$ .

4 - Retrouver l'expression de  $\Delta S$  par application de la formule de Boltzmann. Comme  $N \gg 1$ , on pourra utiliser l'équivalent  $\ln N! \sim N \ln N - N$ .

### Exercice 4 : Thermalisation progressive

 3 | ✂ 2


- Transformation infinitésimale ;
- Approche de la réversibilité.

1 - On place un solide de capacité thermique  $C$  initialement à  $T_0$  au contact d'un thermostat à température  $T_\infty$ . Vérifier que la transformation est sans grande surprise irréversible. Quelle en est la cause ?

2 - On opère maintenant par étapes : le solide est mis successivement en contact avec  $N$  thermostats de températures

$$T_n = T_0 + n \frac{T_\infty - T_0}{N}, \quad 1 \leq n \leq N.$$

Déterminer l'entropie créée dans la limite  $N \rightarrow \infty$  et interpréter le résultat. On pourra considérer qu'à chaque étape le solide subit une transformation infinitésimale amenant sa température de  $T$  à  $T + dT$ .

## Machines thermiques

### Exercice 5 : Moteur monotherme

 2 | ✂ 2


- Machine thermique.

On s'intéresse dans cet exercice à un moteur thermique cyclique *monotherme*, c'est-à-dire n'échangeant du transfert thermique qu'avec une seule source. On raisonne sur une quantité de matière  $n = 1$  mol de gaz parfait qui subit la succession de transformations (idéalisées) suivantes :

- $A \rightarrow B$  : détente isotherme de  $P_A$  à  $P_B$  au contact d'un thermostat de température  $T_0 = T_A = T_B$  ;
- $B \rightarrow C$  : transformation isobare jusqu'à  $V_C$  au contact du même thermostat ;
- $C \rightarrow A$  : compression adiabatique réversible jusqu'à revenir à l'état  $A$ .

Donnée : au cours d'une transformation  $I \rightarrow F$  d'un gaz parfait,

$$\Delta S = \frac{nR}{\gamma - 1} \ln \frac{T_F}{T_I} + nR \ln \frac{V_F}{V_I} = nR \frac{\gamma}{\gamma - 1} \ln \frac{T_F}{T_I} - nR \ln \frac{P_F}{P_I} = \frac{nR}{\gamma - 1} \ln \frac{P_F}{P_I} + nR \frac{\gamma}{\gamma - 1} \ln \frac{V_F}{V_I}.$$

Inégalité de convexité :  $\forall x > 0, \ln x \leq x - 1$ .

1 - Représenter ce cycle dans le diagramme de Watt ( $P, V$ ). Confirmer qu'il s'agit bien d'un moteur.

2 - Déterminer l'entropie créée entre  $A$  et  $B$ . Commenter.

3 - Calculer le travail  $W_{BC}$  et le transfert thermique  $Q_{BC}$  reçus par le gaz au cours de la transformation  $BC$ . En déduire l'entropie échangée avec le thermostat ainsi que l'entropie créée au cours de cette étape.

4 - Conclure : le cycle proposé est-il réalisable ? Le cycle inverse l'est-il ?

**Exercice 6 : Réfrigérateur à absorption de chaleur**oral banque PT |  2 |  1

▷ Rendement d'une machine thermique.

On se propose dans cet exercice d'étudier le refroidissement d'un système à température  $T_f$  par une machine frigorifique œuvrant dans un environnement à température  $T_0 > T_f$ . Tous les échanges énergétiques sont algébriques, comptés positivement lorsqu'ils sont réellement reçus par le fluide frigorigène de la machine.

1 - Rappeler dans les grandes lignes le principe de fonctionnement d'un réfrigérateur ditherme. Identifier les énergies échangées et donner leur signe.

2 - Définir l'efficacité  $e_d$  du réfrigérateur ditherme. Montrer qu'elle ne peut dépasser une valeur maximale à établir en fonction de  $T_0$  et  $T_f$ .

Un réfrigérateur à absorption de chaleur est une machine thermodynamique qui utilise une troisième source de chaleur à température  $T_c > T_0$  pour faire tourner son cycle frigorifique, en lieu et place d'un compresseur apportant du travail mécanique utilisé habituellement. Il est utilisé lorsque l'on dispose d'une source de chaleur intense et quasi-gratuite : fort ensoleillement, chaleur fatale<sup>1</sup> d'un procédé industriel, etc. Le fonctionnement interne de la machine repose sur des mécanismes physiques complexes, qui nécessitent notamment l'utilisation d'un mélange de deux fluides frigorigènes. L'efficacité du réfrigérateur est définie par  $e_{\text{abs}} = Q_f/Q_c$ .

3 - Montrer que l'efficacité du réfrigérateur à absorption est également bornée.

4 - Rappeler l'expression du rendement maximal d'un moteur fonctionnant entre deux sources de chaleur. Interpréter le résultat de la question précédente, et le principe de fonctionnement de la machine.

5 - Comparer l'efficacité du réfrigérateur à absorption à celle du réfrigérateur ditherme envisagé au début de l'exercice. Pourquoi ce résultat était-il prévisible par des arguments physiques ? Conclure sur l'intérêt d'un réfrigérateur à absorption.

**Problème ouvert****Exercice 7 : Rafraîchir sa cuisine en ouvrant son frigo** 2 |  1

▷ Problème ouvert ;

▷ Machines thermiques.

Par un jour de grande chaleur, un enfant propose à ses parents de laisser le frigo grand ouvert pour rafraîchir la cuisine. Que penser de cette bonne idée ?

1. La chaleur fatale est l'énergie thermique libérée par un procédé dont elle n'est pas la finalité. Son exploitation demande le développement d'une technologie complémentaire. Lorsqu'elle est valorisée, on parle de cogénération de chaleur.