

# Machines thermiques

Pour vous aider à apprendre, j'indique dans les cercles violets en marge ce qu'il faut retenir : R le résultat ; D la démonstration ; Q seulement les aspects qualitatifs ; M seulement la méthode utilisée. Il est sous-entendu que toutes les définitions doivent être connues, et que si un résultat doit être connu alors ses aspects qualitatifs doivent l'être.

## Plan du cours

<b>I</b>	<b>Fonctionnement des machines cycliques</b>	<b>2</b>
I.1	Différents types de machines . . . . .	2
I.2	Conséquence des principes de la thermodynamique . . . . .	3
<b>II</b>	<b>Machines dithermes</b>	<b>4</b>
II.1	Définitions et notations . . . . .	4
II.2	Moteur ditherme . . . . .	5
II.3	Machine réceptrice : réfrigérateur et pompe à chaleur. . . . .	7
II.4	Cycle de Carnot d'une machine réversible . . . . .	11
<b>III</b>	<b>Exemple de machine à piston : moteur quatre temps modélisé par le cycle de Beau de Rochas</b>	<b>13</b>
III.1	Fonctionnement du moteur . . . . .	13
III.2	Modélisation et représentation dans le diagramme de Watt . . . . .	14
III.3	Calcul du rendement. . . . .	16
<b>IV</b>	<b>Exemple de machine à écoulement : réfrigérateur industriel</b>	<b>16</b>
IV.1	Principe de fonctionnement. . . . .	16
IV.2	Premier principe pour un fluide en écoulement. . . . .	17
IV.3	Diagramme des frigoristes. . . . .	21
IV.4	Étude d'un cycle frigorifique dans le diagramme des frigoristes . . . . .	25

## Ce que vous devez savoir et savoir faire

- ▷ Appliquer les principes de la thermodynamique aux machines cycliques.
- ▷ Écrire et utiliser le second principe sous la forme de l'inégalité de Clausius.
- ▷ Donner le sens réel des échanges d'énergie pour un moteur ou un récepteur thermique ditherme.
- ▷ Définir un rendement ou une efficacité et la relier aux énergies échangées au cours d'un cycle.
- ▷ Justifier et utiliser le théorème de Carnot.
- ▷ Analyser un dispositif concret et le modéliser par une machine cyclique ditherme.
- ▷ Citer quelques ordres de grandeur des rendements des machines thermiques réelles actuelles.
- ▷ Utiliser le premier principe appliqué à un fluide en écoulement stationnaire.
- ▷ Utiliser un diagramme enthalpique ( $P, h$ ) pour étudier les performances d'une machine.

*La démonstration du premier principe pour un fluide en écoulement, bien que faite en cours, ne figure qu'au programme de PT.*

## Questions de cours pour les colles

- ▷ Établir l'inégalité de Clausius.
- ▷ Donner le sens réel des échanges d'énergie dans un moteur, une pompe à chaleur, un réfrigérateur.
- ▷ Définir le rendement ou l'efficacité de chaque type de machine en fonction des énergies échangées au cours du cycle, et établir la formulation associée du théorème de Carnot.

Ce dernier chapitre de thermodynamique permet d'aborder enfin les vraies motivations qui ont conduit au développement de la thermodynamique : les machines thermodynamiques.

- ▷ première réalisation : la machine à vapeur de Denis Papin, datant de la fin du XVII<sup>e</sup> siècle ;
- ▷ premières fondations théoriques : Sadi Carnot, 1824, « Réflexions sur la puissance motrice du feu et les machines propres à développer cette puissance ».

## I - Fonctionnement des machines cycliques

### I.1 - Différents types de machines

On appelle **machine thermique** un dispositif fonctionnant en cycles dans lequel un fluide échange de l'énergie par transfert thermique et par travail.

Point important de la définition : fonctionnement cyclique.

↪ conséquence :

Espace 1

#### • Deux types de fonctions

On appelle **moteur thermique** une machine qui fournit effectivement du travail à l'extérieur.

*Exemples :*

Espace 2

On appelle **machine frigorifique** ou **récepteur thermique** une machine qui réalise un transfert thermique effectif de sens contraire au sens naturel.

*Exemples :*

Espace 3

#### • Deux types de structure de machines

- ▷ Machines à **piston** : toutes les transformations ont lieu dans une même chambre cylindrique, dont le volume varie grâce à un piston mobile. Plusieurs chambres peuvent être montées en parallèle.

*Exemple :*

Espace 4

- ▷ Machines à **écoulement** : un fluide circule dans la machine et traverse successivement différents compartiments dans lesquels il subit des transformations.

*Exemples :*

Espace 5

#### • Importance des changements d'état

Beaucoup de machines exploitent des transitions de phase du fluide, car cela permet d'emmagasiner ou fournir des énergies très importantes à partir de faibles variations des variables d'état.

*Exemple : Le 1,1,1,2-Tétrafluoroéthane, ou R134a, est l'un des fluides réfrigérants les plus utilisés, sans impact sur la couche d'ozone mais puissant gaz à effet de serre.*



Son enthalpie de vaporisation vaut  $\Delta_{\text{vap}}h = 215 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$  et sa capacité thermique massique  $c_{\text{liq}} = 1,4 \text{ kJ} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$ , c'est-à-dire que vaporiser 1 kg de fluide demande la même énergie qu'augmenter sa température de 150 K ... et c'est évidemment beaucoup plus facile à faire !

## 1.2 - Conséquence des principes de la thermodynamique

**Convention :** le système est constitué du fluide uniquement, et exclut tout son contenant (conduites, pistons, arbres, turbines, etc.)

- **Écriture des principes sur l'ensemble du cycle**

Espace 6

Traduction du second principe : comme  $S_{\text{créée}} > 0$ , il faut que le fluide cède davantage d'entropie par transfert thermique qu'il n'en reçoit au cours du cycle.

- **Inégalité de Clausius**

L'inégalité de Clausius est une reformulation du second principe en termes de transferts thermiques, qui évite donc d'avoir à parler explicitement d'entropie lors de l'étude des machines. Raisonons sur une machine où le fluide échange successivement de l'énergie avec  $N$  thermostats de températures respectives  $T_n$ .

Entropie échangée au cours du cycle :

Espace 7

Conséquence :

D  
R

Espace 8

- **Conséquence : impossibilité d'un moteur cyclique monotherme**

### Exercice C1 : Impossibilité d'un moteur cyclique monotherme

Une machine thermique monotherme n'implique d'échange qu'avec un unique thermostat. Déterminer le signe du transfert thermique reçu par le fluide, puis celui du travail. Conclure : la machine peut-elle être un moteur ?

Espace 9

Il n'existe pas de machine monotherme motrice.

*Remarque : c'est ainsi que lord Kelvin a formulé historiquement le second principe.*

## II - Machines dithermes

### II.1 - Définitions et notations

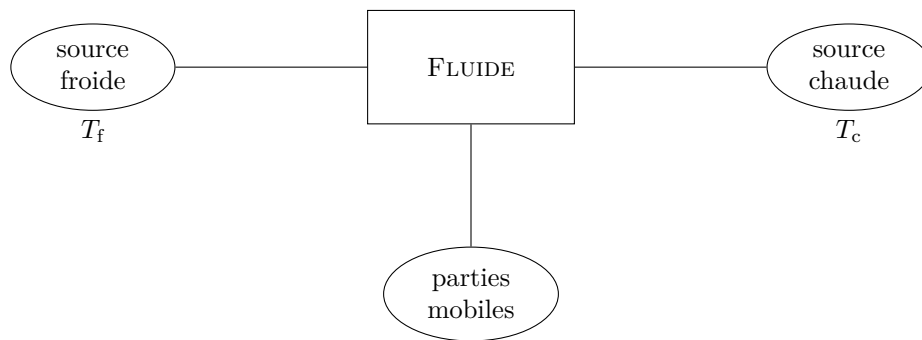
On appelle **machine ditherme** une machine dans laquelle le fluide échange de l'énergie par transfert thermique avec deux thermostats différents au cours du cycle.

Ces deux thermostats sont qualifiés de **source chaude** et **source froide** en fonction de leur température ... mais attention : cela ne préjuge en rien du sens réel du transfert thermique entre le fluide et le thermostat, cf. après.

Ce sont les machines les plus simples, mais elles sont déjà riches : les deux types de machines sont faisables en ditherme. De plus, beaucoup de machines réelles sont correctement modélisables par des machines dithermes.

- **Diagramme des échanges de toute machine ditherme :**

Les énergies échangées sont orientées vers le fluide, mais sont algébriques.



**Figure 1 – Diagramme des échanges d'une machine thermique.**

⚠️⚠️⚠️ **Attention !** le sens réel des échanges, donc leur signe, dépend de la machine.

- **Écriture des principes :**

Premier principe :

Espace 10

Second principe, sous forme de l'inégalité de Clausius :

Espace 11

## II.2 - Moteur ditherme

### a) Sens réel des échanges d'énergie

R



Diagramme des échanges :

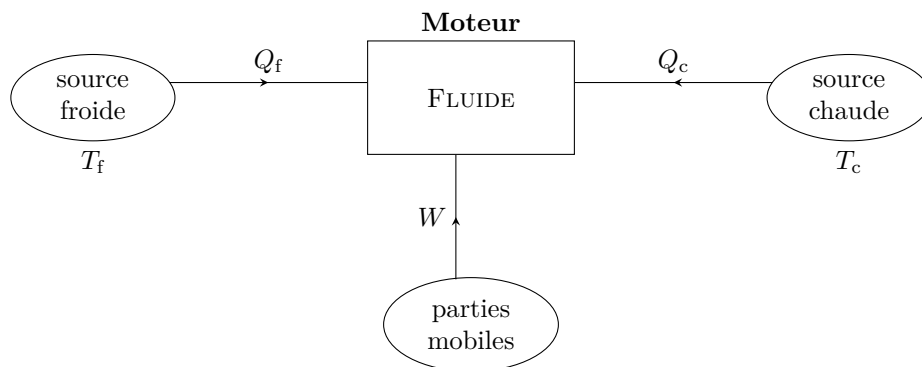


Figure 2 – Diagramme des échanges d'un moteur ditherme.

### b) Performance énergétique : rendement

#### • Définition

Un moteur permet une conversion d'énergie interne en énergie mécanique. Le rendement permet de quantifier sa performance à ce point de vue.

R

Génériquement, un **rendement** caractérise la qualité d'une conversion énergétique.

$$\eta = \frac{\text{énergie ou puissance intéressante}}{\text{énergie ou puissance coûteuse}}$$

On a toujours  $0 \leq \eta \leq 1$ .

$\eta > 0$  par convention, et  $\eta < 1$  car on ne peut pas récupérer plus d'énergie que l'on en donne.

On raisonne sur un cycle. Dans le cas du moteur :

▷ énergie intéressante :

Espace 13

▷ énergie coûteuse :

Espace 14

▷ et le reste ?

Espace 15

Ainsi :

D

Espace 16

- **Rendement maximal de Carnot**

Un point essentiel est l'existence d'une borne de rendement maximal, imposé par le second principe.

Le rendement d'un moteur thermique ne peut pas atteindre 100 %, même avec une technologie idéale.

**Démonstration :**

D

Espace 17

💧💧💧 **Attention !** Être extrêmement vigilant aux signes lorsque l'on divise, car les échanges sont algébriques.

R

**Théorème de Carnot :**

Espace 18

**Remarque :** autre démonstration possible.

D'après le premier principe,  $-W = Q_c + Q_f$  donc

$$\eta = 1 + \frac{Q_f}{Q_c} < 1.$$

On raisonne ensuite sur l'inégalité de Clausius pour borner  $Q_f/Q_c$ .

- **Ordres de grandeur**

▷ centrale nucléaire : température du réacteur  $T_c \sim 600$  K, température de la rivière  $T_f \sim 300$  K, d'où

$$\eta_{\text{Carnot}} = 0,5 \quad \text{et} \quad \eta_{\text{réel}} \sim 0,3 - 0,4.$$

▷ moteur à essence : température du gaz en combustion  $T_c \sim 3000$  K, température de l'atmosphère  $T_f \sim 300$  K, d'où

$$\eta_{\text{Carnot}} = 0,9 \quad \text{et} \quad \eta_{\text{réel}} \sim 35 \% \text{ (essence) ou } 45 \% \text{ (diesel)}.$$

## II.3 - Machine réceptrice : réfrigérateur et pompe à chaleur

### a) Sens réel des échanges d'énergie

R



Espace 19

↪ quand on refroidit le frigo, on réchauffe la cuisine.

### Diagramme des échanges :

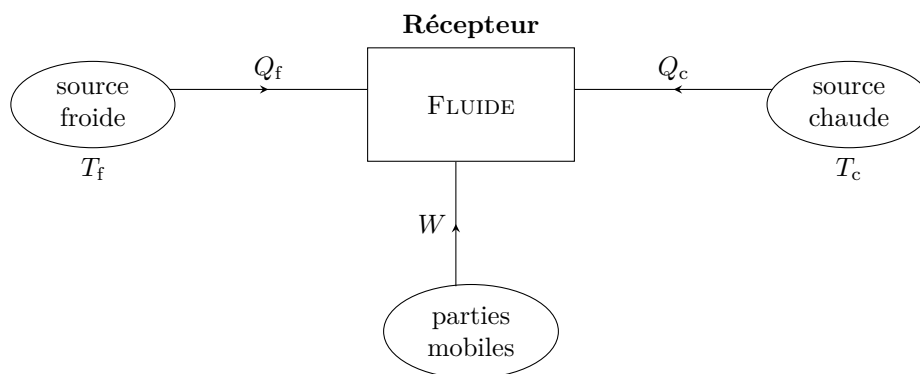


Figure 3 – Diagramme des échanges d'une machine thermique réceptrice.

En fonction de la finalité, on distingue :

- ▷ les **réfrigérateurs** ou **climatiseurs**, qui visent à refroidir la source froide (c'est-à-dire l'intérieur du frigo, la source chaude étant l'extérieur) ;
- ▷ les  **pompes à chaleur**, qui visent à réchauffer la source chaude (c'est-à-dire l'intérieur de l'habitation, la source froide étant l'extérieur).

Le fluide de la machine est qualifié de fluide **calorigène** ou **caloporteur** dans une pompe à chaleur et de fluide **frigorigène** dans un réfrigérateur, mais rien d'autre que la finalité de la machine ne les distingue.

### b) Fonctionnement qualitatif

Les « vrais » échanges thermiques entre le fluide et les thermostats ne peuvent se faire que dans le sens naturel, du plus chaud vers le plus froid.

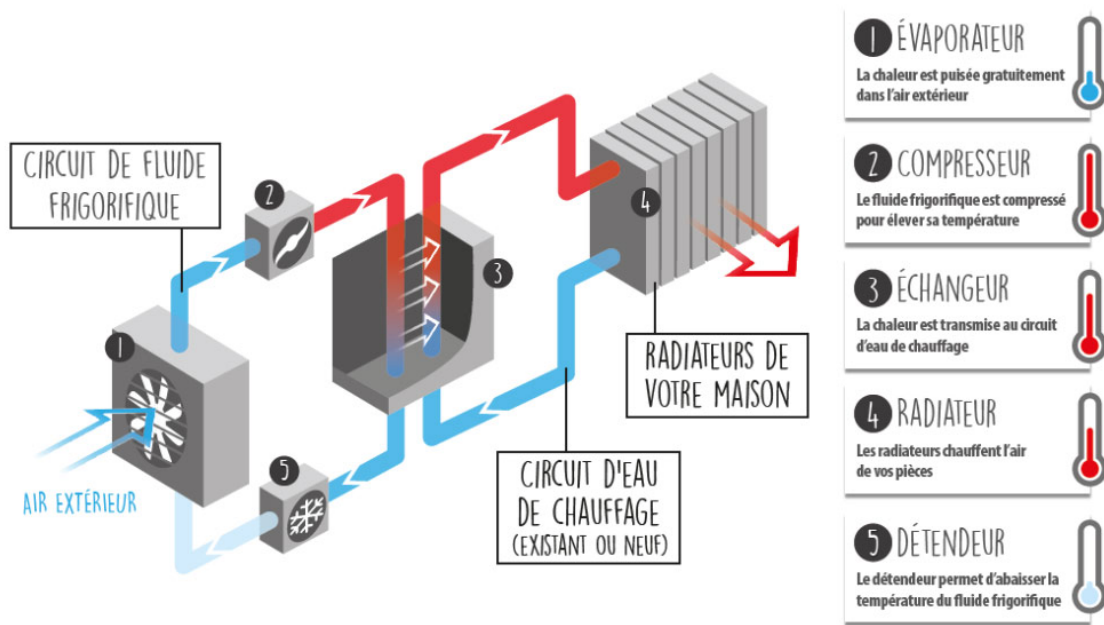
Q

↪ lorsque le fluide est en contact avec la source froide, il doit être plus froid qu'elle ( $T < T_f$ ), et réciproquement, lorsqu'il est en contact avec la source chaude il doit être plus chaud qu'elle ( $T > T_c$ ).

Conséquence :

Espace 20

Un schéma de principe du fonctionnement d'une pompe à chaleur est représenté figure 4.



**Figure 4 – Schéma explicatif du principe d'une pompe à chaleur.** Dans le principe, un climatiseur fonctionne à l'identique, en inversant « l'intérieur » à « l'extérieur ».

**c) Performance énergétique : efficacité**

Une machine réceptrice ne réalise pas de conversion d'énergie, mais uniquement du transport d'une source à l'autre.

Génériquement, l'**efficacité** d'une machine caractérise la qualité du transport énergétique.

$$e = \frac{\text{énergie ou puissance intéressante}}{\text{énergie ou puissance coûteuse}}$$

Un point essentiel est l'existence d'une borne d'efficacité maximale, imposée par le second principe.

L'efficacité d'une machine réceptrice est nécessairement bornée, même avec une technologie idéale.

Compte tenu de la définition, il faut distinguer PAC et frigo car l'énergie intéressante n'est pas la même dans les deux cas.

**d) Cas de la pompe à chaleur**

• **Expression de l'efficacité**

On raisonne comme toujours sur un cycle complet.

▷ Finalité :

Espace 21

▷ énergie intéressante :

Espace 22

▷ énergie coûteuse :

Espace 23

▷ et le reste ?

Espace 24

Ainsi,

Espace 25



Remarque importante :

Espace 26

Q

Espace 27

↔ interprétation :

Espace 28

- **Efficacité maximale de Carnot**

La démonstration suit la même méthode que pour le rendement : exprimer le transfert thermique « inintéressant » en fonction du travail avec le premier principe, puis le remplacer dans l'inégalité de Clausius.

D

Espace 29

🔥🔥🔥 **Attention !** Être extrêmement vigilant aux signes lors des divisions, car les échanges sont algébriques.

R

**Théorème de Carnot :**

Espace 30

Encore une fois, cette borne est intrinsèque, indépendante de toute technologie.

- **Ordre de grandeur : pompe à chaleur domestique**



Les documentations de PAC ne parlent pas d'efficacité mais de **COP**, abréviation pour « **coefficient optimal de performance** ». Il s'agit de l'efficacité dans les conditions normalisées  $T_c = 35^\circ\text{C}$  (température d'un circuit de chauffage au sol) et  $T_f = 7^\circ\text{C}$  (température de l'air extérieur). Le COP est défini à partir de la consommation électrique totale (incluant circuits de ventilation, de commande, etc.) et pas seulement du travail fourni par le compresseur. En ordre de grandeur,

$$e_{\text{Carnot}} = 11 \quad \text{et} \quad \text{COP}_{\text{commerce}} = 3 \text{ à } 6.$$

Comme son nom l'indique, le COP est « optimal », et ne reflète donc pas le fonctionnement moyen de la pompe à chaleur : pour les systèmes actuels, l'efficacité moyenne d'une pompe à chaleur sur une année varie de 1,5 (région très froide, PAC de qualité moyenne) à 4 (région moins froide, PAC très performante). Les documentations techniques évoquent ces chiffres sous le nom de « COP annuel ».

### e) Cas du réfrigérateur ou climatiseur

- **Expression de l'efficacité**

▷ Finalité :

Espace 31

▷ énergie intéressante :

Espace 32

▷ énergie coûteuse :

Espace 33

▷ et le reste ?

Espace 34

Ainsi,

Espace 35

- **Efficacité maximale de Carnot**

Un calcul exactement identique au précédent permet de montrer que

**Théorème de Carnot :**  
L'efficacité d'un réfrigérateur est bornée,

$$e \leq \frac{T_f}{T_c - T_f} = \frac{\text{température de la source intéressante}}{\text{différence de température}}$$

L'efficacité maximale, appelée **efficacité de Carnot**, est atteinte pour un cycle totalement réversible.

**Ordre de grandeur :** pour un congélateur,  $T_f = -18^\circ\text{C}$  et  $T_c = 20^\circ\text{C}$ ,

$$e_{\text{Carnot}} = 6,7 \quad \text{et} \quad e_{\text{commerce}} \sim 2.$$

## II.4 - Cycle de Carnot d'une machine réversible

Le cycle d'une machine ditherme totalement réversible est appelé **cycle de Carnot**. Il est analogue pour tous les types de machines, seul changent les échanges d'énergie auxquels on s'intéresse.

### a) Présentation

Le cycle qui donne le meilleur rendement est totalement réversible, il est donc forcément quasi-statique et il n'y a jamais d'inhomogénéités puisque ce sont les sources d'irréversibilité.

#### Conséquences :

- ▷ les étapes au contact des sources sont des isothermes à la température des sources ;
- ▷ les étapes intermédiaires sont nécessairement des adiabatiques où un travail permet de modifier la température sans transfert thermique, et comme elles sont réversibles par hypothèse, ce sont des isentropiques.

R

Espace 36

Le cycle de Carnot est complètement réversible, le second principe autorise donc qu'il soit parcouru dans les deux sens : c'est le même pour un moteur ou un récepteur thermique.

### b) Représentations

Le détail de la représentation dans un diagramme donné dépend de la nature du système, car les relations entre variables d'état ne sont pas les mêmes.

#### • Exemple : cycle de Carnot moteur pour un gaz parfait

M

- ▷ Étape  $A \rightarrow B$  : détente isotherme réversible à  $T_c$

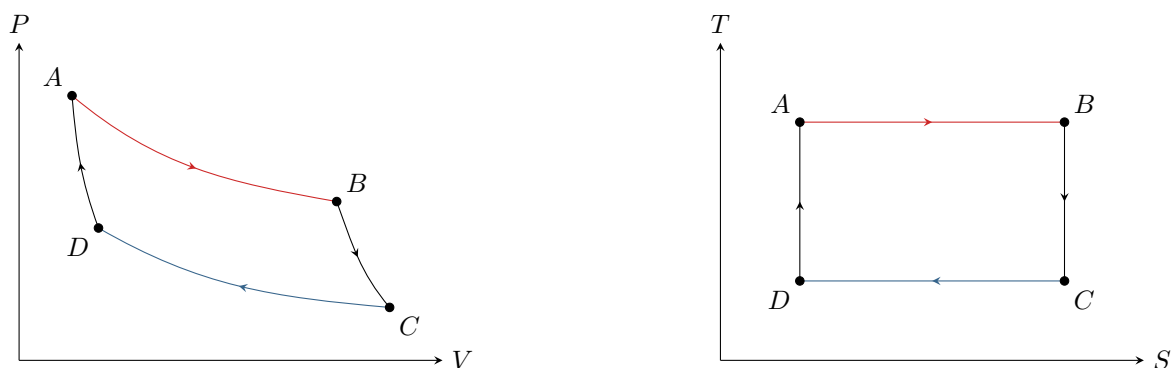
Espace 37

- ▷  $B \rightarrow C$  : détente adiabatique réversible

Espace 38

- ▷  $C \rightarrow D$  : isotherme à  $T_f$  donc à nouveau  $P \propto 1/V$  mais comme on veut un fonctionnement cyclique il s'agit nécessairement d'une compression ;

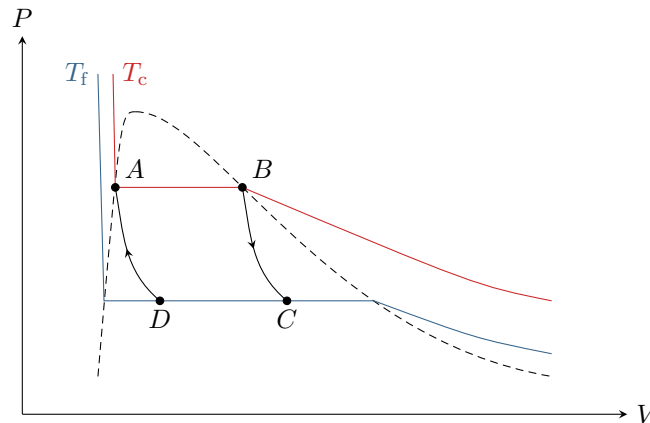
- ▷  $D \rightarrow A$  : compression adiabatique réversible.



**Figure 5 – Cycle de Carnot moteur.** Le cycle est tracé pour un gaz parfait. Gauche : diagramme de Watt, droite : diagramme entropique.

• Exemple : cycle de Carnot moteur pour un système diphasé

Dans le cas d'un système diphasé, les isothermes et les isobares sont confondues : ce sont donc des horizontales dans le diagramme de Watt. De même, l'allure des isentropiques est légèrement différente. L'allure du cycle dans le diagramme entropique serait identique à celle pour un gaz parfait.



**Figure 6 – Cycle de Carnot moteur.** Le cycle est tracé pour un système diphasé dans le diagramme de Watt. Les isothermes d'Andréws aux températures des sources sont représentées en couleur, la courbe de saturation en pointillés.

• Lien entre le sens de parcours du cycle et le type de machine

Rappel : interprétation graphique du travail des forces de pression.

R

Espace 39

Bilan sur le cycle :

M

Espace 40

↪ conclusion :

Espace 41

Généralisation :

R

Espace 42

**Remarque :** Cette règle se généralise en fait à tous les diagrammes thermodynamiques, cf. cours de PT. On peut constater que c'est bien le cas sur le diagramme entropique (T, S) de la figure 5.

## c) Calcul du rendement

## Exercice C2 : Rendement du cycle de Carnot

Considérons un moteur de Carnot contenant une quantité de matière  $n$  de gaz parfait.

- 1 - Rappeler la définition du rendement d'un moteur.
- 2 - Au cours de quelle étape du cycle le transfert thermique  $Q_c$  avec la source chaude est-il échangé ? Le calculer.
- 3 - Pour calculer le travail total échangé au cours du cycle, il est plus astucieux de calculer d'abord  $Q_f$ . Pourquoi ? En déduire que

$$W_{\text{tot}} = -nRT_c \ln \frac{V_B}{V_A} - nRT_f \ln \frac{V_D}{V_C}.$$

- 4 - Exprimer  $V_D/V_A$  puis  $V_C/V_B$  en fonction des températures des sources. En déduire une expression du travail en fonction de  $V_B$  et  $V_A$  seulement.
- 5 - Conclure sur le rendement du moteur. Commenter.

## d) Limitations

Un cycle de Carnot semble très attirant sur le papier, mais n'a quasiment aucun intérêt pratique :

- ▷ il est très serré dans le diagramme de Watt, donc ne fournit presque pas de travail ;
- ▷ il est quasi-statique donc ne délivre aucune puissance.

### III - Exemple de machine à piston : moteur quatre temps modélisé par le cycle de Beau de Rochas

*L'ensemble de ce paragraphe s'apparente à un exercice de cours, qui a fait par exemple l'objet du sujet de modélisation PT 2017. Aucun des détails sur le cycle n'est à connaître.*

Dans un moteur à explosion, un mélange air-carburant est enflammé et explose. L'énergie libérée par la transformation chimique de combustion est récupérée, et « convertie » sous forme de travail.

Le cycle de Beau de Rochas est l'un des cycles possibles d'un moteur à explosion. Il a été proposé théoriquement en 1862 par Alphonse Beau de Rochas. Sa réalisation pratique date de 1876 par Nikolaus Otto, en Allemagne : on parle aussi du cycle d'Otto. En France, il a été réalisé la même année par Étienne Lenoir, qui vivait à Saint-Maur-des-Fossés : avec son véhicule, il va de Joinville-le-Pont à Paris (9 km) en trois heures. Le RER A n'est pas si mal !

#### III.1 - Fonctionnement du moteur

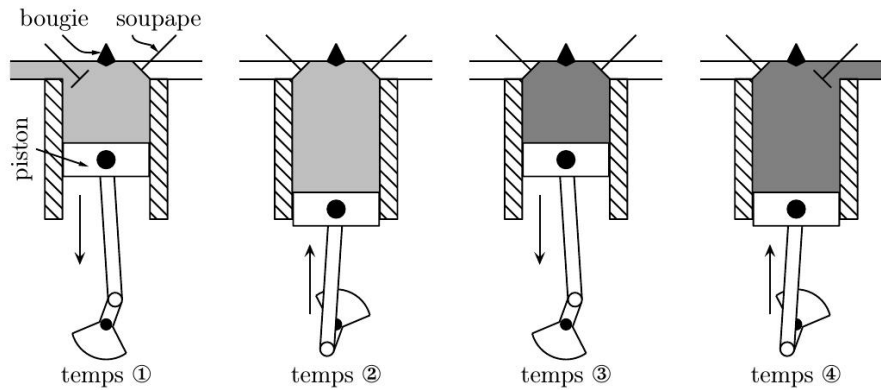
Le fonctionnement d'un moteur quatre temps à essence usuel est représenté sur les schémas figure 7. Une animation est également en ligne sur la page Wikipédia « cycle de Beau de Rochas ». Une représentation du cycle réel dans le diagramme de Watt est donnée figure 8. La pression  $P$  est celle qui règne dans la chambre de combustion, le volume  $V$  étant celui de la chambre.

**Remarque :** Dans la pratique, plusieurs cylindres identiques sont montés en parallèle et avec un décalage de façon à ce que le piston remonte dans certains cylindres lorsqu'il descend dans d'autres, ce qui permet d'éviter les à-coups de poussée du moteur. On ne décrit ici que le principe du cycle d'un seul cylindre.

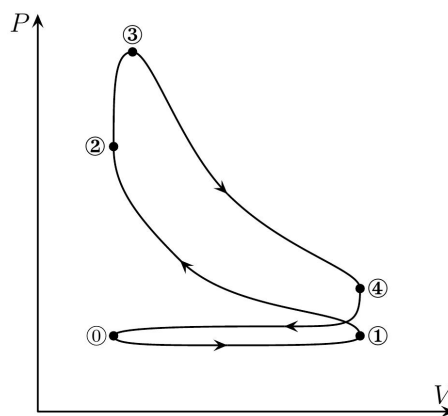
- ▷ *Premier temps : admission*  $0 \rightarrow 1$ . Au point 0, le piston est à son point mort haut, c'est-à-dire en position la plus haute possible. Le volume à l'intérieur de la chambre est minimal, très faible, mais pas exactement nul. La (ou les) soupape d'admission s'ouvre et le volume du piston augmente, ce qui permet le passage du mélange gazeux air-carburant par la soupape d'admission. Notons que l'augmentation de volume et l'entrée de gaz s'accompagnent d'une légère dépression. Lorsque le piston est à son point mort bas 1, le volume de la chambre est maximal et les soupapes se referment.
- ▷ *Deuxième temps : compression*  $1 \rightarrow 2$ . Le piston remonte, ce qui diminue le volume de la chambre à combustion, la pression augmente.
- ▷ *Explosion*  $2 \rightarrow 3$ . Ce n'est pas un temps à proprement parler, puisque l'explosion a lieu très rapidement, entre le deuxième et le troisième temps. Lorsque le piston a de nouveau atteint son point mort haut (volume minimal) en 2, une bougie crée une étincelle qui provoque l'explosion, c'est-à-dire la combustion très rapide des gaz entre les points 2 et 3. Lors de cette combustion, la pression augmente fortement mais le piston ne descend que très peu en raison de son inertie.

- ▷ *Troisième temps : détente* 3 → 4. Le gaz chauffé par l'explosion repousse violemment le piston vers le bas. C'est le temps moteur : c'est à ce moment là que du travail est véritablement fourni au piston. Lors de la détente, le piston descend jusqu'à son point mort bas 4, c'est-à-dire son volume maximal.
- ▷ *Quatrième temps : échappement* 4 → 0. Lorsque les soupapes s'ouvrent au point 4, le contact entre les gaz brûlés dans la chambre et l'extérieur provoque leur refroidissement brutal, ce qui explique la première partie quasi-verticale de la courbe : le volume n'a pratiquement pas le temps de varier. Ensuite, le mouvement du piston vers le haut (le volume diminue) permet d'évacuer les gaz brûlés, et un nouveau cycle peut recommencer.

Remarquons qu'un cycle complet demande deux allers-retours du piston dans le cylindre.



**Figure 7 – Principe de fonctionnement d'un moteur quatre temps.** Figure extraite du cours en ligne de Matthieu Rigaut.



**Figure 8 – Représentation du cycle « réel » d'un moteur quatre temps dans le diagramme de Watt.** Figure extraite du cours en ligne de Matthieu Rigaut.

### III.2 - Modélisation et représentation dans le diagramme de Watt

- Difficultés dans la description du cycle

Espace 43

↪ la modélisation par une machine ditherme est donc une simplification !

- Modélisation du système

On suppose que le mélange gazeux air-carburant se comporte comme un gaz parfait diatomique. On fait aussi l'hypothèse plus drastique qu'en dépit de la réaction chimique de combustion les caractéristiques du gaz (capacités thermiques  $C_P$  et  $C_V$ , coefficient isentropique  $\gamma$ , et surtout quantité de matière  $n$ ) ne varient pas pendant les transformations.

- **Modélisation des sources**

M

Espace 44

- **Modélisation des transformations**

▷ Étape 0 → 1 :

M

Espace 45

▷ Étape 1 → 2 :

Espace 46

▷ Étape 2 → 3 :

Espace 47

**Remarque :** Attention, bien qu'étant très rapide, l'explosion n'est pas modélisable par une adiabatique, ce qui est contraire aux modélisations habituelles. Cela est dû au fait qu'il s'agit d'une transformation chimique.

**Remarque PT :** Le transfert thermique  $Q_c$  est relié à l'enthalpie de la réaction de combustion.

▷ Étape 3 → 4 : on fait l'hypothèse que la détente ne commence qu'une fois l'explosion terminée.

Espace 48

▷ Étape 4 → 0 : on sépare le temps d'échappement en deux phases, d'abord un refroidissement **isochore** 4 → 1 causé par un **transfert thermique**  $Q_f$  reçu dès l'ouverture de la soupape d'échappement, suivi ensuite d'une **isobare**, analogue à l'étape 0 → 1.

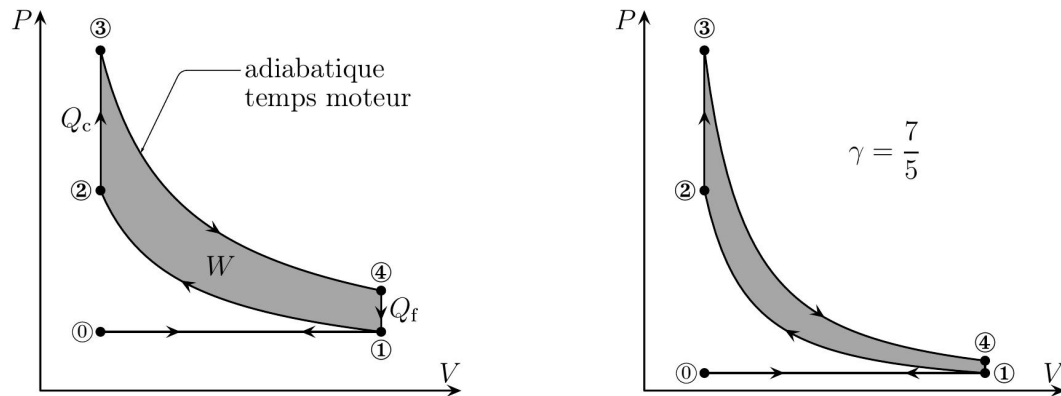
- **Diagramme de Watt**

Le cycle idéal est représenté sur les diagrammes de Watt de la figure 9. On constate que les transformations 0 → 1 et 1 → 0 se compensent à tout point de vue, et ne permettent donc pas de fournir un travail.

↪ on ne conserve que le cycle ① → ② → ③ → ④ → ①, qui constitue le **cycle de Beau de Rochas**.

Ce cycle est donc composé de deux adiabatiques réversibles, au cours desquelles du travail est échangé, et de deux isochores (irréversibles), au cours desquelles du transfert thermique est échangé.

Comme les étapes d'admission et de détente ne sont plus prises en compte, le mélange air-carburant contenu dans le cylindre constitue un pseudo-système fermé au cours d'un cycle, renouvelé à chaque cycle.



**Figure 9 – Représentation du cycle de Beau de Rochas dans le diagramme de Watt.** Le diagramme de gauche est déformé pour mieux visualiser le cycle, mais le diagramme de droite correspond au cycle d'un gaz parfait diatomique représenté à l'échelle. Figures extraites du cours en ligne de Matthieu Rigaut.

### III.3 - Calcul du rendement

#### Exercice C3 : Rendement du cycle de Beau de Rochas

On s'intéresse au rendement du cycle de Beau de Rochas modélisé précédemment. On note  $T_i$  la température au point  $i$  du cycle.

- 1 - Rappeler la définition du rendement du moteur. L'exprimer en fonction des transferts thermiques seulement.
- 2 - Calculer le transfert thermique  $Q_c$  reçu de la source chaude en fonction des températures  $T_2$  et  $T_3$ .
- 3 - En déduire sans calcul le transfert thermique  $Q_f$  reçu de la source froide.
- 4 - En déduire l'expression du rendement en fonction des températures. Pourquoi ces températures ne sont-elles pas un paramètre pertinent du point de vue industriel ?

On préfère plutôt exprimer le rendement du moteur en fonction du taux de compression  $\alpha$ , défini à partir des volumes extrêmes de la chambre de combustion par

$$\alpha = \frac{V_{\max}}{V_{\min}}$$

- 5 - Exprimer  $T_2$  (resp.  $T_3$ ) en fonction de  $\alpha$  et  $T_1$  (resp.  $T_4$ ).
- 6 - Conclure sur l'expression du rendement. Vaut-il mieux choisir un fort ou un faible taux de compression ?

En pratique,  $\alpha \sim 10$  ce qui donne un rendement de l'ordre de 0,6. Il est difficile d'augmenter davantage le taux de compression car cela peut entraîner une auto-inflammation du mélange qui endommagerait le moteur.

## IV - Exemple de machine à écoulement : réfrigérateur industriel

### IV.1 - Principe de fonctionnement

Une machine à écoulement est une machine dans laquelle un fluide suit un circuit où il subit des transitions de phases. Ce fluide est appelé **fluide caloporteur** dans une pompe à chaleur ou **fluide frigorigène** dans un frigo.

#### • Énergies reçues par le fluide

Finalité :

Espace 49

Conséquence :



Espace 50



Pour que les échanges puissent se faire, il faut donc que la température du fluide soit  $T < T_f$  lorsqu'il est au contact de la source froide, et  $T > T_c$  lorsqu'il est au contact de la source chaude.

↪ variations de température sans transfert thermique entre les deux, ce qui se fait par compression ou détente.

### • Principe de fonctionnement d'une machine frigorifique

Schéma de principe représenté figure 10.

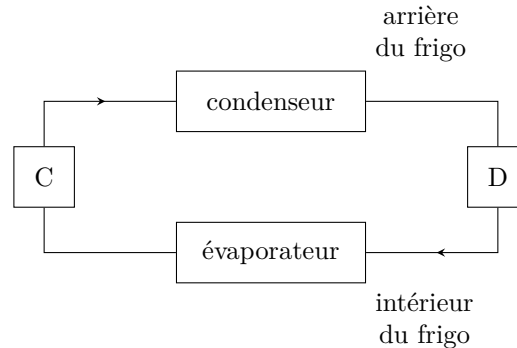


Figure 10 – Schéma de principe d'une machine frigorifique.

- ▷ Compresseur C : le fluide reçoit du travail, mais pas de transfert thermique. Sa température augmente et devient supérieure à  $T_c$ .
- ▷ Condenseur : mise en contact du fluide avec la source chaude, thermostat auquel le fluide cède du transfert thermique. Comme son nom l'indique, le fluide se « condense » dans le condenseur, ou plus précisément il se liquéfie : passage de gaz à liquide.
- ▷ Détendeur D : le fluide ne reçoit ni travail, ni transfert thermique, mais grâce à une forme adaptée de la conduite dans laquelle il s'écoule sa pression diminue, sa température aussi, et elle devient inférieure à  $T_f$ .
- ▷ Évaporateur : mise en contact du fluide avec la source froide, modélisée par un thermostat qui fournit du transfert thermique au fluide. Comme son nom l'indique, le fluide s'évapore dans le condenseur, c'est-à-dire qu'il passe de liquide à gaz.

#### Point essentiel :

Espace 51

↪ La structure d'une telle machine est donc très différente de celle d'une machine à pistons, où les transformations sont successives, mais ont toutes lieu dans la chambre de combustion pour la totalité du fluide.

Pour étudier le fonctionnement d'une telle machine, de nouveaux outils sont nécessaires.

- ▷ d'une part, les équations écrites auparavant peuvent s'appliquer à l'ensemble du fluide sur un cycle complet, mais ne permettent pas d'étudier les organes les uns après les autres.
  - ↪ nécessité d'adapter l'écriture des principes de la thermodynamique pour un fluide en écoulement.
- ▷ d'autre part, ni le diagramme de Watt, ni celui de Clapeyron ne vont permettre de prévoir quantitativement les échanges énergétiques.
  - ↪ nécessité d'utiliser un autre diagramme, le diagramme des frigoristes.

## IV.2 - Premier principe pour un fluide en écoulement

Considérons un fluide en écoulement lent, stationnaire, qui passe dans un élément actif. Pendant une durée infinitésimale  $dt$ , il échange un travail  $\delta W_u$ , appelé travail utile, et un transfert thermique  $\delta Q$ .

↪ les grandeurs massiques du fluide changent entre l'entrée et la sortie :  $h_e \neq h_s$ ,  $u_e \neq u_s$ ,  $v_e \neq v_s$ .

↪ objectif : relier ces grandeurs massiques en entrée et en sortie au travail et au transfert thermique reçus.

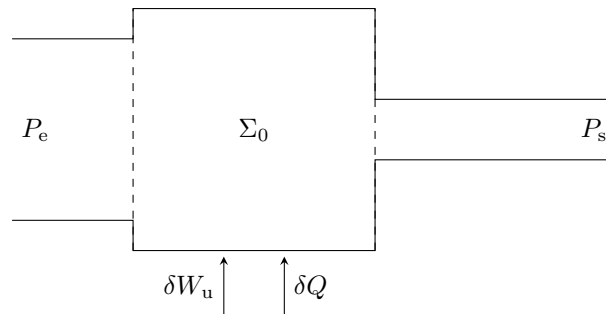
**Traduction des hypothèses :**

▷ « écoulement lent » :

Espace 52

▷ « écoulement stationnaire » :

Espace 53



**Figure 11 – Schéma d'un système ouvert.**

- **Choix du système**

Il n'est pas possible de raisonner sur l'intérieur de l'organe, noté  $\Sigma_0$  :

Espace 54

**Construction d'un système fermé :**

Espace 55

Ce choix de systèmes est représenté figure 12.

**Remarque :** Contrairement à ce que laisse penser la figure,  $\Sigma_0$  est un système macroscopique, mais  $\Sigma_e$  et  $\Sigma_s$  sont des systèmes infinitésimaux, mésoscopiques.

À l'instant  $t$ ,  $\Sigma_s$  est inclus dans  $\Sigma_0$  et n'est pas encore défini en tant que tel. De même, à l'instant  $t + dt$ ,  $\Sigma_e$  est inclus dans  $\Sigma_0$  et n'est plus défini.

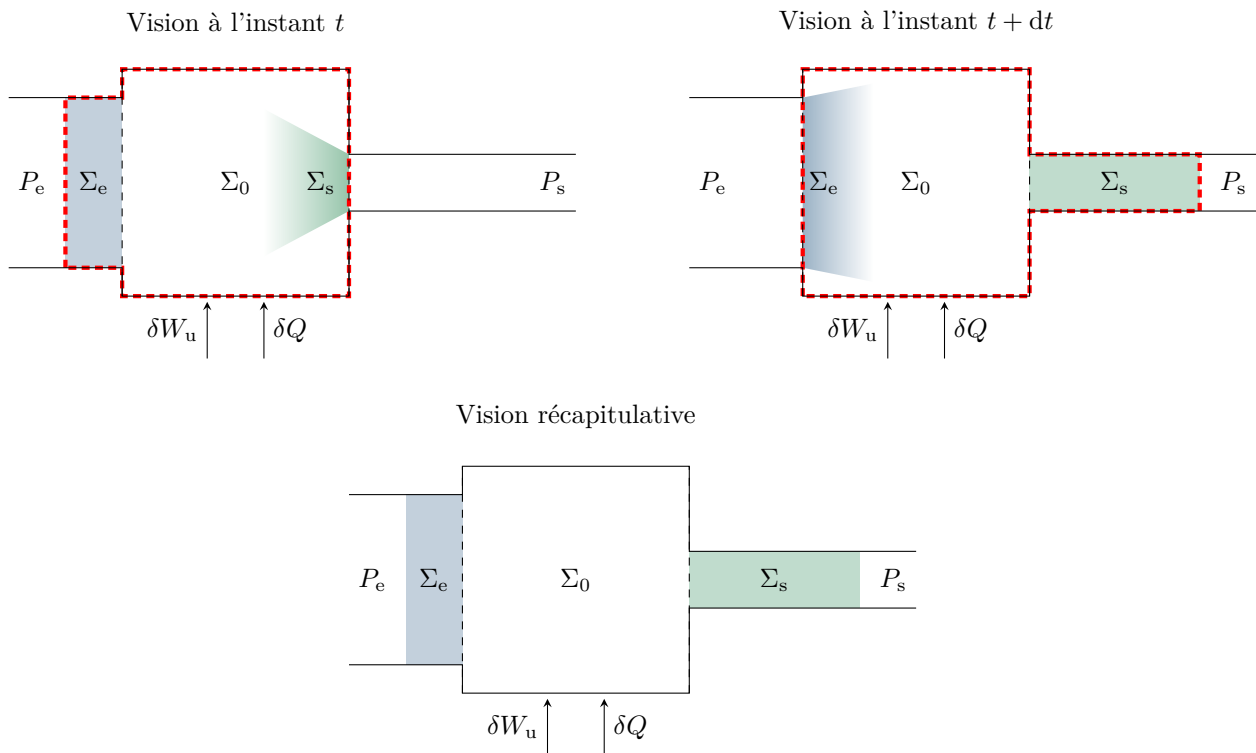


Figure 12 – Se ramener d'un système ouvert à un système fermé.

Bilan de masse :

Espace 56

**Remarque :** Attention à ne pas confondre,  $\Sigma_e$  et  $\Sigma_s$  ne contiennent pas les mêmes molécules de fluide.

- **Variations d'énergie du système fermé**

Pour simplifier, on suppose l'écoulement lent, si bien que les variations d'énergie cinétique du fluide sont négligées. On procède à un bilan d'énergie du système fermé  $\Sigma_f$  pendant la transformation infinitésimale de durée  $dt$ .

**En fonction des énergies internes massiques :**

D'après la constitution du système :

**Remarque :** L'hypothèse de stationnarité essentielle : ce n'est pas la même portion de fluide qui rentre et qui sort !

### En fonction des énergies échangées :

▷ le travail utile reçu par le fluide pendant  $dt$  est réécrit en termes de la puissance mécanique utile

$$\delta W_u = \mathcal{P}_u dt .$$

▷ on définit de même la puissance thermique via

$$\delta Q = \mathcal{P}_{th} dt .$$

▷ enfin, il faut aussi prendre en compte le travail des forces de pression.

→ impossible d'écrire naïvement  $-P_{ext}dV$  car  $P_{ext}$  n'est pas uniforme.

→ il faut donc décomposer le travail sur les différentes faces : on note  $\delta L$  la longueur dont le fluide avance pendant  $dt$ .

La somme  $W_p = \delta W_{p,e} + \delta W_{p,s}$  est appelé **travail de transvasement**, c'est lui qui assure l'écoulement du fluide au travers de la machine.

↪ Premier principe appliqué au système fermé :

### • Conclusion

On rencontre également une autre écriture, en définissant

$$w_u = \frac{\delta W_u}{\delta m} = \frac{\mathcal{P}_u}{D_m}$$

travail utile massique, exprimé par unité de masse traversante, et de même

$$q = \frac{\delta Q}{\delta m} = \frac{\mathcal{P}_{th}}{D_m}$$

transfert thermique par unité de masse traversante. On a alors

$$h_s - h_e = w_u + q.$$

\*\*\* **Attention !** La masse par laquelle on divise n'est pas la masse du système ouvert, mais la masse qui y entre ou qui en sort par unité de temps.

Conclusion :

Pour un fluide en écoulement stationnaire lent au travers d'un organe, le premier principe s'écrit

$$D_m(h_s - h_e) = \mathcal{P}_u + \mathcal{P}_{th} \quad \text{ou} \quad h_s - h_e = w_u + q$$

- ▷  $h_{s,e}$  enthalpies massiques en entrée/sortie ;
- ▷  $D_m$  (en  $\text{kg} \cdot \text{s}^{-1}$ ) le débit massique au travers de la machine ;
- ▷  $\mathcal{P}_{u,th}$  puissances mécanique et thermique reçues dans l'organe étudié ;
- ▷  $w_u$  et  $q$  le travail utile et transfert thermique reçus par unité de masse traversant dans l'organe étudié.

**Différence importante avec le premier principe pour un système fermé :**

### IV.3 - Diagramme des frigoristes

On appelle **diagramme des frigoristes** un diagramme d'état représentant la pression  $P$  en fonction de l'enthalpie massique  $h$  du fluide. L'axe des pressions est gradué en échelle logarithmique.

Ces diagrammes sont tracés par des logiciels (le plus répandu étant CoolPack) qui exploitent des données tabulées et des modélisations fines du comportement des fluides. Les diagrammes sont très riches, et leur lecture est donc complexe.

Usuellement le code du fluide dans la nomenclature spécifique apparaît en haut à gauche. Il commence toujours par la lettre R, qui signifie « réfrigérant », suivie de chiffres qui décrivent la structure moléculaire. Ici, tous les diagrammes sont tracés pour l'ammoniac, de code R717.

### • Allure générale du diagramme

Dans le domaine intéressant, c'est-à-dire le domaine fluide, il se sépare en trois zones : une zone liquide, une zone gaz, et une zone diphasée liquide et gaz, voir figure 13. Comme pour un diagramme de Clapeyron, la courbe séparant les domaines est appelée **courbe de saturation**, et son sommet est le **point critique**.

Identification des zones :

Espace 62

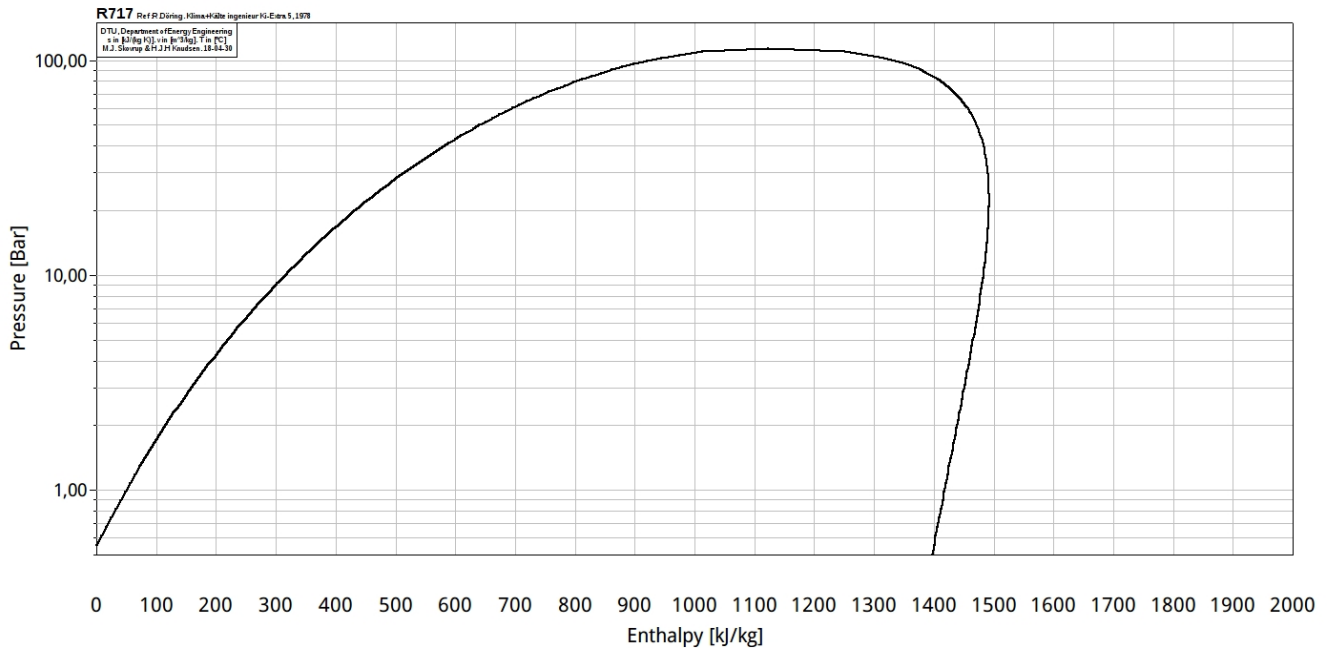


Figure 13 – Diagramme des frigorigères « de base ». Seule la courbe de saturation est représentée.

### • Réseaux de courbes

Outre les domaines, on trace sur le diagramme des frigorigères des réseaux de courbes sur lesquelles les différentes grandeurs thermodynamiques intensives du fluide sont constantes : ce sont donc des courbes iso-quelque chose.

- ▷ Les **isobares** ( $P = \text{cte}$ ) coïncident avec l'axe des ordonnées : ce sont des droites horizontales.
- ▷ Les **isenthalpes** ( $h = \text{cte}$ ) coïncident avec l'axe des abscisses : ce sont des droites verticales.
- ▷ Les **isotitres** ( $x_G = \text{cte}$ ), voir figure 14, n'existent que dans le domaine diphasé. Elles se rejoignent toutes au point critique. Elles sont graduées à leur intersection avec l'axe des abscisses.
- ▷ Les **isothermes** ( $T = \text{cte}$ ), voir figure 15, ont une forme plus compliquée.
  - Dans le domaine liquide, ce sont des droites quasi-verticales :

Espace 63

→ Dans le domaine diphasé, ce sont des droites horizontales :

Espace 64

La largeur du palier de saturation est égale à l'enthalpie massique de vaporisation du fluide  $\Delta_{\text{vap}}h$  à la température considérée.

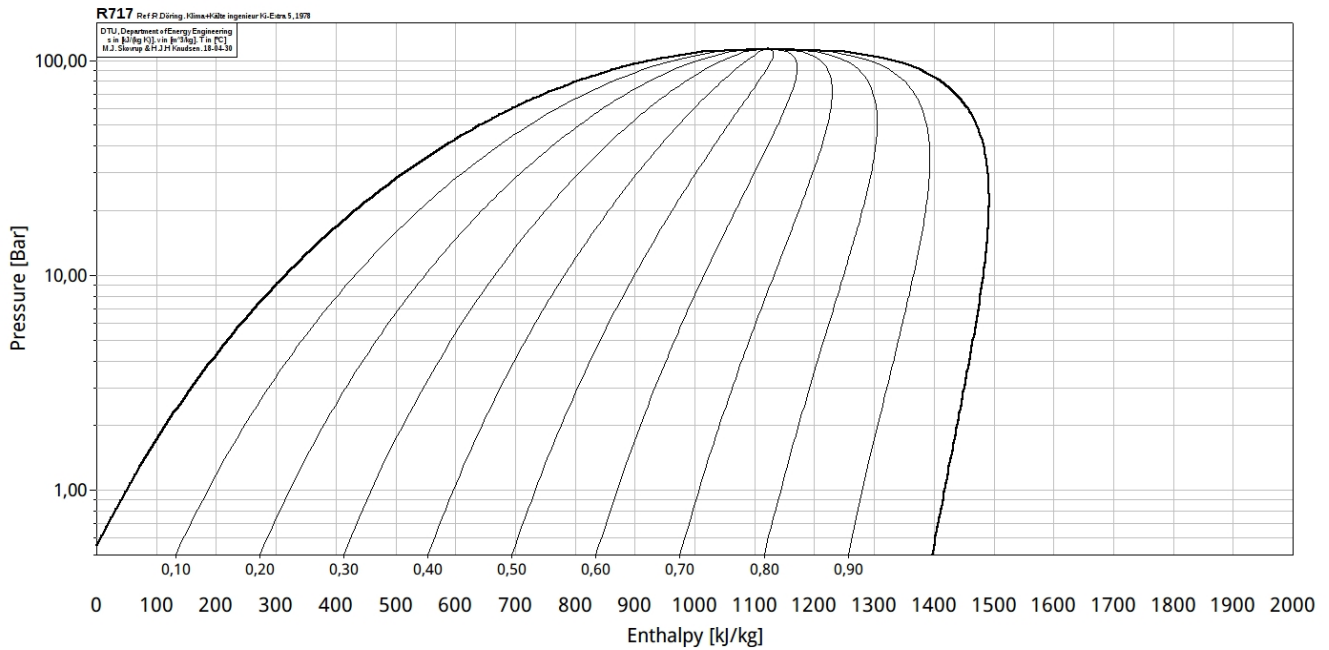


Figure 14 – Diagramme des frigoris avec isotitres.

→ Dans le domaine gaz, les isothermes sont courbées, mais tendent vers des droites verticales dans la limite basse pression :

Espace 65

→ Pour que le diagramme reste lisible, l'usage consiste à ne pas tracer complètement les isothermes dans les parties rectilignes mais à seulement indiquer par des encoches leurs intersections avec la courbe de saturation. Les isothermes sont graduées au niveau de ces encoches.

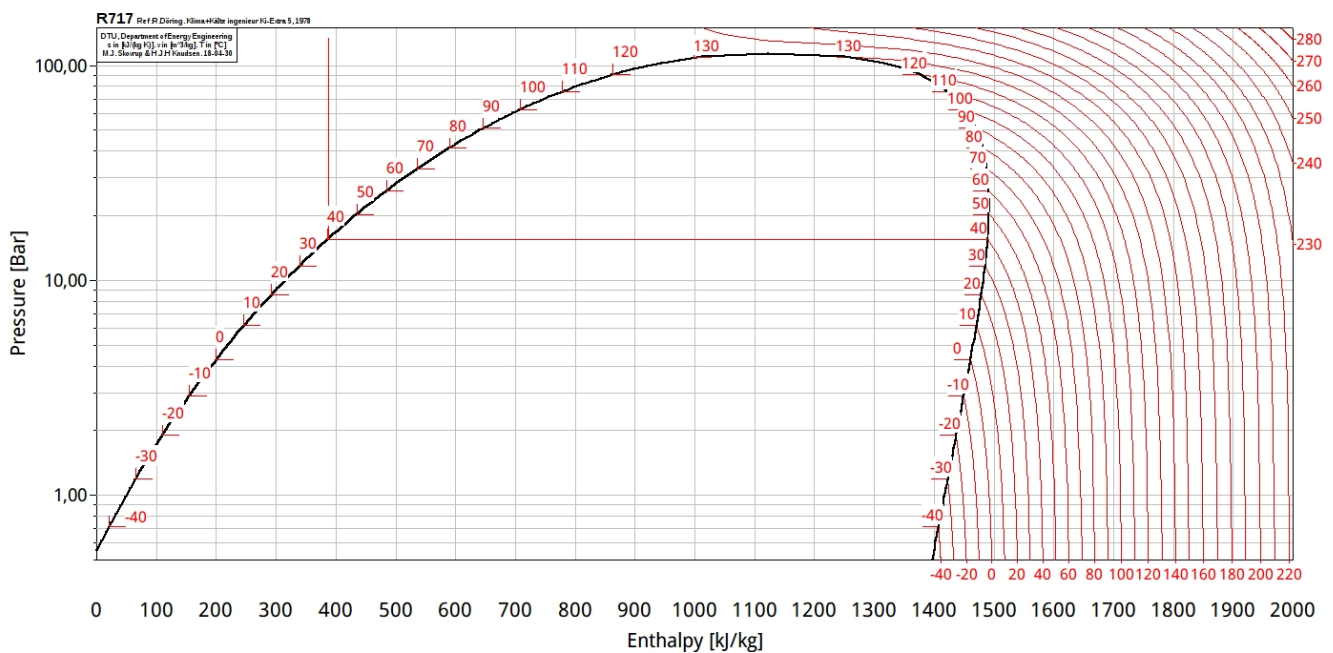
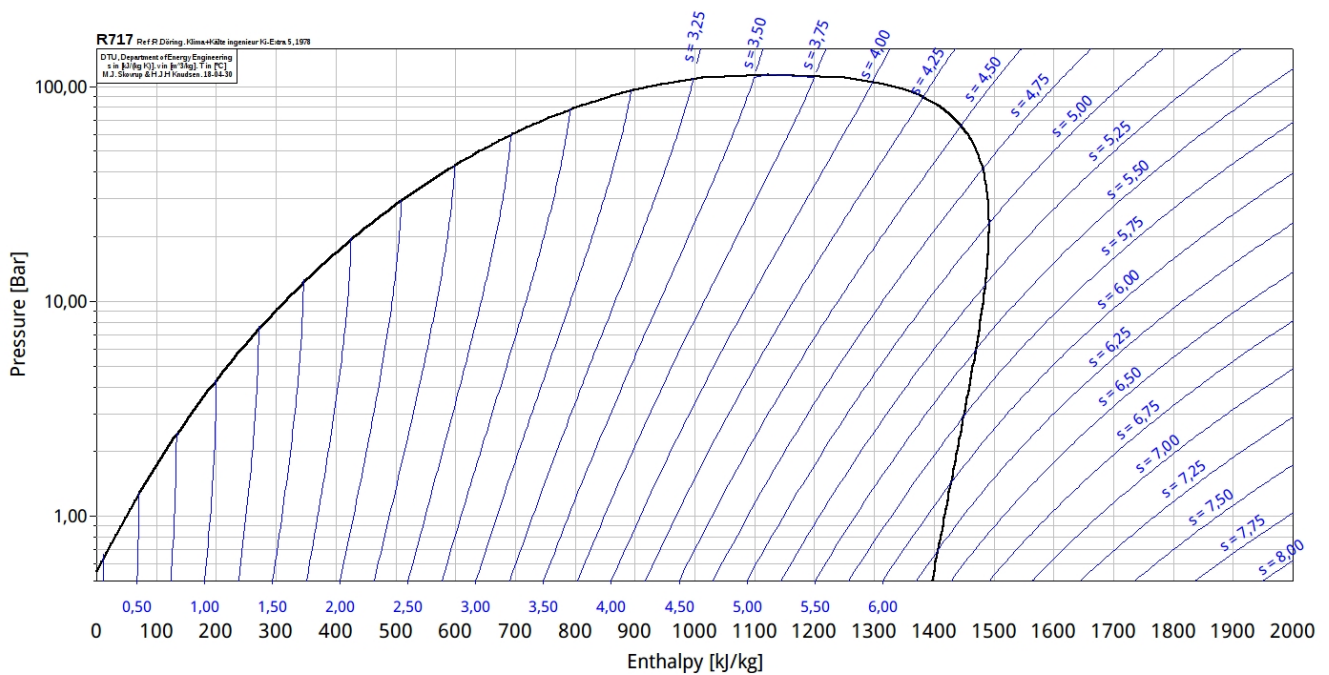


Figure 15 – Diagramme des frigoris avec isothermes. Les isothermes sont représentées par des encoches. Seule l'isotherme à 40°C est tracée en entier pour illustration.

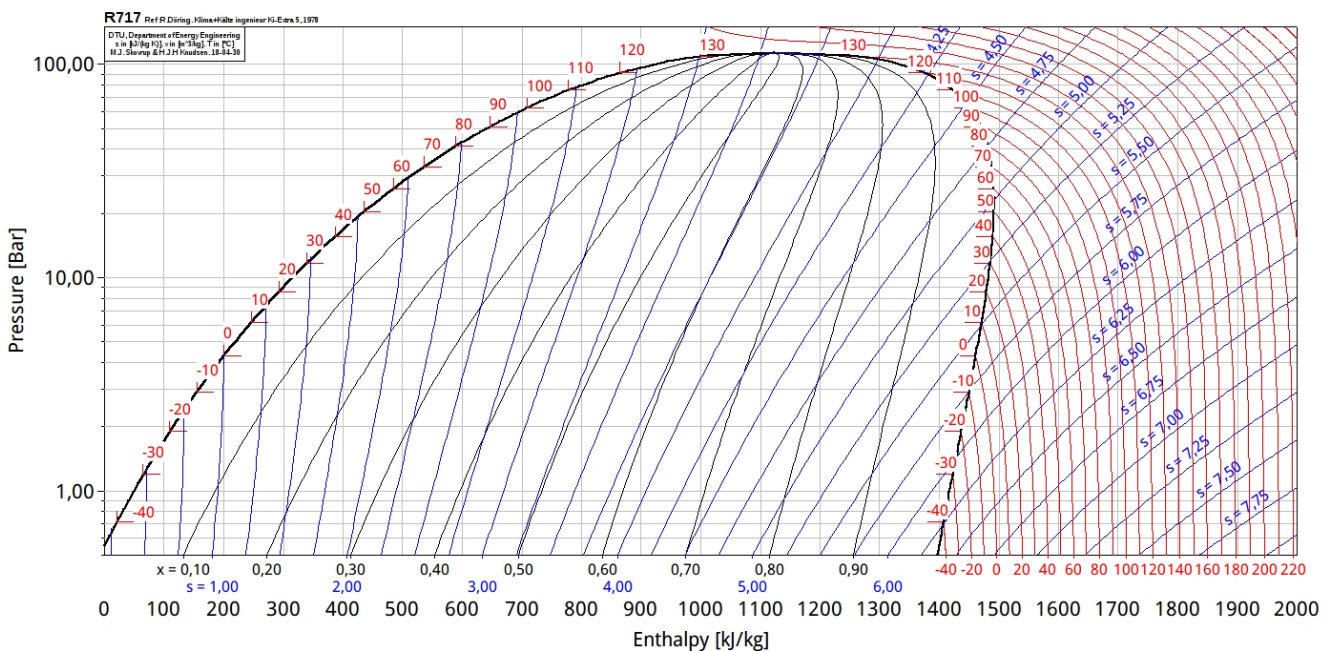
▷ Les **isentropes** (entropie massique  $s = cte$ ), voir figure 16, ne présentent aucun changement de pente (aucun point anguleux) au passage d'un domaine à l'autre. Dans le domaine liquide, ce sont des droites quasi-verticales : pour une phase condensée, l'entropie ne dépend pratiquement que de la température, si bien que les isentropes se confondent avec les isothermes et donc les isenthalpes. Comme pour les isothermes, la partie verticale est rarement tracée. Les isentropes sont graduées à leur intersection avec l'axe des abscisses ou le long de la courbe.



**Figure 16 – Diagramme des frigoristes avec isentropes.** Usuellement, la partie verticale des isentropes dans le domaine liquide est sous-entendue.

▷ On peut également tracer des **isochores** (volume massique  $v = cte$ ), mais elles sont d'utilisation un peu moins courante.

Le diagramme presque complet (sans isochores) est représenté figure 17.



**Figure 17 – Diagramme des frigoristes complet.** Sont représentées les isothermes, les isentropes et les isotitres.



## IV.4 - Étude d'un cycle frigorifique dans le diagramme des frigoristes

### • Premier principe appliqué aux éléments d'une machine frigorifique

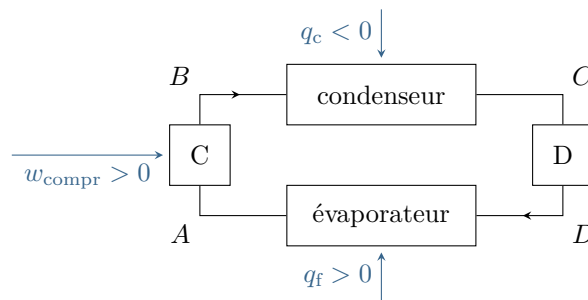


Figure 18 – Schéma de principe d'une machine frigorifique.

Premier principe appliqué à chaque élément de la machine :

- ▷ Compresseur :  $h_B - h_A = w_{\text{comp}} + 0 > 0$  ;
- ▷ Condenseur :  $h_C - h_B = 0 + q_c < 0$  ;
- ▷ Détendeur :  $h_D - h_C = 0 + 0$  ;
- ▷ Évaporateur :  $h_A - h_D = q_f > 0$ .

### • Représentation dans le diagramme des frigoristes

Le diagramme des frigoristes est un outil puissant pour déterminer les performances énergétiques d'un cycle. On imagine avoir mesuré ou calculé les pressions et températures entre les différents organes de la machine, ce qui permet de placer les points correspondants sur le diagramme. On lit alors leur abscisse pour calculer l'efficacité du cycle.

Un exemple simplifié de cycle est représenté figure 19. Le fluide est ici supposé dans l'état de liquide saturant en sortie du condenseur (pas de sous-refroidissement) et de vapeur saturante sèche en sortie de l'évaporateur (pas de surchauffe). Le point  $B$  serait alors placé expérimentalement, et le point  $D$  déduit des propriétés du détendeur.

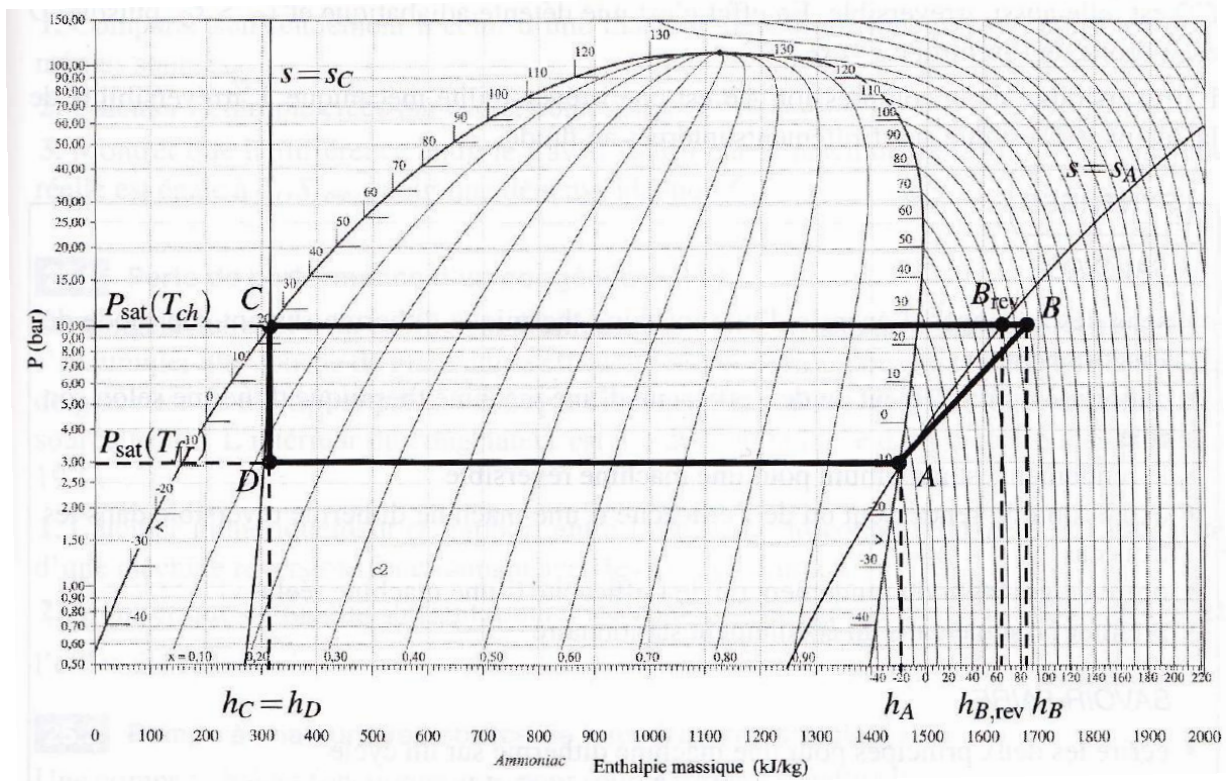


Figure 19 – Cycle d'une machine à écoulement d'ammoniac dans le diagramme des frigoristes. La source chaude aurait pour température 298 K, la source froide 263 K. On représente sur les diagramme les isothermes, les isotitres, et deux isentropes particulières.

- **Efficacité du cycle**

L'efficacité de la machine est reliée aux différences d'enthalpies massiques entre les différents points du cycle. Pour le frigo,

Espace 66

On lit sur le diagramme

$$h_A = 1450 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1}$$

$$h_B = 1680 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1}$$

$$h_C = h_D = 313 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1}$$

d'où on déduit

$$e = 5,0$$

que l'on compare à l'efficacité de Carnot,

$$e_C = \frac{T_f}{T_c - T_f} = 7,5.$$

Où l'irréversibilité apparaît-elle sur le diagramme ?

Espace 67