



BLAISE PASCAL
PT 2023-2024

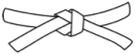
DM 3 – à rendre lundi 25 septembre

Principes thermodynamiques

Travailler avec vos cours et TD ouverts est **chaudemment recommandé** : un DM est un entraînement, pas une évaluation. Réfléchir ensemble est une bonne idée, mais le travail de rédaction doit être individuel. En cas de besoin, **n'hésitez pas à me poser des questions**, à la fin d'un cours, par mail ou via l'ENT.



Flasher ce code pour accéder au corrigé

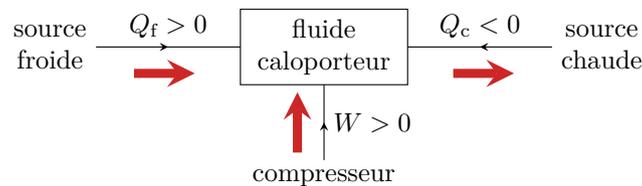
Ceinture		Travail à réaliser
	Ceinture blanche	Partie I.A facultative mais recommandée, partie II indispensable
	Ceinture jaune	Parties I.A et II
	Ceinture rouge	Partie I en entier
	Ceinture noire	Partie I en entier

I - Étude d'une pompe à chaleur pédagogique

Centrale TSI 2016

Quelques rappels utiles

- Diagramme des échanges pour une pompe à chaleur ou une machine frigorifique



- Définition de l'efficacité thermodynamique

De façon très générale, l'efficacité d'une machine thermique, notée η dans la suite, est définie par

$$\eta = \left| \frac{\text{échange énergétique intéressant}}{\text{échange énergétique coûteux}} \right|.$$

Dans le cas d'une pompe à chaleur, le but est de réchauffer la source chaude donc

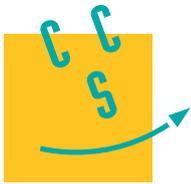
$$\eta_{\text{PAC}} = -\frac{Q_c}{W}.$$

Dans le cas d'une machine frigorifique, le but est de refroidir la source froide donc

$$\eta_{\text{frigo}} = \frac{Q_f}{W}.$$

- Calcul des différentielles : tout se passe comme pour le calcul des dérivées, par exemple

$$d\left(\frac{1}{x}\right) = -\frac{dx}{x^2} \quad \text{ou encore} \quad d(xy) = x dy + y dx.$$



Cet énoncé est accompagné d'un document réponse à rendre avec la copie.

Le réchauffement climatique s'est imposé comme un défi majeur pour notre société. Dans le cadre du développement durable, la pompe à chaleur est une machine thermique particulièrement intéressante en raison de son efficacité supérieure à un. Elle permet ainsi de diviser la consommation énergétique par ce même coefficient. La détermination de cette efficacité est l'objet principal de cette étude.

Si le principe de la pompe à chaleur est ancien (Thomson 1852), sa commercialisation a débuté dans les années 1950 aux États-Unis et se développa comme moyen de chauffage dans les années 1970 en France.

Une pompe à chaleur est une machine thermique comportant deux sources de chaleur (froide et chaude) entre lesquelles un fluide caloporteur subit des cycles de transformation. Afin de protéger la couche d'ozone, les fluides caloporteurs contenant du chlore (appelés CFC : chloro-fluoro-carbone) ont été interdits au niveau international par le protocole de Montreal en 1985. Le fluide utilisé dans la pompe à chaleur du laboratoire est le 1,1,1,2-tétrafluoroéthane $C_2H_2F_4$ (fluide HFC référencé R134a) est sans effet destructeur pour la couche d'ozone. Notons que ce fluide, très utilisé dans l'industrie, présente toutefois un impact non négligeable sur l'effet de serre.

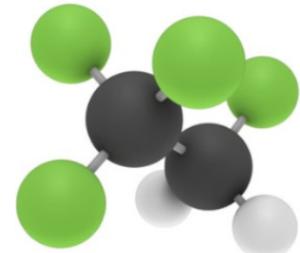


Figure 1 R134a

Nous allons étudier une pompe à chaleur pédagogique : nous aborderons l'étude de la machine thermique en considérant dans un premier temps le système fermé constitué par le fluide caloporteur R134a. Nous considérerons ensuite l'écoulement du fluide dans les différentes machines qui composent la pompe à chaleur. Nous verrons enfin comment fonctionne le cœur du dispositif : le compresseur.

I Étude thermodynamique du système fermé

Le dispositif comprend les différents organes mentionnés figure 2. Le fluide R134a est contenu dans un tuyau de cuivre parfaitement fermé. Sous forme gazeuse à la sortie du compresseur (point 2), il subit une liquéfaction au niveau du condenseur : le tuyau de cuivre prend la forme d'un serpentin plongé dans le seau de droite contenant de l'eau (figure 3). Le liquide subit ensuite une détente au niveau du détendeur (évolution de 4 à 5) avant de se vaporiser complètement au niveau de l'évaporateur : le tuyau de cuivre prend la forme d'un serpentin plongé dans le seau de gauche contenant de l'eau (figure 3). Il retourne à nouveau dans le compresseur (point 1) pour suivre un nouveau cycle.

On dispose de deux manomètres (basse pression et haute pression) permettant une mesure de pression relative (P_{rb} et P_{rh}) ; pour obtenir la pression absolue on doit ajouter 1 bar. Ces manomètres présentent une double graduation pression relative et température.

On utilise un système d'expérimentation assistée par ordinateur afin de suivre l'évolution des températures T_i aux différents points et de la puissance \mathcal{P} consommée par le compresseur. Pour cette dernière, on utilise un wattmètre (figure 4) disposant d'une sortie en tension proportionnelle à la puissance mesurée.

On peut schématiser le fonctionnement de la pompe à chaleur sur le schéma d'ensemble donné figure 5.

On note les températures exprimées en $^{\circ}C$ avec la lettre θ et celles exprimées en kelvin avec la lettre T .

I.A – Modèle de Carnot

Dans cette sous-partie I.A, on modélise la pompe à chaleur par une machine cyclique réversible ditherme de Carnot : au cours d'un cycle le fluide R134a reçoit le transfert thermique Q_f de la part de la source froide (à la température T_f), le transfert thermique Q_c de la part de la source chaude (à la température T_c) et le travail W de la part du compresseur. On suppose que toutes les évolutions sont réversibles.

I.A.1)

a) Appliquer le premier principe au fluide R134a sur un cycle. L'écriture obtenue dépend-elle du caractère réversible des évolutions ?

b) Appliquer le second principe au fluide R134a sur un cycle. L'écriture obtenue dépend-elle du caractère réversible des évolutions ?

I.A.2)

a) Donner, en le justifiant, le signe des grandeurs Q_f , Q_c et W .

b) Comparer $|Q_f|$ et $|Q_c|$. Commenter.

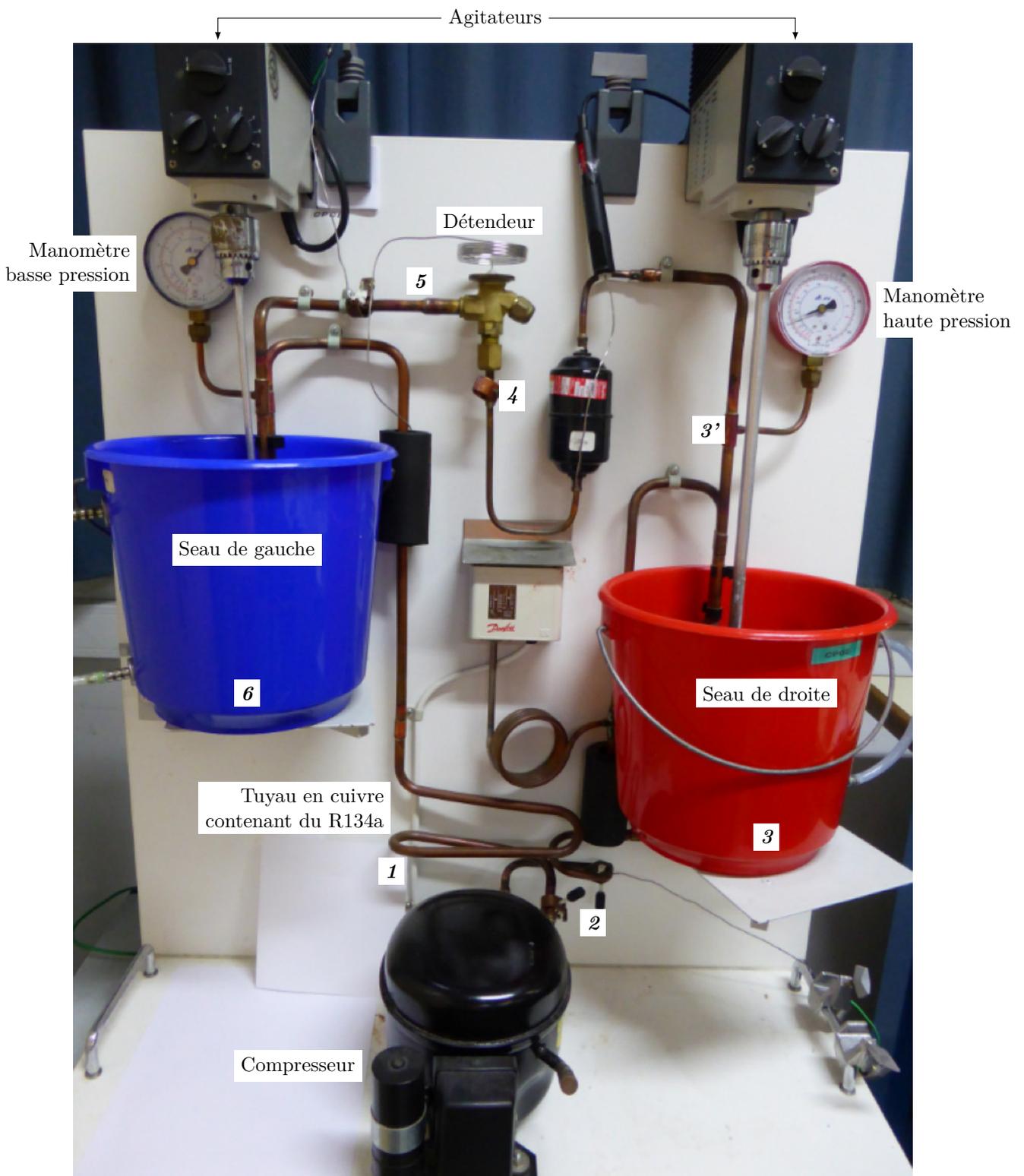


Figure 2 Vue d'ensemble de la pompe à chaleur

I.A.3) La pompe à chaleur est utilisée ici comme un réfrigérateur.

- Définir l'efficacité η_{fc} de cette machine et l'exprimer en fonction des températures des sources.
- Faire l'application numérique avec $\theta_c = 26\text{ °C}$ et $\theta_f = 0\text{ °C}$.
- Commenter le résultat en se référant à un ordre de grandeur de l'efficacité d'une machine réelle actuelle.

I.A.4) La pompe à chaleur est utilisée ici comme un dispositif de chauffage.

- Définir l'efficacité η_{cc} de cette machine et l'exprimer en fonction des températures des sources.
- Faire l'application numérique avec $\theta_c = 26\text{ °C}$ et $\theta_f = 0\text{ °C}$. Commenter.



Serpentin évaporateur



Serpentin condenseur



Manomètre basse pression (P_{rb})



Manomètre haute pression (P_{rh})

Figure 3

I.B – Modèle des pseudo-sources

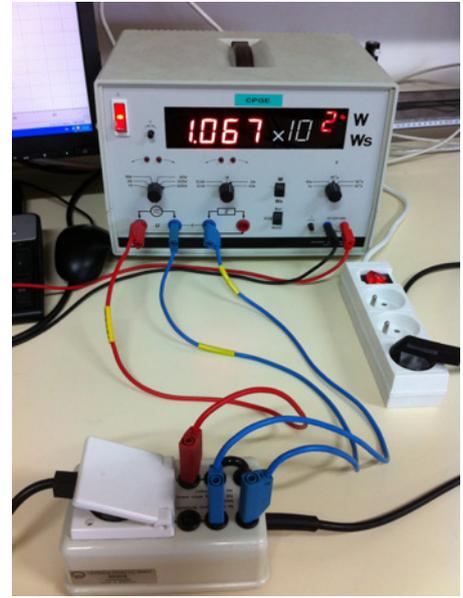
Dans cette sous-partie I.B, on considère que les températures des sources, constituées des masses d'eau m_e contenues dans les seaux en plastique, varient au cours de l'expérience. On suppose également que toutes les évolutions sont réversibles. À la date $t = 0$, on met en marche la pompe à chaleur alors que les deux seaux contiennent chacun $m_e = 4$ kg d'eau à la même température T_0 . On note c_e la capacité thermique massique de l'eau.

I.B.1)

- Appliquer le premier principe au fluide R134a pour un cycle infinitésimal.
- Appliquer le second principe au fluide R134a pour un cycle infinitésimal.



Pompe à chaleur avec dispositif d'acquisition



Wattmètre

Figure 4

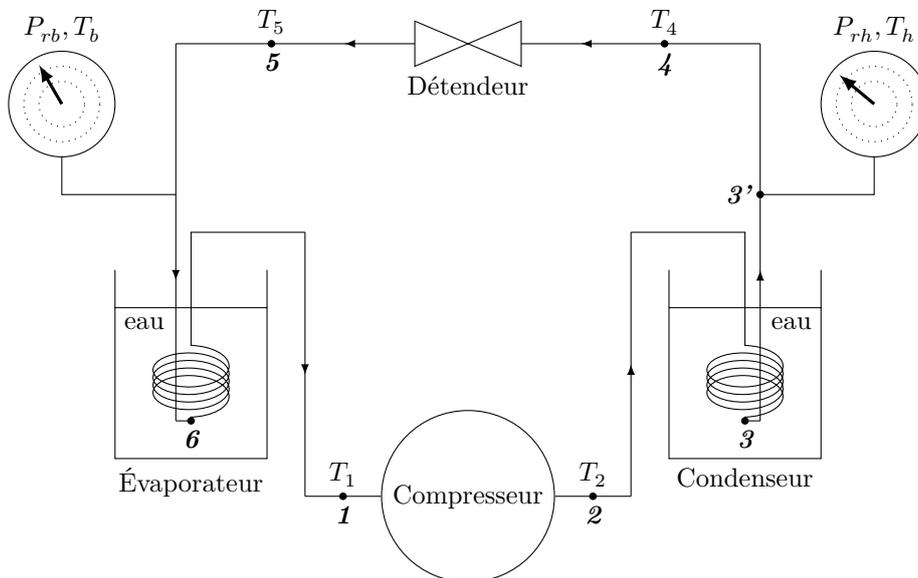


Figure 5 Schéma d'ensemble de la pompe à chaleur

I.B.2)

- a) Exprimer le transfert thermique élémentaire δQ_f reçu par le fluide de la part de la source froide en fonction de m_e , c_e et dT_f , où dT_f est la variation élémentaire de température de la source froide.
- b) Exprimer le transfert thermique élémentaire δQ_c reçu par le fluide de la part de la source chaude en fonction de m_e , c_e et dT_c , où dT_c est la variation élémentaire de température de la source chaude.
- c) En déduire la relation : $\frac{dT_f}{T_f} + \frac{dT_c}{T_c} = 0$.

I.B.3) Lors de l'expérience, on obtient les tracés de la figure 6 avec $\theta_0 = 17^\circ\text{C}$, où θ_0 représente la température initiale commune des deux seaux.

a) Commenter l'allure des trois courbes du haut donnant les variations de $T_c(t)$, $T_f(t)$ et $\sqrt{T_c(t)T_f(t)}$. On commentera avec soin l'allure de cette dernière courbe.

b) Pour $t > 1500$ s, on observe que la température T_f ne varie plus. Quel phénomène se produit-il à partir de cette date ? Proposer une expression pour le transfert thermique infinitésimal δQ_f pour $t > 1500$ s ? Le candidat pourra introduire une ou plusieurs grandeurs qu'il définira soigneusement.

Dans la suite, on se place à $t < 1500$ s.

I.B.4) On définit une efficacité théorique par : $\eta_t = \left| \frac{\delta Q_c}{\delta W} \right|$ où δW est le travail reçu par le fluide de la part du compresseur au cours d'un cycle infinitésimal.

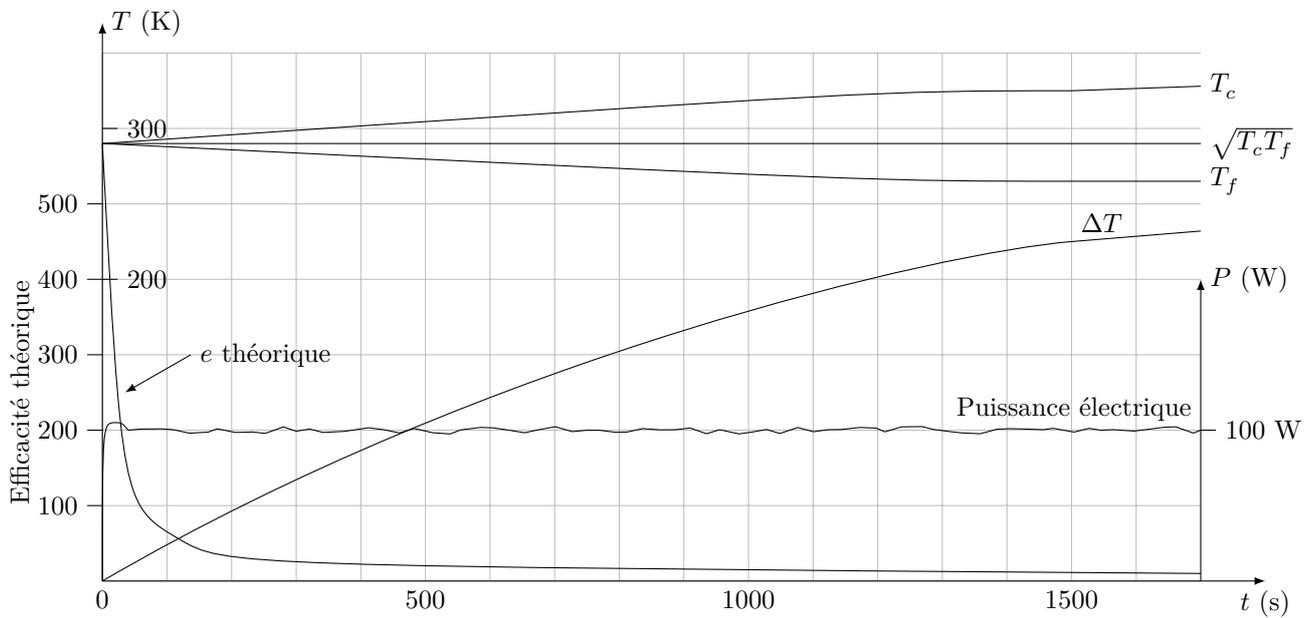


Figure 6 Courbes expérimentales

- Justifier la définition de η_t .
- Exprimer η_t à l'aide de T_c et T_f .
- En déduire : $\eta_t = \frac{T_c^2}{T_c^2 - T_0^2}$.
- En exprimant $\Delta T = T_c - T_f$, on peut montrer que l'efficacité théorique η_t de la pompe à chaleur à chaleur s'écrit : $\eta_t = \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} + \left(\frac{T_0}{\Delta T}\right)^2}$.

Commenter cette expression. La courbe nommée e théorique (figure 6) est-elle en accord avec cette expression ?

On étudie maintenant le phénomène de diffusion thermique dans l'eau des seaux. On modélise le serpentin par un conducteur de cuivre compris entre les cylindres de hauteur H et de rayons R' et $R > R'$ (figure 7). L'intérieur ($r < R'$) est rempli d'eau de conductivité thermique λ_e , de capacité thermique massique c_e et masse volumique ρ_e grandeurs supposées constantes. On suppose que la température dans le conducteur de cuivre est constante égale à T_c . L'eau est initialement à la température T_0 . On suppose que le champ de température dans l'eau est fonction de la distance r à l'axe Oz et du temps t . La conductivité thermique de la glace est $\lambda_g = 2,2 \text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ et celle de l'eau liquide $\lambda_e = 0,60 \text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$.

On donne $R' = 4 \text{ cm}$, $R = 4,2 \text{ cm}$, $H = 15 \text{ cm}$, $c_e = 4,2 \times 10^3 \text{ J}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{kg}^{-1}$ et $\rho_e = 1000 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$.

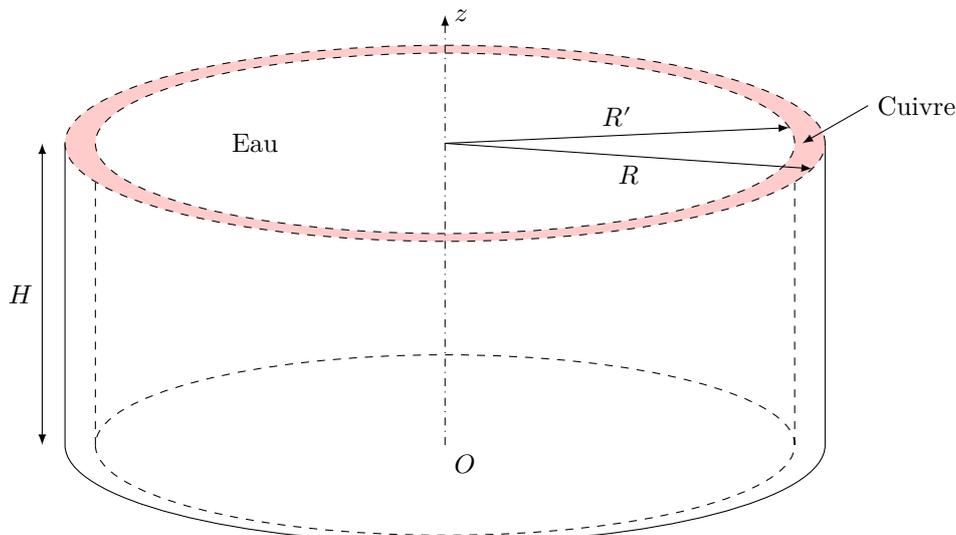


Figure 7 Diffusion thermique

II - Conditionnement d'air d'une voiture

légèrement adapté E3a MP 2017

Pour le confort et la sécurité des passagers (la respiration des passagers changerait la composition de « l'air » qui deviendrait moins riche en dioxygène, ce qui favorise l'endormissement du conducteur), on doit renouveler l'air de la voiture et empêcher aussi tout refroidissement ou réchauffement par rapport à une situation normale dans laquelle l'intérieur du véhicule reste à une température de consigne uniforme et constante.

Hypothèses de travail

- ▷ l'automobile est un parallélépipède creux de hauteur $H = 1,5$ m, de largeur $\ell = 1,75$ m et de longueur $L = 4,0$ m ;
- ▷ l'atmosphère intérieure au véhicule est caractérisée par une capacité thermique totale C ;
- ▷ l'appareil de conditionnement de l'air de la voiture permet de refroidir l'habitacle en été, de le réchauffer en hiver et de renouveler l'air en même temps ;
- ▷ la pression est toujours la même à l'extérieur et à l'intérieur et est égale à $p = 1,0 \cdot 10^5$ Pa ;
- ▷ l'habitacle est maintenu à la température de consigne $T_C = 293$ K.

Régime permanent

1 - Rappeler la relation entre la différence des températures intérieure et extérieure de la voiture $\Delta T = T_{\text{ext}} - T_{\text{int}}$ et le flux thermique Φ qui traverse la carrosserie, de l'extérieur vers l'intérieur du véhicule, définissant la conductance thermique G de la carrosserie. On prendra pour la suite $G = 150 \text{ W} \cdot \text{K}^{-1}$.

2 - Chacun des n passagers dégage une puissance thermique $p = 75$ W. Exprimer la puissance P_1 fournie par le conditionneur en régime permanent en fonction de n , p , G , T_{ext} et T_C .

3 - Calculer les deux valeurs de P_1 pour $n = 4$ passagers, en été $T_{\text{ext}} = 303$ K ou en hiver $T_{\text{ext}} = 273$ K. Commenter le signe. Pour quelle température extérieure n'y aurait-il pas besoin de conditionnement ? L'ordre de grandeur vous paraît-il vraisemblable ?

Régime transitoire

Lorsque les passagers montent dans le véhicule, la température intérieure est égale à la température extérieure $T_{\text{ext}} = 273$ °C (hiver). Dès leur installation dans le véhicule, les passagers règlent le conditionneur au maximum, ce dernier fournit alors une puissance $P_{1,\text{max}}$ dont on se propose de déterminer la valeur pour que la température de consigne T_C soit atteinte en $\Delta t = 2,0$ min.

4 - Montrer que la température de l'air du véhicule vérifie l'équation différentielle suivante :

$$\frac{dT}{dt} + \frac{T}{\tau} = \frac{T_{\infty}}{\tau}$$

en explicitant les expressions de τ et T_{∞} en fonction de G , C , n , p , T_{ext} et $P_{1,\text{max}}$.

5 - Représenter l'allure de l'évolution au cours du temps de la température de l'habitacle.

6 - Résoudre l'équation de la question 4 et déterminer l'expression littérale de $P_{1,\text{max}}$ en fonction de G , τ , n , p , T_{ext} , T_C et Δt pour que la température de consigne soit atteinte en une durée Δt .

7 - Évaluer l'ordre de grandeur de la quantité de matière q (en mol) de l'air contenu dans la voiture en supposant que l'air occupe 50 % du volume intérieur. L'air est considéré comme un gaz parfait de masse molaire $M = 29 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$ et caractérisé par des capacités thermiques molaires isobares $C_{P,m}$ et isochore $C_{V,m}$ dont le rapport vaut $\gamma = C_{P,m}/C_{V,m} = 1,4$. On fera l'application numérique à la température $T_C = 293$ K.

8 - Rappeler le lien entre énergie interne et enthalpie d'une mole de gaz parfait. En déduire la valeur de $C_{P,m} - C_{V,m}$ et l'expression de $C_{P,m}$ en fonction de R et γ .

| Attention ! Le but de cette question est de **démontrer** la relation de Mayer **avant** de l'utiliser.

9 - Evaluer la valeur numérique de la capacité C des q moles d'air puis celle de $P_{1,\text{max}}$. Commenter.

10 - Déterminer, sans calculs excessifs et en réutilisant les résultats des questions précédentes, la puissance $P_{1,\text{min}} < 0$ que devrait avoir un climatiseur pour que T atteigne T_C en $\Delta t = 2,0$ min également en été ($T_{\text{ext}} = 303$ K) avec $n = 4$ passagers.