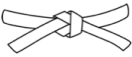





Thermodynamique des gaz parfait

Travailler avec vos cours et TD ouverts est **chaudement recommandé** : un DM est un entraînement, pas une évaluation. Réfléchir ensemble est une bonne idée, mais le travail de rédaction doit être individuel. En cas de besoin, **n'hésitez pas à me poser des questions**, idéalement à la fin d'un cours ou éventuellement par mail.

Ceinture		Travail à réaliser
	Ceinture blanche	Questions 1 à 6
	Ceinture jaune	Questions 1 à 9
	Ceinture rouge	Questions 1 à 9 minimum, en entier souhaitable
	Ceinture noire	En entier



Flasher ou cliquer pour accéder au corrigé

Expérience de Rüchardt

Ce sujet propose une étude de l'expérience de Rüchardt. Proposée en 1929 puis perfectionnée à plusieurs reprises, cette expérience et ses variantes ont permis des mesures extrêmement précises du coefficient adiabatique $\gamma = C_P/C_V$ de divers gaz, qui ont servi de référence pendant une bonne partie du XX^e siècle.

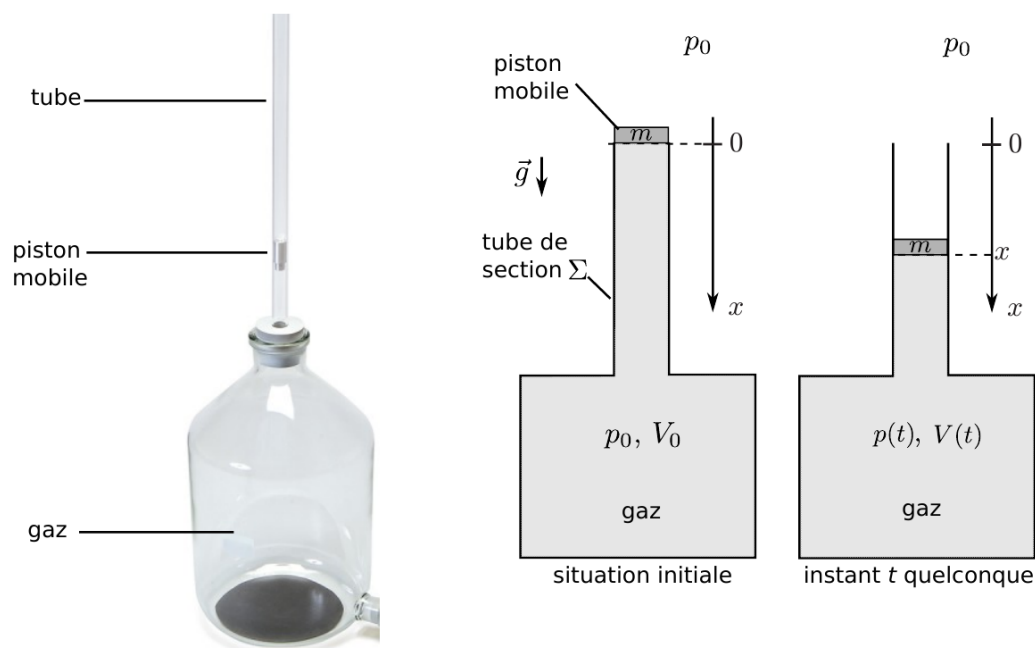


Figure 1 – Vue d'ensemble de l'expérience de Rüchardt.

L'expérience, représentée figure 1, consiste à placer un gaz dans un récipient ouvert par un tube de faible diamètre. On ferme le tout par un piston pouvant librement coulisser dans le tube. Le diamètre du piston est

quasiment égal à celui du tube, ce qui assure l'étanchéité du système (pas de fuite de gaz). Sous l'action de son poids, le piston commence à descendre. La pression dans le récipient augmente donc, ce qui finit par arrêter la descente du piston et le faire remonter. Il s'en suit une série d'oscillations amorties par frottement, comme on peut le voir figure 2.

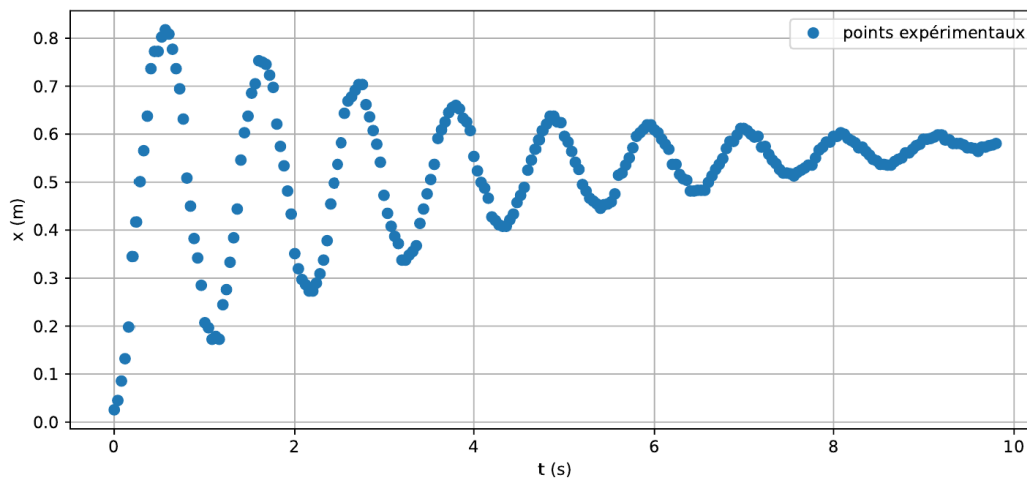


Figure 2 – Pointage vidéo du mouvement du piston. La mesure des temps est précise, en revanche celle des positions l'est beaucoup moins

Les notations sont celles de la figure 1. En particulier :

- ▶ V_0 est le volume initial de l'ensemble du gaz, incluant le récipient et le tube en dessous du piston ;
- ▶ $V(t)$ est le volume de ce même gaz mais à un instant t quelconque ;
- ▶ la pression atmosphérique est notée P_0 , égale à la pression dans le récipient à l'instant initial ;
- ▶ la section du tube est notée Σ ;
- ▶ la masse du piston est m et l'intensité de la pesanteur g .

A - Équation du mouvement sans frottement

On suppose dans un premier temps la transformation du gaz adiabatique et mécaniquement réversible.

1 - Relier les volumes $V(t)$, V_0 , la section Σ et l'abscisse x du piston telle que définie figure 1.

2 - Exprimer la résultante \vec{F}_P des forces pressantes subies par le piston. Montrer que si $\Sigma x/V_0 \ll 1$ alors elle peut s'approximer par

$$\vec{F}_P = -\gamma K x \vec{e}_x$$

avec K une constante à exprimer en fonction des données du problème.

3 - En déduire l'équation du mouvement vérifiée par $x(t)$. L'écrire sous forme canonique et identifier la pulsation propre ω_0 .

B - Détermination expérimentale de γ

Un pointage vidéo réalisé sur une expérience est donné figure 2 : on constate la présence d'amortissement, négligé dans la partie précédente, dû aux frottements entre le piston et la paroi du tube en verre. Pour analyser l'impact de ces frottements sur la pulsation des oscillations, on suppose que l'équation du mouvement se réécrit sous la forme

$$\ddot{x} + \frac{\omega_0}{Q} \dot{x} + \omega_0^2 x = g,$$

avec la même pulsation propre ω_0 que précédemment.

4 - Estimer à partir de la courbe un ordre de grandeur du facteur de qualité.

5 - Établir¹ en fonction de ω_0 et Q la pseudo-pulsation ω' des oscillations. Que peut-on dire de l'écart entre ω_0 et ω' ?

1. Si si, souvenez-vous, nous avons fait un cours là dessus début novembre ©

6 - Pour l'expérience considérée ici, $m/K = 4,0 \cdot 10^{-2} \text{ s}^2$. Estimer la valeur de γ et comparer à la valeur théorique pour un gaz parfait diatomique $\gamma_{\text{GPD}} = 7/5$.

Une seconde méthode consiste à mesurer la hauteur maximale H dont chute le piston avant qu'il ne remonte pour la première fois. On rappelle qu'il est lâché en $x = 0$ sans vitesse initiale.

7 - Montrer que dans les hypothèses de la partie A il est possible d'associer formellement une énergie potentielle à la résultante des forces de pression². Établir son expression.

8 - Exprimer H en fonction de g , K , γ et m en supposant les frottements négligeables sur la première descente.

9 - En déduire une deuxième estimation de γ . Commenter.

C - Vers l'équilibre thermique

L'état atteint une fois le piston immobilisé n'est pas un véritable état d'équilibre, car la température du gaz et du flacon de verre sont différentes. On modélise l'échange thermique par la loi de Newton de coefficient h sur une surface d'échange S égale à l'aire intérieure du flacon. Ces échanges étant lents, on néglige l'accélération du piston dans cette seconde phase et on suppose l'évolution isobare.

10 - L'expérience est réalisée avec un flacon de verre de volume $V_0 \sim 10 \text{ L}$ de masse $m \sim 3 \text{ kg}$. La capacité thermique massique du verre vaut $c = 700 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$, et la capacité thermique isobare molaire d'un gaz parfait s'écrit $C_{P,m} = \gamma R / (\gamma - 1)$. Montrer que le flacon de verre peut être assimilé à un thermostat de température T_0 .

11 - Cette question ouverte nécessite un raisonnement complexe en plusieurs étapes, que le candidat veillera à clairement expliciter dans sa copie. Établir l'équation différentielle vérifiée par la position x du piston et la résoudre. On prendra l'instant initial $t = 0$ à la fin des oscillations. Interpréter³ physiquement le résultat : valeur initiale, valeur finale, grandeurs caractéristiques, etc.

2. Attention à ne pas généraliser abusivement : en général, les forces de pression ne sont pas conservatives

3. L'interprétation attendue ne consiste pas à identifier ces grandeurs mais à justifier physiquement leurs expressions.