



BLAISE PASCAL
PT 2024-2025

Préparation à l'oral

Électromagnétisme

- 💡 Difficulté d'analyse et compréhension, initiative requise ;
- ✂️ Difficulté technique et calculatoire ;
- ⊗ Exercice important.

Flasher ce code pour
accéder aux corrigés

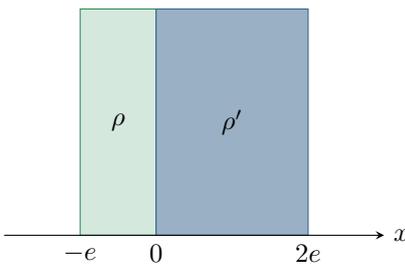


Régime stationnaire et lentement variable

Exercice 1 : Plaques épaisses chargées

oral banque PT | 💡 1 | ✂️ 2

- 📈 ▷ Équation de Maxwell-Gauss ;
- 📈 ▷ Lien entre champ et potentiel.



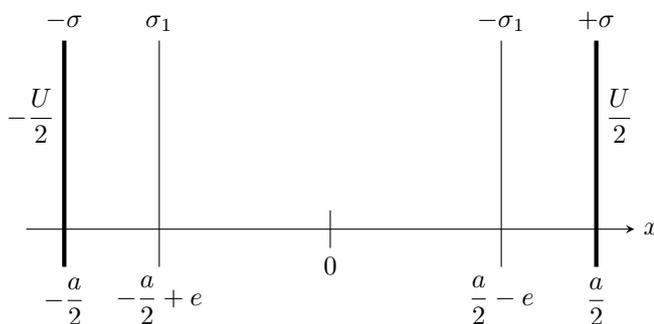
La distribution de charge ci-contre est supposée infinie dans toutes les directions excepté selon x . Le champ est supposé nul en dehors des plaques. On rappelle qu'il est partout continu, puisque la distribution ne présente pas de charges surfaciques. On pose $V(x=0) = 0$.

- 1 - Déterminer ρ' en fonction de ρ pour assurer la neutralité électrique.
- 2 - Sans utiliser le théorème de Gauss, déterminer \vec{E} au sein de la distribution. Tracer $\|\vec{E}\| = f(x)$.
- 3 - Déterminer V en tout point de l'espace. Tracer $V = g(x)$.

Exercice 2 : Double couche électrochimique

oral banque PT | 💡 2 | ✂️ 2

- 📈 ▷ Condensateur ;
- 📈 ▷ Bilan de charge.



Deux électrodes distantes de a et soumises à une tension U se trouvent dans une solution aqueuse de conductivité γ . Lorsque l'on plonge une électrode dans une solution électrolytique, une couche d'ions d'épaisseur $e \ll a$ se forme à la surface chargée de l'électrode. On suppose que les charges se situent uniquement au niveau des plans chargés $\pm\sigma$ ou $\pm\sigma_1$.

- 1 - Déterminer le signe de σ_1 si $\sigma > 0$.
- 2 - Déterminer le champ électrique d'un plan infini de densité de charge surfacique uniforme. En déduire l'expression du champ électrique dans la solution.
- 3 - Quelle sera la relation entre σ et σ_1 au bout d'un temps suffisant ?
- 4 - Établir une relation entre σ_1 , σ , U , e et a .
- 5 - Déterminer l'évolution de $\sigma_1(t)$.

Exercice 3 : Fil conducteur creux

oral banque PT | 💡 2 | ✂️ 2



- ▷ Théorème d'Ampère ;
- ▷ Principe de superposition.

Un fil conducteur épais de rayon R et d'axe \vec{u}_z est parcouru par un courant de densité $j\vec{u}_z$ uniforme.

- 1 - Déterminer le champ \vec{B}_0 en tout point M de l'espace.
- 2 - Exprimer \vec{B}_0 en fonction de \vec{u}_z et \vec{OM} .

On suppose maintenant que le fil est creux et présente une cavité cylindrique parallèle à l'axe du cylindre mais décentrée par rapport à cet axe. Dans le reste du cylindre, la densité de courant est toujours égale à j .

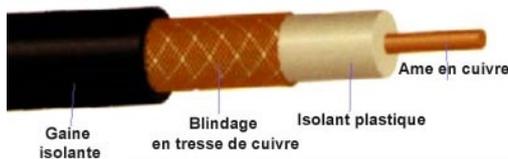
- 3 - Calculer le champ magnétique dans la cavité.

Exercice 4 : Câble coaxial

oral CCINP PSI | 💡 2 | ✂️ 2 | Ⓜ️



- ▷ Théorème de Gauss ;
- ▷ Condensateur ;
- ▷ Théorème d'Ampère ;
- ▷ Énergie magnétique.



Les câbles coaxiaux servent à transmettre des signaux basse fréquence. Ils sont utilisés quotidiennement, par exemple dans les installations de télévision domestiques, les émetteurs WiFi, etc. Un câble coaxial est constitué de deux conducteurs cylindriques de même axe, une âme (rayon R_1) et un blindage (rayon R_2), séparés par un isolant. Ses propriétés électromagnétiques peuvent être décrites par une capacité \mathcal{C} et une inductance \mathcal{L} par unité de longueur de câble.

Commençons par déterminer la capacité linéique du câble. Le blindage étant connecté à la masse, une tension U constante est appliquée entre l'âme et le blindage, ce qui amène une charge électrique opposée sur l'âme et le blindage, réparties en surface des conducteurs. On note λ la charge par unité de longueur de l'âme : sur un tronçon élémentaire de câble de longueur $d\ell$, l'âme porte une charge $\lambda d\ell$ et le blindage une charge $-\lambda d\ell$.

- 1 - Calculer le champ électrostatique qui règne entre l'âme et le blindage. En raison de la présence de l'isolant plastique, la permittivité du vide ε_0 doit être remplacé par la permittivité effective de l'isolant $\varepsilon_0\varepsilon_r$.
- 2 - En déduire l'expression de λ en fonction de U .
- 3 - Définir la capacité \mathcal{C} par unité de longueur du câble en fonction de λ et U , puis l'exprimer en fonction des données du problème.

Intéressons-nous maintenant à l'inductance linéique du câble. L'âme est désormais parcourue par un courant stationnaire I et le blindage par un courant opposé. Ces deux courants sont répartis à la surface des conducteurs.

- 4 - Calculer le champ magnétique qui s'établit entre l'âme et le blindage. L'isolant étant non magnétique, sa perméabilité est égale à celle du vide μ_0 .
- 5 - Déterminer l'énergie magnétique $d\mathcal{E}_m$ stockée dans un tronçon élémentaire de câble de longueur $d\ell$.
- 6 - En déduire l'inductance \mathcal{L} par unité de longueur du câble.

Exercice 5 : Diode à vide

inspiré oral banque PT | 💡 2 | ✂️ 2



- ▷ Équation de Poisson ;
- ▷ Mouvement d'une charge dans un potentiel ;

Les premières diodes ont été fabriquées au début du XX^e siècle pour l'émission et la réception d'onde radio. Ces composants aujourd'hui très courants sont désormais fabriqués à partir de matériaux semi-conducteurs, mais les premiers modèles étaient des diodes à vide. Une diode à vide est modélisée par un fil cylindrique (anode A) de rayon R_A placé sur l'axe d'un cylindre creux (cathode C) de rayon $R_C > R_A$ de même hauteur H . Les deux électrodes sont conductrices et sont placées dans une ampoule dans laquelle un vide poussé a été réalisé. Une tension $U_0 = V_C - V_A$ est imposée entre l'anode et la cathode. L'anode est supposée reliée à la masse : $V_A = 0$.

Donnée : pour $V = V(r)$ en coordonnées cylindriques, $\Delta V = \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dV}{dr} \right)$.

1 - On admet que le problème est « à symétrie cylindrique ». Définir ce terme.

2 - Calculer le potentiel $V(r)$ régnant entre les deux électrodes en fonction de r , U_0 , R_A et R_C .

L'anode est portée à très haute température (plus de 1000°C) et des électrons en sont arrachés sous l'effet de l'agitation thermique. On supposera négligeable la vitesse d'un électron venant juste d'être arraché de l'anode. Sous l'effet du potentiel $V(r)$, ces électrons peuvent être amenés à rejoindre la cathode. On les suppose suffisamment peu nombreux pour qu'ils ne perturbent pas le potentiel $V(r)$ déterminé précédemment.

3 - Quel doit être le signe de U_0 pour que la diode soit passante (un courant est transmis de l'anode à la cathode) ? pour qu'elle soit bloquée ?

4 - Justifier que la vitesse d'un électron dans l'espace inter-électrodes s'écrit $\vec{v} = v(r)\vec{e}_r$. Déterminer $v(r)$.

5 - Notons I le courant total circulant entre les deux électrodes. Déterminer la densité volumique d'électrons $n(r)$ dans l'espace inter-électrodes.

Exercice 6 : Supraconducteur

exemple officiel banque PT | 💡 2 | ✂️ 2



- ▷ Équations de Maxwell ;
- ▷ Théorème d'Ampère ;
- ▷ Inductance propre.

- 1) Ecrire les équations de Maxwell (cas général) et l'équation de Maxwell-Ampère dans le cas stationnaire. En déduire le théorème d'Ampère.
- 2) A très basse température, certains matériaux supraconducteurs vérifient l'équation de London que l'on donne ci-dessous où j est la densité de courant et λ est une constante réelle positive propre au matériau considéré. Montrez que cette équation couplée à l'équation de Maxwell-Ampère vue en 1) conduit à une équation différentielle en B , équation différentielle que l'on exprimera.

$$\vec{\text{rot}} j = -\frac{1}{\mu_0 \lambda^2} \vec{B}$$

- 3) Résoudre en supposant le matériau supraconducteur d'épaisseur infinie de $x=0$ à l'infini. Pour x négatif, on suppose l'existence d'un champ magnétique extérieur \vec{B}_1 . On cherchera à exprimer le champ B en fonction de x .
- 4) On considère un tore bobiné parcouru par un courant d'intensité i . Calculer le champ B en tout point de l'espace. Forme des lignes de champ ? On moule le tout dans un matériau supraconducteur (expérience de Tonomura 1986). On envoie un faisceau d'électrons au travers du tore (selon l'axe). Sont-ils influencés en physique classique (par la force de Lorentz) ? Intérêt de cette réalisation ?
- 5) Calculer l'inductance d'un tore (à section carrée) comportant N spires, de rayon R (rayon interne) et de hauteur a .

Exercice 7 : Émission radioactive

d'après divers oraux | 💡 2 | ✂ 2



▷ Équations de Maxwell.

Un amas d'atomes radioactifs, supposé ponctuel, émet à partir de l'instant $t = 0$ des particules α avec une vitesse constante v_0 . On suppose la distribution de la direction d'émission isotrope. On rappelle que les particules α sont des noyaux d'hélium ${}^4_2\text{He}$, et on admet qu'à l'instant t la charge électrique de l'amas vaut

$$q(t) = Q_0 \left(e^{-t/\tau} - 1 \right) \quad \text{avec} \quad Q_0 > 0.$$

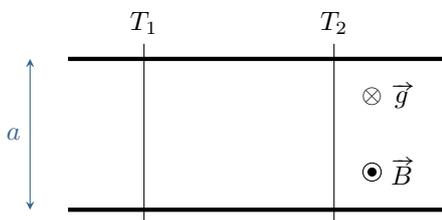
- 1 - Vérifier qualitativement la cohérence de la loi $q(t)$.
- 2 - Montrer que le champ magnétique est nul en tout point de l'espace.
- 3 - Calculer le champ électrique $\vec{E}(M, t)$ en tout point M de l'espace. On pourra l'exprimer en fonction de $t - r/v_0$.
- 4 - Déterminer les densités volumiques de charge $\rho(M, t)$ puis de courant $\vec{j}(M, t)$.

Donnée : En coordonnées sphériques, on donne pour un champ $\vec{A} = A_r(r, t) \vec{u}_r$

$$\text{div } \vec{A} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial(r^2 A_r)}{\partial r} \quad \text{et} \quad \text{rot } \vec{A} = \vec{0}.$$

Induction**Exercice 8 : Rails de Laplace couplés**

d'après oraux banque PT | 💡 2 | ✂ 2 | ⚡

▷ Rails de Laplace ;
▷ Bilan énergétique.

On considère deux barreaux T_1 et T_2 de résistance R et de masse m posés sur un rail et plongés dans un champ magnétique uniforme \vec{B} .

1 - Établir les équations couplées vérifiées par les vitesses v_1 et v_2 . On fera apparaître $\tau = mR/(aB)^2$.

2 - Donner les expressions de $v_1(t)$ et de $v_2(t)$ en supposant que l'on donne au barreau T_1 une vitesse initiale v_0 .

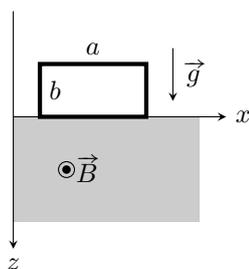
- 3 - Même question en supposant $v_1(t) = V_0 \cos(\omega t)$.
- 4 - Vérifier que la conversion d'énergie est parfaite.

Exercice 9 : Freinage par induction

💡 2 | ✂ 2 | ⚡



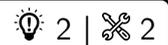
▷ Équations électrique et mécanique.



La plupart des manèges des parcs d'attraction utilisent des dispositifs de freinage inductif en plus du freinage par friction. On modélise dans cet exercice une attraction proposant aux passagers d'une cabine d'ascenseur de tomber en chute quasi-libre pendant quelques secondes avant d'être brutalement freinés. La première étape du freinage est magnétique.

Dans le châssis de la cabine d'ascenseur est placée un bobinage conducteur modélisé par une unique spire rectangulaire de côtés a et b , de masse m et de résistance R . Sa position est repérée par la cote z du bas de la spire. Dans le demi-espace $z > 0$ règne un champ magnétique \vec{B} uniforme et permanent. À l'instant $t = 0$, la cabine se trouve dans la situation représentée sur la figure ci-contre où $z = 0$, sa vitesse valant alors $\vec{v} = v_0 \vec{u}_z$. Pour simplifier, les frottements de l'air seront négligés dans tout l'exercice.

- 1 - Montrer que le mouvement ultérieur de la cabine reste une translation verticale selon l'axe (Oz) .
- 2 - Établir une équation différentielle portant sur la vitesse v de la cabine.
- 3 - Résoudre cette équation. Que se passe-t-il lorsque $z = b$?
- 4 - Justifier qu'un freinage magnétique ne peut pas suffire à arrêter la cabine d'ascenseur.

Exercice 10 : Plaque de cuisson à induction

- ▷ Induction mutuelle;
- ▷ Approche temporelle et fréquentielle.

Le chauffage du fond métallique des casseroles et autres poêles de cuisson peut être réalisé par effet Joule des courants induits directement dans le fond de la casserole par un champ magnétique variable, les courants de Foucault. Logé dans une table support en céramique, un bobinage alimenté en courant sinusoïdal, appelé inducteur, génère ce champ. L'inducteur a un rayon de 5 cm et compte vingt spires de cuivre de résistance électrique $R_1 = 18 \text{ m}\Omega$ et d'auto-inductance $L_1 = 30 \text{ }\mu\text{H}$. Il est alimenté par une tension harmonique v_1 de pulsation ω . Du point de vue électromagnétique, on modélise le fond de casserole par une spire circulaire unique, fermée sur elle-même, appelée induit. L'induit a une résistance $R_2 = 8,3 \text{ m}\Omega$ et une auto-inductance $L_2 = 0,24 \text{ }\mu\text{H}$. Le transfert d'énergie électrique s'effectue par couplage inductif entre l'inducteur et l'induit d'inductance mutuelle $M = 2 \text{ }\mu\text{H}$.

- 1 - En s'appuyant sur un schéma électrique équivalent, établir les équations électriques relatives aux deux circuits.
- 2 - En déduire l'expression littérale de la fonction de transfert $\underline{H} = \underline{I}_2/\underline{I}_1$.
- 3 - En déduire l'impédance d'entrée $\underline{Z}_e = \underline{V}_1/\underline{I}_1$ du système.
- 4 - La pulsation ω est choisie bien plus grande que R_1/L_1 et R_2/L_2 . Simplifier les deux expressions précédentes et calculer numériquement leur module.
- 5 - On soulève la casserole. Indiquer qualitativement comment varie l'amplitude du courant appelé par l'inducteur.

Ondes électromagnétiques**Exercice 11 : Structure d'une OPPH**

oral banque PT | 1 | 1



- ▷ OPPH;
- ▷ Équations de Maxwell en écriture complexe;
- ▷ Vecteur de Poynting.

- 1 - Donner l'écriture complexe d'une onde plane progressive monochromatique.
 - 2 - Écrire les équations de Maxwell pour cette onde.
 - 3 - En déduire que l'onde est transverse électromagnétique.
 - 4 - L'onde est celle d'un laser polarisé linéairement selon (Oy) et se propageant selon $+\vec{e}_x$. Le faisceau est de diamètre 2 mm, puissance 1 mW, longueur d'onde 633 nm. Déterminer numériquement les caractéristiques du champ électrique.
- Données : $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H} \cdot \text{m}^{-1}$, $c = 3,00 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

Exercice 12 : Réflexion d'une onde électromagnétique

oral banque PT | 1 | 1



- ▷ OPPH;
- ▷ Réflexion sur un conducteur parfait.

- 1 - Caractériser l'onde définie par le champ

$$\vec{E} = E_0 \cos(\omega t - kz) \vec{u}_x.$$

- 2 - Cette onde occupe le demi-espace $z < 0$ et se dirige vers une plaque métallique (conducteur parfait) située en $z > 0$. Déterminer l'onde réfléchie, sachant que la composante tangentielle de \vec{E} est continue en $z = 0$.
- 3 - On place un capteur de champ et on constate qu'il s'annule à plusieurs endroits lorsqu'on le déplace suivant \vec{u}_z . Montrer ce résultat et trouver la période spatiale.
- 4 - L'onde est une onde téléphonique de fréquence 300 GHz qui se réfléchit sur un bâtiment. Déterminer les z pour lesquels le champ \vec{E} s'annule.
- 5 - Le capteur est un cadre constitué de N spires aux bornes desquelles on mesure la tension. Quelle grandeur est alors mesurée?

Donnée : $\cos p - \cos q = -2 \sin \frac{p+q}{2} \sin \frac{p-q}{2}$

Exercice 13 : Pression de radiation

oral banque PT | 💡 2 | ✂ 2



- ▷ Réflexion sur un conducteur parfait ;
- ▷ Force de Laplace.

On donne les relations de passage du champ électromagnétique à la traversée d'une surface chargée (σ densité surfacique de charge) et parcourue par des courants (\vec{j}_s densité de courant surfacique) :

$$\begin{aligned} (\vec{E}_2 - \vec{E}_1) \cdot \vec{n}_{12} &= \frac{\sigma}{\epsilon_0} & (\vec{E}_2 - \vec{E}_1) \wedge \vec{n}_{12} &= \vec{0} \\ (\vec{B}_2 - \vec{B}_1) \cdot \vec{n}_{12} &= 0 & (\vec{B}_2 - \vec{B}_1) \wedge \vec{n}_{12} &= -\mu_0 \vec{j}_s \end{aligned}$$

Dans ces écritures, \vec{n}_{12} est le vecteur unitaire normal localement à cette surface allant du milieu 1 vers le milieu 2, et les champs sont respectivement les champs dans les milieux 1 et 2 au voisinage immédiat de la surface.

- 1 - Donner l'expression du vecteur d'onde \vec{k} , du champ électrique \vec{E} et du champ magnétique \vec{B} pour une onde plane progressive monochromatique se propageant dans le vide selon \vec{u}_z et polarisée selon \vec{u}_x .
- 2 - Un conducteur parfait occupe le demi-espace $z > 0$. Donner l'expression, pour l'onde réfléchie en $z = 0$, du vecteur d'onde \vec{k}' , du champ électrique \vec{E}' et du champ magnétique \vec{B}' .
- 3 - Calculer le courant surfacique sur la paroi du conducteur en $z = 0$.
- 4 - En procédant par analogie avec la force de Laplace dans un système linéique, exprimer la force s'exerçant sur un élément de surface dS du conducteur, puis en déduire la pression moyenne exercée par le champ sur le conducteur parfait.

Exercice 14 : Absorption par l'atmosphère

oral banque PT | 💡 2 | ✂ 2



- ▷ OPPH ;
- ▷ Vecteur de Poynting ;
- ▷ Bilan d'énergie électromagnétique.

Considérons une onde monochromatique émise par le Soleil, se propageant selon \vec{e}_x dans l'atmosphère assimilée à du vide avec une polarisation selon \vec{e}_y .

- 1 - En notant E_0 l'amplitude de l'onde, donner l'expression de \vec{E} sous forme exponentielle. Donner alors \vec{B} et la valeur moyenne du vecteur de Poynting.

Sous l'effet de phénomènes d'absorption et de diffusion par les molécules présentes dans l'atmosphère, l'onde perd progressivement en intensité : $E_0 = E_0(x)$. Toutes ses autres propriétés sont inchangées. La puissance volumique perdue par l'onde s'écrit $P = \alpha E_0^2$.

- 2 - Effectuer un bilan énergétique sur une tranche d'atmosphère de longueur dx et de surface S . En déduire une équation différentielle et une longueur caractéristique ℓ .
- 3 - Déterminer la nouvelle expression de \vec{E} .
- 4 - Pourquoi peut-on regarder le Soleil lorsqu'il se couche, mais pas lorsqu'il se trouve au zénith ? Pourquoi le Soleil apparaît-il rouge au lever ou au coucher, mais jaune-blanc au zénith ?

Exercice 15 : Approche énergétique de l'effet de peau

oral banque PT | 💡 3 | ✂ 2



- ▷ Effet de peau ;
- ▷ Vecteur de Poynting ;
- ▷ Bilan de puissance.

Considérons un conducteur électrique semi-infini de conductivité γ et dans lequel règne un champ

$$\vec{E} = E_0 e^{-\alpha z} e^{j(\omega t - \alpha z)} \vec{u}_x.$$

- 1 - S'agit-il d'une onde plane ? D'une onde progressive ? Que représente α ? Quelles sont la direction et le sens de propagation ? La polarisation ?
- 2 - Calculer le champ \vec{B} associé.

- 3 - Exprimer la moyenne temporelle du vecteur de Poynting.
- 4 - Effectuer un bilan de puissance pour une tranche de conducteur de surface S et de longueur dz . Déterminer la puissance cédée par unité de volume dans le conducteur.
- 5 - Établir une autre expression de la puissance cédée à partir de la loi d'Ohm locale.
- 6 - À partir des deux expressions obtenues, déduire la distance sur laquelle pénètre l'onde avant d'être atténuée.

Exercice 16 : Guide d'ondes rectangulaire

exemple officiel banque PT | 💡 2 | ✂ 3

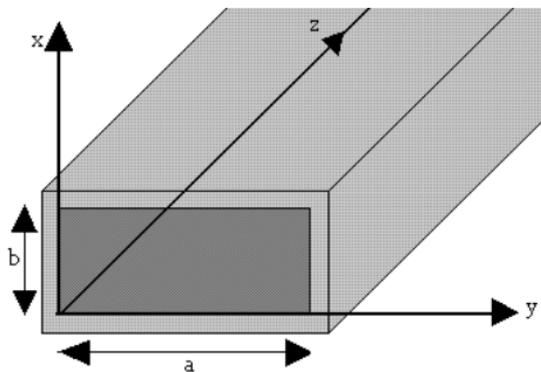


- ▷ Relation de dispersion ;
- ▷ Vecteur de Poynting.

Soit un guide d'onde limité par 4 plans conducteurs parfaits $x = 0$ et $x = b$, $y = 0$ et $y = a$, entre lesquels se propage le champ électrique :

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \sin\left(\frac{n\pi y}{a}\right) \cos(\omega t - kz) \vec{e}_x$$

n est un entier naturel



1. Caractériser l'onde proposée.
2. Donner l'équation de propagation du champ électrique dans une région vide de charges et de courants.
3. Etablir la relation entre n , a , k et ω . Montrer qu'il existe pour chaque mode n une pulsation de coupure. Nature du filtre ?
4. Calculer le champ magnétique \vec{B} et la composante selon z du vecteur de Poynting $\vec{\Pi}$. Quelle est la puissance moyenne transportée par le guide à travers la section $S = a.b$?
5. Soit $a = 3\lambda / 4$ et $b = \lambda / 3$. Montrer que le mode $n = 1$ peut se propager. Calculer E_0 pour une puissance moyenne de $0,6 \text{ W}$ et une fréquence de 10 GHz . ($\mu_0 = 4.\pi.10^{-7} \text{ H.m}^{-1}$; $c = 3.10^8 \text{ m.s}^{-1}$)

$$\text{On donne : } \int_0^a \sin^2\left(\frac{n.\pi.y}{a}\right).dy = \frac{a}{2}$$

Problème ouvert

Exercice 17 : Rail gun

adapté oral Centrale PSI | 💡 3 | ✂ 2

▷ *Problème ouvert.*

Le canon électrique, connu aussi sous le nom anglais de *rail gun*, est une arme à projectile accéléré par une force électromagnétique. Le dispositif, schématisé dans le principe figure 1, revient à établir une différence de potentiel électrique entre deux rails parallèles conducteurs, longs de 3 m et séparés de 10 cm, et à insérer entre eux un projectile de 500 g, conducteur également, pouvant glisser ou rouler dessus. La source peut délivrer un courant de 10^6 A.

Question : Montrer que l'on peut accélérer la masse jusqu'à une vitesse supersonique sans utiliser de champ extérieur.

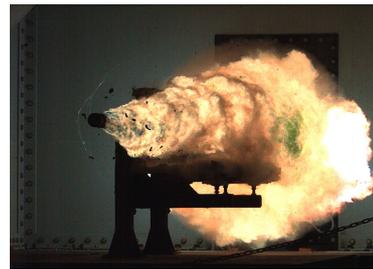
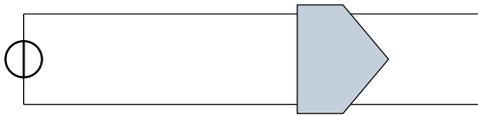


Figure 1 – Rail-gun. Gauche : schéma de principe. Droite : photo prise lors d'un essai d'un rail gun de la Navy américaine.