Fondements de la mécanique du point

L'objectif de ce premier chapitre de mécanique est de faire un survol de tout ce que vous connaissez déjà, éventuellement en le formalisant plus ou mieux. Le contenu de ce chapitre constitue notre socle de base pour aborder des premiers exemples dans les chapitres suivants.

La **mécanique** est le domaine de la physique qui s'intéresse aux mouvements et à leurs causes.

On y distingue la **cinématique**, qui donne les outils nécessaires à la description du mouvement, et la **dynamique**, qui relie le mouvement à ses causes, les actions mécaniques. L'**énergétique** donne un point de vue complémentaire en interprétant le mouvement du système à partir de ses échanges d'énergie avec l'extérieur.

I - Décrire le mouvement d'un point

I.1 - Du solide au point matériel

Dans tous les exemples étudiés au lycée (ou en cours de SI), les systèmes mécaniques étudiés sont des solides.

Espace 1

Le solide indéformable est un modèle : un solide parfaitement indéformable n'existe pas. Ce modèle n'est évidemment pas adapté pour décrire les systèmes déformables tels que les fluides, les milieux granulaires (tas de sable) ou encore les solides « mous » (pâte à modeler). Il exclut aussi tous les systèmes composés de plusieurs solides liés entre eux par des liaisons possédant au moins un degré de liberté : deux solides indéformables ne forment pas nécessairement un solide indéformable.

> ***Exemple :*** *un vélo et ses roues.*

Nous effleurerons la mécanique des solides dans la suite du cours de mécanique, et vous l'étudierez de manière approfondie en SI. Dans un premier temps, nous modéliserons les solides par des points matériels.

Espace 2

Intérêt : pourquoi s'intéresser à des points alors que nos systèmes sont des solides ?
- ▷ conceptuel : les lois fondamentales de la mécanique sont formulées pour des points matériels ;
- ▷ technique : on sent bien que décrire le mouvement d'un point est plus facile que de décrire celui d'un solide, qui peut tourner sur lui-même, etc.

Validité du modèle : lorsque l'on modélise un solide par un point, que néglige-t-on ?

Espace 3

Espace 4

Quel point du solide choisir ?

▷ un point physiquement particulier :

Espace 5

▷ un point géométriquement particulier : p.ex. point où le solide est attaché, une extrémité, un coin, etc.

I.2 - Référentiel et repère de temps

a) Relativité du mouvement

Comment définir « bouger » ou « être en mouvement » ?

Espace 6

On voit dans cette définition apparaître deux aspects :

▷ nécessité d'une référence de position : il n'y a pas de mouvement absolu, on bouge toujours *par rapport à* quelque chose (exemple du passager assis dans un train, immobile par rapport au train mais en mouvement par rapport au quai lorsque le train avance) ;

▷ nécessité d'une référence de temps : il faut comparer les positions relatives entre deux instants pour savoir s'il y a mouvement.

Espace 7

Il y a donc une infinité de référentiels imaginables. En pratique, il y a deux façons de définir un référentiel :

▷ ou bien en donnant un solide de référence, c'est par exemple le cas du référentiel terrestre ;

▷ ou bien en donnant un point fixe et trois directions de référence (donc en pratique des points), c'est par exemple le cas des référentiels géocentrique ou héliocentrique.

Attention ! Il ne faut pas confondre le *référentiel*, c'est-à-dire le système de référence (notion *physique*) avec le *repère*, c'est-à-dire l'outil géométrique qui sert à décrire le mouvement (notion *mathématique*). Il y a une infinité de repères différents qui peuvent être associés à un même référentiel. Cette confusion est d'autant plus tentante qu'elle est faite (à tort !) en SI où quasiment tous les mouvements sont implicitement étudiés dans le référentiel terrestre et où seul le repère est précisé.

b) Caractère galiléen d'un référentiel

Principe d'inertie ou **première loi de Newton** :

Il existe une famille de référentiels, appelés **référentiels galiléens**,
dans lesquels un point matériel isolé a un mouvement rectiligne uniforme.

Le principe d'inertie est un postulat fondamental de la mécanique.

Signification des différents termes :

▷ « Isolé » : le point matériel n'est soumis à aucune force, ou à défaut les forces qu'il subit se compensent : c'est un cas limite théorique, innatteignable en pratique ;

▷ « Mouvement rectiligne » : la trajectoire du point est une droite ;

▷ « Mouvement uniforme » : la trajectoire est parcourue à vitesse constante.

Confusion trop fréquente :

Espace 8

⇝ quand on veut étudier un mouvement, tous les référentiels ne sont pas équivalents.

Mouvement relatif de deux référentiels galiléens : Si on considère deux référentiels $\mathcal{R}_1$ et $\mathcal{R}_2$ en translation rectiligne et uniforme l'un par rapport à l'autre, tout point matériel animé d'un mouvement rectiligne et uniforme par rapport à $\mathcal{R}_1$ sera également en translation rectiligne et uniforme par rapport à $\mathcal{R}_2$.

⇝ si l'un est galiléen alors l'autre l'est également.

> ***Exemple :*** *Vous marchez à vitesse constante dans l'allée d'un train (référentiel $\mathcal{R}_1$), lui-même en mouvement rectiligne uniforme par rapport au quai d'une gare (référentiel $\mathcal{R}_2$). Vous avez bien un mouvement rectiligne uniforme par rapport au quai.*

En pratique : exactement comme la notion de système isolé qui le définit, la notion de référentiel galiléen est un cas limite théorique. Pour le dire très schématiquement, considérer un référentiel comme galiléen est une bonne approximation tant qu'on peut négliger son mouvement par rapport à un référentiel « plus grand ».

c) Référentiels usuels

▷ Le **référentiel terrestre**, parfois appelé **référentiel du laboratoire**, est lié à la surface de la Terre. C'est le référentiel le plus intuitif.

Caractère galiléen :

Espace 9

Mouvements auxquels il est adapté :

Espace 10

▷ Le **référentiel géocentrique** est défini par le centre de la Terre et des axes pointant vers des étoiles très lointaines. Un point à la surface de la Terre est donc en mouvement dans le référentiel géocentrique.

Caractère galiléen :

Espace 11

Mouvements auxquels il est adapté :

Espace 12

▷ Le **référentiel héliocentrique** est défini par le centre du Soleil et des axes pointant vers des étoiles très lointaines. Le centre de la Terre est donc en mouvement dans le référentiel héliocentrique.

Caractère galiléen :

Espace 13

⇝ le référentiel héliocentrique est le « plus galiléen » des référentiels.

d) Le temps

En mécanique classique, le temps est dit **absolu** :
les durées ne dépendent pas du référentiel dans lequel elles sont mesurées.

Concrètement, pour une promenade en vélo chronométrée sur le vélo (référentiel en mouvement par rapport au référentiel terrestre) ou depuis la maison (référentiel terrestre), les deux chronomètres afficheront la même durée.

> ***Remarque :*** *Ce n'est plus le cas si vous troquez votre vélo pour une fusée qui avance à une vitesse proche de celle de la lumière : c'est la* ***dilatation des durées****. Le caractère absolu du temps est un principe de la mécanique classique, mais il est mis en défaut dans le cadre de la relativité restreinte.*

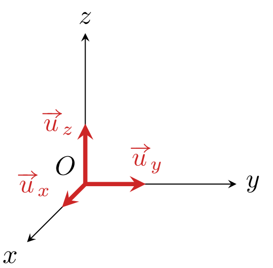
I.3 - Vecteurs cinématiques

Ce sont les vecteurs position $\overrightarrow{OM}$, vitesse $\vec{v}$ et accélération $\vec{a}$ du point M. Ils contiennent la totalité des informations sur le mouvement du point M.

Attention ! Ne pas confondre mouvement et trajectoire : comme nous le reverrons plus loin, la trajectoire ne contient aucune information temporelle. On ne sait pas si elle est parcourue vite ou lentement.

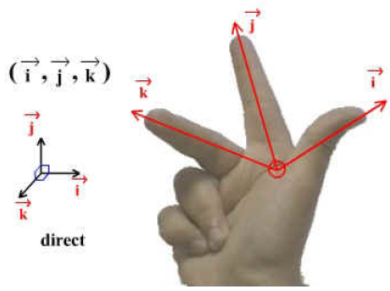
a) Repère cartésien

Le repère est l'outil géométrique qui sert à décrire le mouvement. Le plus naturel des repères est le repère cartésien.



Le **repère cartésien** est composé d'une origine O
et d'une base orthonormée directe,
décrite par les vecteurs unitaires $(\vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z)$.
Il est fixe par rapport au référentiel d'étude.

Base directe :



Un repère orthonormé $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ est **direct** si ses trois vecteurs de base **pris dans cet ordre** ont des directions qui correspondent à celles des trois premiers doigts de la main droite.

Attention ! L'ordre des vecteurs a une importance ! Le repère $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ est direct, mais le repère $(\vec{i}, \vec{k}, \vec{j})$ ne l'est pas.

Vecteurs unitaires : un vecteur unitaire est un vecteur sans dimension et de norme 1,

$$||\vec{u}_x|| = ||\vec{u}_y|| = ||\vec{u}_z|| = 1$$

En physique, un vecteur unitaire sert à indiquer une direction.

> ***Remarque :*** *Notation des vecteurs de base.*
> - *On rencontre indifféremment les notations $(\vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z)$ ou $(\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$.*
> - *La notation $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, utilisée en mathématiques, n'est pas utilisée en physique.*
> - *La notation $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$, utilisée en SI, est à* ***bannir totalement*** *de vos réflexes en physique car elle devient vite source de confusion.*

Repère fixe : conséquences très importantes dans les calculs.

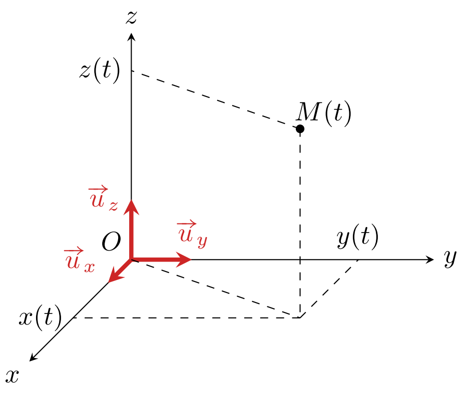
Comme la base cartésienne est une base fixe par rapport au référentiel $\mathcal{R}$ d'étude, alors

Espace 14

b) Vecteur position

Coordonnées du point M à l'instant t : $x(t),\ y(t),\ z(t)$

abscisse ordonnée cote



Espace 15

Le vecteur position est un vecteur dimensionné, homogène à une longueur : sa norme et ses composantes s'expriment en mètre. Il dépend du choix de l'origine O.

Remarque : *Il est fréquent de sous-entendre la dépendance en temps et de noter simplement*

$$\overrightarrow{OM} = x\vec{u}_x + y\vec{u}_y + z\vec{u}_z\,.$$

Il ne faut alors pas oublier que x, y et z désignent les coordonnées de M à l'instant t.

c) Vecteur vitesse

• Définition

Le vecteur vitesse moyenne d'un point M pendant une durée Δt est défini à partir de la variation du vecteur position pendant cette durée,

$$\langle\vec{v}\rangle_{\Delta t} = \frac{\overrightarrow{OM}(t+\Delta t) - \overrightarrow{OM}(t)}{\Delta t}\,.$$

Remarque : *Pas d'inquiétude avec la division des vecteurs par Δt. Il s'agit simplement d'une notation équivalente à*

$$\langle\vec{v}\rangle_{\Delta t} = \frac{1}{\Delta t}\left(\overrightarrow{OM}(t+\Delta t) - \overrightarrow{OM}(t)\right)\,,$$

qui vous inquièterait moins.

Pour définir une vitesse instantanée, il faut considérer la durée Δt comme étant infiniment petite :

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\overrightarrow{OM}(t+\Delta t) - \overrightarrow{OM}(t)}{\Delta t}$$

Espace 16

Le vecteur vitesse dépend du référentiel dans lequel le mouvement est étudié, mais pas de l'origine du repère. C'est un vecteur dimensionné : sa norme s'exprime en $\mathrm{m\cdot s^{-1}}$.

La dérivation des vecteurs se fait exactement comme la dérivation des fonctions classiques. Il ne faut simplement pas oublier que les vecteurs peuvent dépendre du temps.

- **Expression en coordonnées cartésiennes**

Espace 17

Conclusion : comme le repère cartésien est fixe,

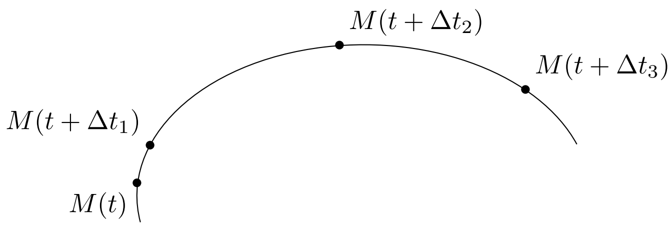
Espace 18

Autre notation : en mécanique, la dérivée par rapport au temps est souvent notée d'un point,

Espace 19

- **Direction et sens du vecteur vitesse**

Géométriquement, le vecteur vitesse a même direction et même sens que le vecteur déplacement.



En raisonnant sur le vecteur déplacement pour un intervalle Δt de plus en plus petit, on conclut :

Espace 20

d) Vecteur accélération

- **Définition**

Qualitativement, l'accélération d'un point quantifie ses variations de vitesse. Comme la vitesse peut changer en norme mais aussi en direction, on comprend que l'accélération est une quantité vectorielle.

Par analogie avec le vecteur vitesse, le vecteur accélération moyenne pendant Δt est défini par

$$\langle \vec{a} \rangle_{\Delta t} = \frac{\vec{v}(t+\Delta t) - \vec{v}(t)}{\Delta t}$$

et le vecteur accélération instantanée s'obtient dans la limite $\Delta t \to 0$.

Espace 21

Comme le vecteur vitesse, le vecteur accélération dépend du référentiel dans lequel le mouvement est étudié, mais pas de l'origine du repère.
C'est un vecteur dimensionné : sa norme s'exprime en $\mathrm{m \cdot s^{-2}}$.

- **Expression en coordonnées cartésiennes**

Espace 22

Conclusion : comme le repère cartésien est fixe,

Espace 23

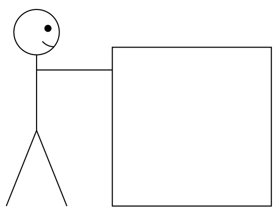
II - Actions mécaniques exercées sur le système

II.1 - Modélisation d'une action mécanique par une force

Deux systèmes interagissent en exerçant des **actions mécaniques** l'un sur l'autre. Certaines de ces actions mécaniques sont modélisables par des **forces**.

Espace 24

Exemples :



Exemple 1 : personne poussant une caisse.

Exemple 2 : attraction gravitationnelle.

▷ Une force ne vient pas de nulle part : il y a toujours un **agent** ou **opérateur** qui exerce la force.

▷ En revanche, une force peut être **de contact** ou **à distance**. Hormis la force de gravitation (et donc le poids) et la force électromagnétique, la plupart des forces sont des forces de contact.

▷ Une force ne dépend pas du référentiel dans lequel le mouvement est étudié.

▷ Au niveau microscopique, toutes les actions mécaniques sont des forces. Ce n'est plus vrai au niveau macroscopique : il existe aussi des **couples**, actions mécaniques de contact plus complexes, cf. chapitre sur le moment cinétique et surtout cours de SI.

> ***Exemple :*** *Plaquer sa main sur une boîte et la faire tourner. L'action exercée par la main sur la boîte n'est pas une force, mais un couple.*

▷ Dans certains cas, l'expression de la force est connue parfaitement mais son effet sur le mouvement seulement qualitativement (poids, force exercée par un ressort, etc.). Au contraire, pour certaines forces l'effet est parfaitement connu mais elles n'admettent pas d'expression générale : c'est par exemple le cas de la réaction du support (on sait qu'elle empêche le système de passer au travers dudit support, mais pas d'expression générale), et plus généralement de toutes les actions mécaniques de liaison, cf. cours de SI.

II.2 - Principe des actions réciproques

Une force est *un* point de vue sur l'interaction : on distingue l'opérateur du système qui subit la force. En réalité, cette interaction implique deux forces, reliées par le principe des actions réciproques.

Principe des actions réciproques ou **troisième loi de Newton** :

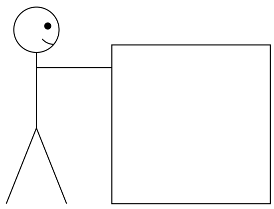
Si un système 1 exerce une force $\vec{F}_{1\to2}$ sur un système 2, alors le système 2 exerce une force sur le système 1 de même direction, de même norme et de sens opposé à $\vec{F}_{1\to2}$:

$$\vec{F}_{2\to1} = -\vec{F}_{1\to2}\,.$$

Si les points d'application M_1 et M_2 sont différents, alors les deux forces sont dirigées le long de la droite M_1M_2.

Le principe des actions réciproques est un postulat de la mécanique, au même titre que le principe d'inertie et le principe fondamental de la dynamique.

Exemples :



Exemple 1 : personne poussant une caisse.

Exemple 2 : attraction gravitationnelle.

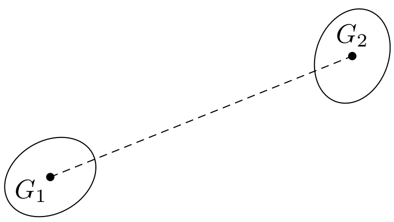
Dans l'exemple 1, la force est une force de contact donc sa direction n'est pas connue a priori.

II.3 - Des forces dont l'expression est connue

L'expression de la force est parfois aussi appelée « loi de force ». Pour ces forces, l'expression est connue a priori mais en contre-partie l'effet sur le mouvement ne l'est pas, ou seulement qualitativement.

a) Gravitation et poids

- **Force de gravitation**



Deux corps $\mathcal{S}_1$ et $\mathcal{S}_2$ quelconques interagissent par la **force de gravitation**,

Espace 25

avec $\mathcal{G} = 6{,}67\cdot10^{-11}\,\mathrm{m^3\cdot kg^{-1}\cdot s^{-2}}$ la **constante de gravitation universelle** ou constante de Cavendish.

La force de gravitation s'applique au centre de masse. Elle est toujours attractive.

Il est piégeux d'apprendre le signe par cœur : mieux vaut retenir que la force est attractive, et mettre le signe à la main une fois le vecteur unitaire précisé.

La direction selon $\vec{u}_{1\to2}$ est imposée par le principe des actions réciproques : c'est une force à distance. De plus, on a évidemment

$$\vec{F}_{\mathrm{grav},2\to1} = -\vec{F}_{\mathrm{grav},1\to2}\,.$$

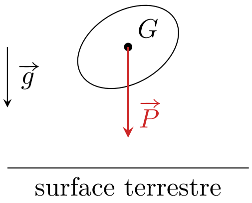
- **Poids**

Espace 26

On a alors $m_1 = M_{\text{Terre}} = 5{,}97 \cdot 10^{24}\,\text{kg}$ et $r \simeq R_{\text{Terre}} = 6371\,\text{km}$ en moyenne, mais un peu variable. On introduit le **champ de pesanteur** terrestre $\overrightarrow{g}$, dirigé vers le centre de la Terre et de norme

$$g = \frac{\mathcal{G} M_{\text{T}}}{R_{\text{T}}^2}$$

À la latitude de Paris : $g = 9{,}81\,\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$.



Un système de masse m situé à la surface de la Terre subit son **poids**, exercé par la Terre,

$$\overrightarrow{P} = m\overrightarrow{g}$$

Le poids s'applique au centre de masse G du système.

Attention ! Le poids *est* la force de gravitation exprimée dans un cas particulier. Prendre en compte les deux forces en même temps revient à compter deux fois la même chose.

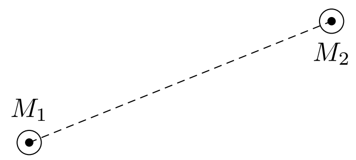
b) Force électromagnétique

- **Force de Coulomb entre deux particules chargées**

Deux particules chargées interagissent par la **force de Coulomb**

Espace 27

avec $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}\,\text{F} \cdot \text{m}^{-1}$ la permittivité diélectrique du vide.



La force de Coulomb est attractive si q_1 et q_2 sont de signes opposées, et elle est répulsive si elles sont de même signe.

> *Il est piégeux d'apprendre le signe par cœur : mieux vaut prévoir qualitativement le sens de la force, et mettre le signe à la main une fois le vecteur unitaire précisé.*

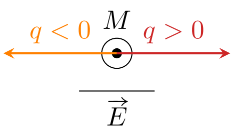
C'est à nouveau le principe des actions réciproques qui impose la direction selon $\overrightarrow{u}_{1\to2}$ car c'est une force à distance. De plus, on a évidemment

$$\overrightarrow{F}_{\text{Coulomb},2\to1} = -\overrightarrow{F}_{\text{Coulomb},1\to2}\,.$$

- **Force de Lorentz électrique**

Même si c'est pour vous un peu caché pour le moment, un ensemble de particules chargées produisent un champ électrique $\overrightarrow{E}$, que l'on peut connaître sans avoir besoin de préciser le détail de la répartition des charges.

$\rightsquigarrow$ forme fonctionnelle de la force de Coulomb sans avoir à sommer les forces crées par chaque charge.



Une particule de charge q placée dans un champ électrique $\overrightarrow{E}$ subit la **force de Lorentz électrique**

$$\overrightarrow{F} = q\overrightarrow{E}\,.$$

III - Principe fondamental de la dynamique

Espace 28

- Comme la vitesse, la quantité de mouvement dépend du référentiel.
- La masse intervient : même s'il se déplace moins vite, un navire porte-conteneurs a une quantité de mouvement plus élevée qu'une vedette rapide.
- La quantité de mouvement est parfois appelée **impulsion**, et se traduit en anglais par « momentum ».

Principe fondamental de la dynamique ou **seconde loi de Newton** :

Les variations de quantité de mouvement d'un point matériel M sont reliées aux forces qu'il subit.

Espace 29

- Le PFD est le « principe fondamental » car il permet de déterminer tous les mouvements : partant de ce principe, on peut retrouver toutes les autres lois de la dynamique. Nous l'utiliserons en particulier pour démontrer le théorème de l'énergie cinétique, que vous connaissez déjà, mais aussi les théorèmes de la résultante cinétique et du moment cinétique que vous utilise(re)z en SI. Toutefois, attention à ne pas lui en faire dire trop : ce n'est pas le principe fondamental de la mécanique, qui n'existe pas. Les postulats du principe d'inertie et du principe des actions réciproques sont nécessaires pour que la théorie soit complète.
- Il est essentiel que le référentiel $\mathcal{R}$ soit galiléen : si ce n'est pas le cas, la relation de la dynamique ne s'applique pas directement, même s'il est possible de la réécrire en la modifiant.
- Le PFD est parfois appelé **loi de la quantité de mouvement** (terme du programme).
- Écriture usuelle : comme la masse d'un solide ne varie pas,

Espace 30

- La somme des forces est parfois appelée force totale ou **résultante** des forces
  - → si le système ne subit aucune force, alors il est dit **isolé**, ce qui est un cas limite théorique ;
  - → si la résultante des forces est nulle, alors le système est dit **pseudo-isolé**.

Exercice C1 : Système isolé

Montrer que la quantité de mouvement d'un système isolé est constante. Retrouver la caractérisation du mouvement d'un système isolé en référentiel galiléen.