



BLAISE PASCAL
PT 2022-2023

Révisions R8

Induction dans un circuit filiforme

Ressources en ligne

Scanner ou cliquer sur les QR-code pour accéder aux ressources.



Cartes mémo, réalisées par C. Cayssiols.



Vidéos, réalisées par JJ. Fleck.

Les vidéos « l'essentiel » et « démonstrations principales » sont très adaptées à des révisions.



QCM d'applications.

Choisir d'abord le mode « j'apprends » puis éventuellement le mode « je révise ».

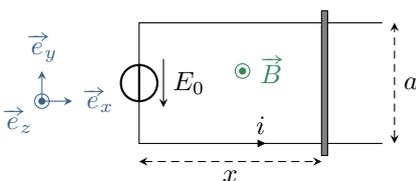
Les deux dernières ressources correspondent au programme de PCSI, un peu plus vaste que celui de PTSI : me demander en cas de doute sur ce que vous devez savoir ou pas.

Rappels de cours

Application 1 : Rails de Laplace utilisés comme moteur



- ▷ Équations électrique et mécanique ;
- ▷ Bilan de puissance.



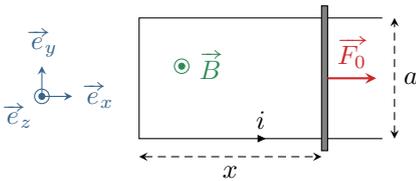
Considérons un système de rails de Laplace séparés d'une distance a et soumis à un champ magnétique extérieur $\vec{B} = B \vec{e}_z$. L'ensemble possède une résistance électrique r . Ce système est utilisé en fonctionnement moteur : un générateur impose une tension E_0 , ce qui met en mouvement la tige initialement immobile. Il réalise donc une conversion d'énergie électrique en énergie mécanique.

- 1 - Exprimer la force de Laplace subie par la tige mobile. En déduire l'équation mécanique.
- 2 - Déterminer la force électromotrice induite. En déduire l'équation électrique.
- 3 - Établir et résoudre l'équation différentielle vérifiée par la vitesse v_x de la tige.
- 4 - Établir et résoudre l'équation différentielle vérifiée par l'intensité i .
- 5 - Comparer la puissance mécanique fournie par la force de Laplace et la puissance électrique fournie par le générateur induit. Interpréter physiquement leur signe respectif.
- 6 - Procéder au bilan de puissance et l'interpréter.

Application 2 : Rails de Laplace utilisés comme générateur



- ▷ Équations électrique et mécanique ;
 ▷ Bilan de puissance.



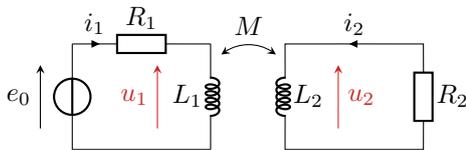
Considérons les mêmes rails de Laplace que dans l'exercice précédent. Le système est maintenant utilisé en fonctionnement générateur : il n'y a plus de générateur E_0 , mais un opérateur extérieur tracte la tige (initialement immobile) avec une force constante \vec{F}_0 , ce qui génère un courant induit dans le système. Il réalise donc une conversion d'énergie mécanique en énergie électrique.

- 1 - Déterminer sans calcul le signe du courant induit.
- 2 - Exprimer la force de Laplace subie par la tige mobile. En déduire l'équation mécanique.
- 3 - Déterminer la force électromotrice induite. En déduire l'équation électrique.
- 4 - Établir et résoudre l'équation différentielle vérifiée par le courant i dans le système.
- 5 - Comparer la puissance mécanique fournie par la force de Laplace et la puissance électrique fournie par le générateur induit.
- 6 - Procéder au bilan de puissance et l'interpréter.

Application 3 : Couplage inductif



- ▷ Induction mutuelle ;
 ▷ Approche temporelle et fréquentielle ;
 ▷ Bilan de puissance.



Considérons le montage ci-contre, dans lequel deux circuits RL sont couplés par inductance mutuelle.

- 1 - Rappeler la définition des coefficients L_1 , L_2 et M et leur origine physique.
- 2 - Exprimer les tensions u_1 et u_2 en fonction des intensités i_1 et i_2 . En déduire le système d'équations différentielles couplées vérifié par les courants i_1 et i_2 .
- 3 - On se place en régime harmonique. Établir l'expression de l'impédance complexe apparente de la bobine L_1 en présence du circuit ②.
- 4 - Établir le bilan de puissance du circuit en régime quelconque et interpréter chacun des termes.

Questions de cours

Seuls les étudiants du groupe de TD PT* seront interrogés en colle sur les questions marquées d'une étoile, car elles sont plus techniques et/ou moins essentielles ... mais tous les étudiants sont bien sûr invités à les travailler !

R7.1 - Établir les équations mécanique et électrique des rails de Laplace utilisés comme un moteur, c'est-à-dire fermés sur un générateur extérieur de fém E_0 . On tiendra compte de la résistance r des rails.

R7.2 - Établir les équations mécanique et électrique des rails de Laplace utilisés comme un générateur, c'est-à-dire dont la tige mobile est tractée par une force constante \vec{F}_0 . On tiendra compte de la résistance r des rails.

R7.3 - Procéder au bilan de puissance sur l'un des deux exemples précédents et l'interpréter. Les équations électrique et mécanique seront données par l'interrogateur.

(★) **R7.4** - Définir le moment magnétique d'une spire plane et rappeler (sans démonstration) l'expression du couple de Laplace qu'elle subit lorsqu'elle est placée dans un champ magnétique uniforme. Un schéma est indispensable pour définir correctement les orientations.

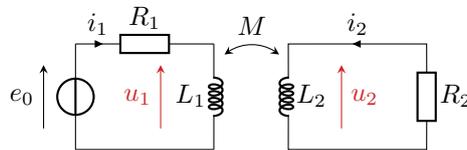
Une spire parcourue par un courant i est orientée par la règle de la main droite, ce qui définit le vecteur normal unitaire \vec{n} . En notant S la surface de la spire, son moment magnétique est défini par

$$\vec{m} = iS\vec{n}.$$

Quand elle est placée dans un champ uniforme \vec{B} , elle subit le couple de Laplace

$$\vec{\Gamma}_{Lapl} = \vec{m} \wedge \vec{B}.$$

R7.5 - Établir le système d'équations différentielles couplées vérifié par les courants i_1 et i_2 dans le montage ci-dessous. En déduire l'expression de l'impédance complexe apparente de la bobine L_1 .



Pour s'entraîner

- 💡 Difficulté d'analyse et compréhension, initiative requise ;
- ✂ Difficulté technique et calculatoire ;
- ⊗ Exercice important.



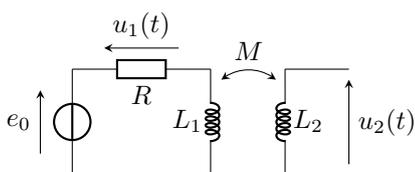
Flasher ce code pour accéder au corrigé

Ceinture		Proposition de parcours d'entraînement
	Ceinture blanche	Questions de cours + exercices 4 et 5
	Ceinture jaune	Questions de cours + exercices 4, et 5
	Ceinture rouge	Questions de cours (★) + exercices 4 à 7
	Ceinture noire	Questions de cours (★) + exercices 4 à 8

Exercice 4 : Mesure d'une inductance mutuelle

💡 1 | ✂ 1

- ▷ Inductance mutuelle ;
- ▷ Approche temporelle et fréquentielle.

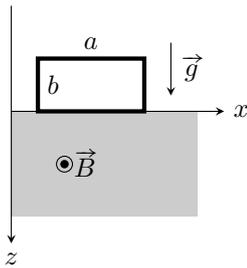


Le montage ci-contre permet de mesurer le coefficient d'inductance mutuelle entre deux bobines. Les deux bobines se font face comme sur la figure. La première bobine est montée en série avec une résistance $R = 100 \Omega$ et un générateur de tension e_0 harmonique de fréquence $f = 2,0 \text{ kHz}$. Les tensions u_1 et u_2 sont mesurées grâce à un oscilloscope supposé idéal, c'est-à-dire de résistance d'entrée infinie.

- 1 - Quelle est l'intensité circulant dans la bobine 2 ? D'après la loi de comportement habituelle de la bobine, que vaudrait alors la tension u_2 ? Pourquoi cette loi n'est elle pas applicable telle quelle ici ?
- 2 - Exprimer la tension u_2 en fonction de M et u_1 .
- 3 - Calculer M sachant que les tensions lues à l'oscilloscope ont des amplitudes $U_1 = 3,00 \text{ V}$ et $U_2 = 0,50 \text{ V}$.
- 4 - On fait tourner la bobine sur elle-même dans le plan de la paillasse. Indiquer sans calcul comment est modifiée la valeur de M lorsque l'angle de rotation vaut 180° ? 90° ? Même question si l'on aligne les axes des deux bobines.

Exercice 5 : Freinage par induction

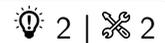
▷ Équations électrique et mécanique.



La plupart des manèges des parcs d'attraction utilisent des dispositifs de freinage inductif en plus du freinage par friction. On modélise dans cet exercice une attraction proposant aux passagers d'une cabine d'ascenseur de tomber en chute quasi-libre pendant quelques secondes avant d'être brutalement freinés. La première étape du freinage est magnétique.

Dans le châssis de la cabine d'ascenseur est placée un bobinage conducteur modélisé par une unique spire rectangulaire de côtés a et b , de masse m et de résistance R . Sa position est repérée par la cote z du bas de la spire. Dans le demi-espace $z > 0$ règne un champ magnétique \vec{B} uniforme et permanent. À l'instant $t = 0$, la cabine se trouve dans la situation représentée sur la figure ci-contre où $z = 0$, sa vitesse valant alors $\vec{v} = v_0 \vec{u}_z$. Pour simplifier, les frottements de l'air seront négligés dans tout l'exercice.

- 1 - Montrer que le mouvement ultérieur de la cabine reste une translation verticale selon l'axe (Oz) .
- 2 - Établir une équation différentielle portant sur la vitesse v de la cabine.
- 3 - Résoudre cette équation. Que se passe-t-il lorsque $z = b$?
- 4 - Justifier qu'un freinage magnétique ne peut pas suffire à arrêter la cabine d'ascenseur.

Exercice 6 : Haut-parleur

▷ Équations électrique et mécanique ;
 ▷ Conservation de la puissance ;
 ▷ Approche fréquentielle.

Un haut-parleur est composé d'un aimant permanent fixe, dont la géométrie permet de produire un champ magnétique radial de norme constante, $\vec{B} = B \vec{e}_r$, représenté par les flèches vertes en traits fins sur la figure 1.

Une membrane est reliée mécaniquement à cet aimant par une suspension appelée le « spider », modélisée par un ressort de longueur à vide ℓ_0 et de raideur k . Un châssis mobile cylindrique portant un bobinage de résistance R et de longueur totale ℓ_{bob} (ℓ_{bob} tient compte à la fois du rayon du bobinage et du nombre de spires bobinées) peut se déplacer dans l'entrefer de l'aimant. L'ensemble formé par la bobine, le châssis et la membrane est appelé « équipement mobile » du haut-parleur.

Un générateur extérieur impose une tension de commande u , et donc un courant i circule dans la bobine. La membrane est alors mise en mouvement sous l'effet des forces de Laplace, et crée une onde de pression : le son.

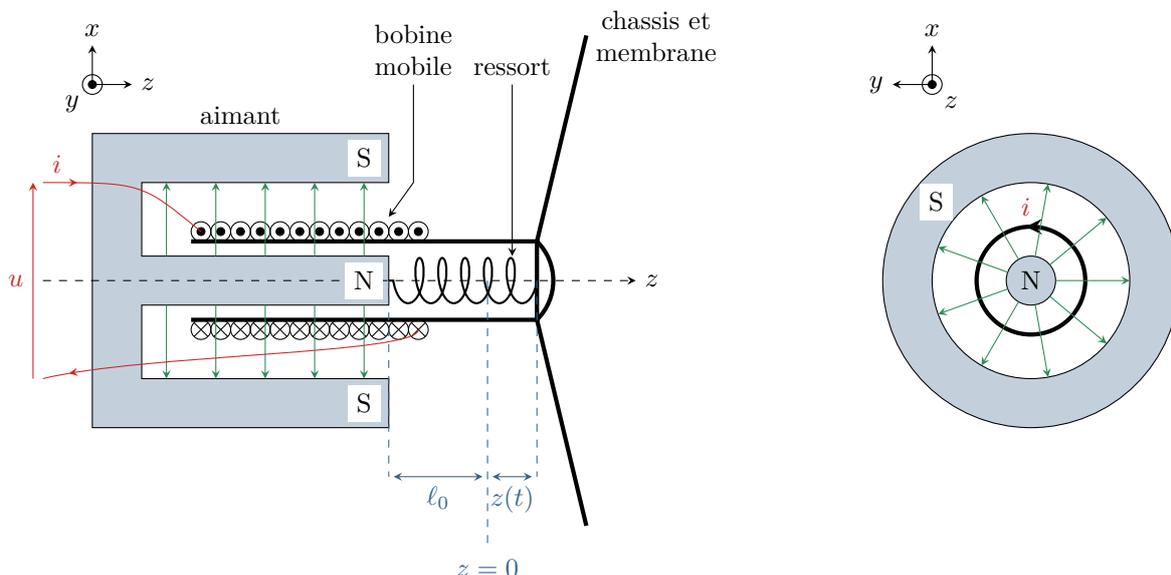


Figure 1 – Schéma de principe d'un haut-parleur électrodynamique. Vue en coupe et vue de face d'un haut-parleur simplifié.

1 - Montrer que la force de Laplace subie par un tronçon de spire bobinée de longueur infinitésimale $d\ell$ s'écrit

$$d\vec{F}_L = -i B d\ell \vec{e}_z.$$

En déduire la force de Laplace totale en fonction de ℓ_{bob} .

2 - Établir l'équation mécanique du système. On prendra en compte une force de frottements linéaire $\vec{F} = -\alpha \vec{v}$: que modélise-t-elle ?

3 - En exploitant la conservation de la puissance lors de la conversion électro-mécanique, établir l'expression de la fém induite par le champ extérieur.

4 - En déduire l'équation électrique du système.

5 - Exprimer l'impédance d'entrée du haut-parleur $\underline{Z} = \underline{U}/\underline{I}$. Montrer qu'elle s'interprète comme la mise en série d'une impédance électrique et d'une impédance mécanique à définir.

Exercice 7 : Moteur synchrone

💡 2 | ✂ 2



▷ Équations électrique et mécanique ;
▷ Moment cinétique.

Considérons un modèle simple de moteur synchrone. Le rotor, de moment magnétique \vec{m} , tourne avec la même vitesse angulaire ω constante que le champ magnétique \vec{B} qui l'entraîne. On néglige tout frottement interne au moteur. On s'intéresse à l'angle interne du moteur θ orienté de \vec{m} vers \vec{B} et au couple \vec{M} exercé par le champ sur le moment magnétique. On prendra $B = 0,2 \text{ T}$, $m = 8 \text{ A} \cdot \text{m}^2$ et une fréquence de rotation de 50 tours par seconde.

1 - Proposer un dispositif simple permettant de réaliser le champ magnétique tournant.

2 - Que vaut θ si le moteur fonctionne à vide ?

3 - Le moteur doit entraîner une charge mécanique qui exerce un couple résistant $\mathcal{M}_r = 0,65 \text{ N} \cdot \text{m}$. Calculer l'angle interne et la puissance mécanique fournie par le moteur. D'où provient cette puissance ?

4 - La vitesse de rotation dépend-elle de la charge ? Quel est le couple maximal que peut fournir ce moteur ?

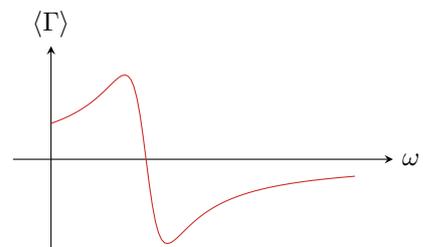
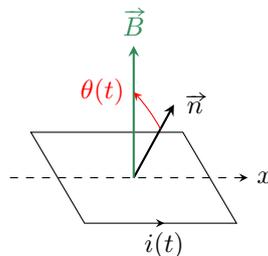
Exercice 8 : Moteur asynchrone

💡 3 | ✂ 3



▷ Équations électrique et mécanique ;
▷ Moment cinétique ;
▷ Approche fréquentielle.

Le bobinage du rotor d'une machine asynchrone peut être modélisé par une spire unique de résistance R , d'inductance L et de surface S tournant à vitesse angulaire constante ω autour d'un axe (Ox) . La normale \vec{n} à la spire est contenue dans le plan (Oyz) . Cette spire est plongée dans un champ \vec{B} généré par le stator, localement uniforme, contenu dans le plan (Oyz) , de norme constante, tournant à vitesse angulaire constante ω' autour de (Ox) . Ce dispositif est utilisé en moteur électrique : le champ magnétique entraîne le rotor.



1 - Expliquer qualitativement (sans équation!) pourquoi la spire tourne. Les deux vitesses ω et ω' peuvent-elles être identiques ?

2 - Pour simplifier, on suppose qu'à l'instant initial \vec{n} et \vec{B} sont colinéaires et de même sens selon \vec{e}_z . Exprimer l'angle θ en fonction de $\Omega = \omega' - \omega$. Que représente physiquement la vitesse de glissement Ω ?

3 - Établir l'équation différentielle régissant l'évolution du courant dans le rotor en fonction de Ω .

- 4** - On se place en régime permanent. Déterminer la pulsation du courant dans la bobine et résoudre l'équation différentielle obtenue précédemment à l'aide de la représentation complexe. Écrire la solution comme une somme de sinus et cosinus.
- 5** - En considérant le moment magnétique \vec{m} de la spire, calculer le couple auquel elle est soumise. En déduire le couple moyen $\langle \Gamma \rangle$ s'exerçant sur la bobine.
- 6** - L'allure de la courbe représentant $\langle \Gamma \rangle$ en fonction de ω est donnée ci-dessus. Le moteur peut-il démarrer seul ?
- 7** - Le moteur doit entraîner une charge mécanique exerçant un couple résistant Γ_r connu. Justifier graphiquement qu'un ou deux points de fonctionnement, c'est-à-dire une ou deux vitesses de rotation ω , sont possibles. En raisonnant en termes de stabilité par rapport à Γ_r , justifier qu'un de ces deux points de fonctionnement n'est pas utilisable en pratique. Lequel et pourquoi ?