Optique géométrique

Exercice 1 : Détecteur de pluie sur un pare-brise

inspiré oral CCP PSI | 2 | 2

▷ *Lois de Snell-Descartes ;*
▷ *Réflexion totale.*

1 Un rayonnement infrarouge a l'avantage d'être invisible. Utiliser une longueur d'onde visible ferait un peu trop tuning ... et surtout risquerait de gêner la conduite, notamment des autres véhicules.

2 La somme des angles (non orientés) dans le triangle HIJ de la figure 1 est donnée par

$$\alpha+\beta+\frac{\pi}{2}=\pi \qquad \text{soit} \qquad \alpha+\left(\frac{\pi}{2}-\theta_0\right)+\frac{\pi}{2}=\pi \qquad \text{et} \qquad \alpha+\pi-\theta_0=\pi \qquad \text{d'où} \qquad \boxed{\theta_0=\alpha}$$

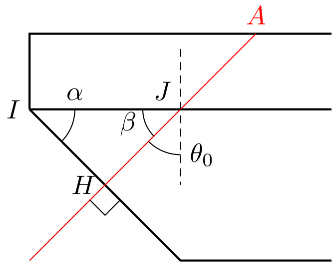

Figure 1 – **Détermination de l'angle d'incidence à l'interface plexiglas verre.**

> *Pour retrouver (ou se convaincre) que $\beta=\pi/2-\theta_0$ on peut tester les cas limites $\theta_0=0$ et $\theta_0=\pi/2$.*

3 D'après la seconde loi de Descartes concernant la réfraction,

$$n_\mathrm{p}\sin\theta_0=n_\mathrm{v}\sin\theta_1 \qquad \text{d'où} \qquad \boxed{\theta_1=\arcsin\left[\frac{n_\mathrm{p}}{n_\mathrm{v}}\sin\theta_0\right]=47{,}8°\,.}$$

> *Pour tester la vraisemblance du résultat, on vérifie que $\theta_1<\theta_0$ en accord avec le fait que le verre est un peu plus réfringent que le plexiglas.*

On constate que la différence entre les deux angles est très faible : comme les indices sont très proches, il n'y a quasiment pas de réfraction.

4 Le verre étant plus réfringent que l'air ($n_\mathrm{v}>n_\mathrm{a}$), il peut y avoir réflexion totale à l'interface verre → air. L'angle d'incidence limite θ_lim au delà duquel la réflexion totale a lieu est tel que

$$\theta_\mathrm{lim}=\arcsin\frac{n_\mathrm{a}}{n_\mathrm{v}}=40{,}2°\,.$$

Or l'angle d'incidence du rayon dans le verre en A est égal à $\theta_0>\theta_\mathrm{lim}$. De plus , l'application successive de la loi de la réflexion en A puis en B (on néglige la réfraction à l'interface verre–plexiglas) indique que l'angle d'incidence en C est également θ_0. Le résultat se généralise donc : **il y a réflexion totale à toutes les interfaces verre → air.**

5 En présence de pluie, l'interface extérieure du pare-brise n'est plus verre → air mais verre → eau. Dans ce cas, l'angle limite donnant lieu à une réflexion totale vaut

$$\theta'_\mathrm{lim}=\arcsin\frac{n_\mathrm{e}}{n_\mathrm{v}}=59{,}1°\,.$$

Cette fois, $\theta_0 < \theta'_{\text{lim}}$, **un rayon est donc transmis vers l'extérieur du pare-brise lorsqu'il est mouillé.**

6 On a raisonné jusqu'ici sur un seul rayon lumineux. En pratique, d'une part la DEL émet un pinceau lumineux, d'autre part celui-ci se réflechit plusieurs fois sur la face extérieure du pare-brise. Cela permet de tester la présence d'eau sur une surface plus étendue du pare-brise. Plus l'intensité reçue par le photocapteur est faible, plus il y a de « fuites » de lumière à cause de l'eau, et plus les essuies-glace doivent balayer rapidement.

> *Ne pas oublier que le rayon réfléchi existe toujours, même lorsqu'il y a réfraction. Le capteur reçoit donc toujours une intensité lumineuse non nulle.*

Exercice 2 : Microscope optique — écrit PT A 2017 | 2 | 2

- *Instrument d'optique ;*
- *Relations de conjugaison ;*
- *Construction de rayons.*

1 Les rayons doivent être **proches de l'axe optique** et **peu inclinés** par rapport à l'axe optique.

2
$$\overline{O_1O_2} = \overline{O_1F'_1} + \overline{F'_1F_2} + \overline{F_2O2}$$
soit
$$\overline{F'_1F_2} = \overline{O_1O_2} - \overline{O_1F'_1} - \overline{F_2O2}$$
d'où
$$\boxed{\Delta = D_0 - f'_1 - f'_2 = 100\,\text{mm}\,.}$$

3 L'image intermédiaire est sur F_2, donc $\overline{O_1A'} = \overline{O_1F_2} = f'_1 + \Delta$ et $\overline{O_1A} = -d$. D'après la relation de conjugaison
$$\frac{1}{f'_1+\Delta} + \frac{1}{d} = \frac{1}{f'_1} \qquad \text{d'où} \qquad \frac{1}{d} = \frac{1}{f'_1} - \frac{1}{f'_1+\Delta} = \frac{\Delta}{f'_1(f'_1+\Delta)}$$
et finalement
$$\boxed{d = \frac{f'_1(f'_1+\Delta)}{\Delta} = 5{,}25\,\text{mm}\,.}$$

4 D'après la relation de grandissement,
$$\gamma_1 = \frac{f'_1+\Delta}{-d} = -\frac{(f'_1+\Delta)\times\Delta}{f'_1(f'_1+\Delta)} \qquad \text{soit} \qquad \boxed{\gamma_1 = -\frac{\Delta}{f'_1} = -20\,.}$$

5 Si l'image intermédiaire se forme dans le plan focal objet de l'oculaire, alors l'image finale se forme à l'infini. Cela permet à un œil de l'**observer sans accomoder**, donc sans fatigue visuelle.

6 Voir figure 2. L'image finale est notée $A_\text{s}B_\text{s}$.

7 Notons $h = AB$ la hauteur de l'objet. En raisonnant sur la figure 3 dans l'approximation des petits angles, on constate que
$$\alpha \simeq \tan\alpha = \frac{h}{D}\,.$$
En raisonnant cette fois sur la figure 2, on constate que
$$\alpha' \simeq \tan\alpha' = \frac{\left|\overline{A'B'}\right|}{f'_2} = \frac{\left|\gamma_1\,\overline{AB}\right|}{f'_2} = \frac{|\gamma_1|\,h}{f'_2}\,.$$
En combinant ces deux expressions,
$$G = \frac{|\gamma_1|\,h}{f'_2} \times \frac{D}{h} \qquad \text{d'où} \qquad \boxed{G = -\frac{\gamma_1\,D}{f'_2} = 333\,.}$$

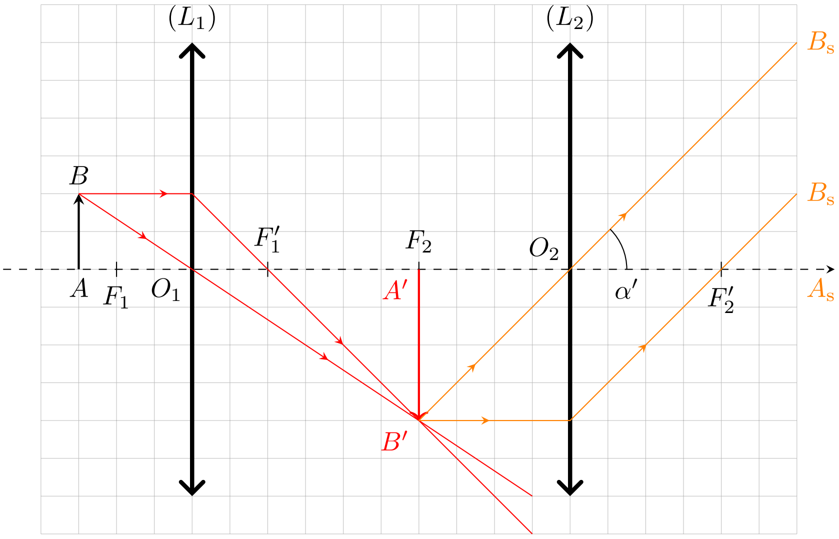

Figure 2 – Schéma du microscope.

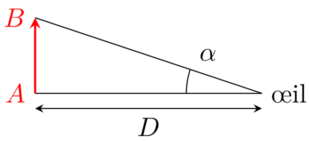

Figure 3 – Définition de l'angle α.

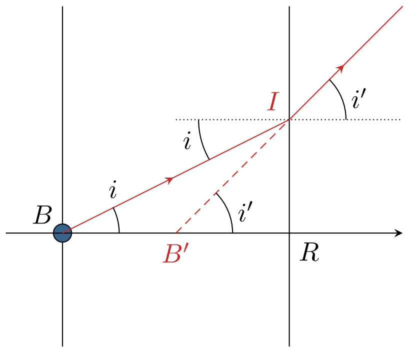

Figure 4 – Observation au travers de la lame de verre.

$\boxed{8}$ Lorsqu'il observe la pastille bleue B au travers de la lunette, l'observateur observe en fait son image B' au travers de la lame, voir figure 4. La distance ε dont il déplace la lunette est donc en fait égale à $B'R$. Exprimons donc $B'R$ en fonction de BR. Notons I le point d'émergence de la lame.

Par de la trigonométrie,

$$i \simeq \tan i = \frac{IR}{BR} = \frac{IR}{e} \qquad \text{et} \qquad i' \simeq \tan i' = \frac{IR}{B'R} = \frac{IR}{\varepsilon}$$

d'où on déduit

$$IR = ei = \varepsilon i'$$

Or d'après la seconde loi de la réfraction,

$$n \sin i = 1 \times \sin i' \qquad \text{soit} \qquad ni = i' .$$

En combiant ces relations, on en déduit

$$ei = \varepsilon n i \qquad \text{d'où} \qquad \boxed{e = n\varepsilon = 630\,\mu\text{m}\,.}$$

Exercice 3 : Tripleur de focale de Barlow — oral banque PT | 2 | 2

- *Instrument d'optique ;*
- *Relations de conjugaison ;*
- *Construction de rayons.*

1 La distance minimale entre la Terre et Jupiter est $D_{\text{min}} = R_{\text{J}} - R_{\text{T}} = 6{,}3 \cdot 10^8$ km. En utilisant directement l'approximation des petits angles,

$$\boxed{\alpha_0 = \frac{D_{\text{J}}}{D_{\text{min}}} = 2{,}2 \cdot 10^{-4}\,\text{rad} = 1{,}3 \cdot 10^{-2\circ}\,.}$$

2 Jupiter étant située à l'infini, son image par L_1 se forme dans le plan focal image. C'est donc là qu'il faut placer le capteur, à une distance $D_{\text{c}} = f'_1 = 2550\,\text{mm}$ de L_1. Comme Jupiter est vue sous un angle α_0 alors les rayons les plus extrêmes arrivent sur la lentille en formant un angle $\alpha_0/2$ avec l'axe optique. Ainsi, l'image de Jupiter a pour rayon

$$\boxed{r = f'_1 \tan\frac{\alpha_0}{2} = \frac{D_{\text{J}} f'_1}{2D_{\text{min}}} = 0{,}28\,\text{mm}\,.}$$

3 Voir figure 5. Se lancer à main levée n'est pas évident pour que les rayons convergent bien sur le capteur ... il faut donc *commencer* par tracer les rayons, *puis ensuite* placer le capteur sur la figure à l'endroit où se forme l'image.

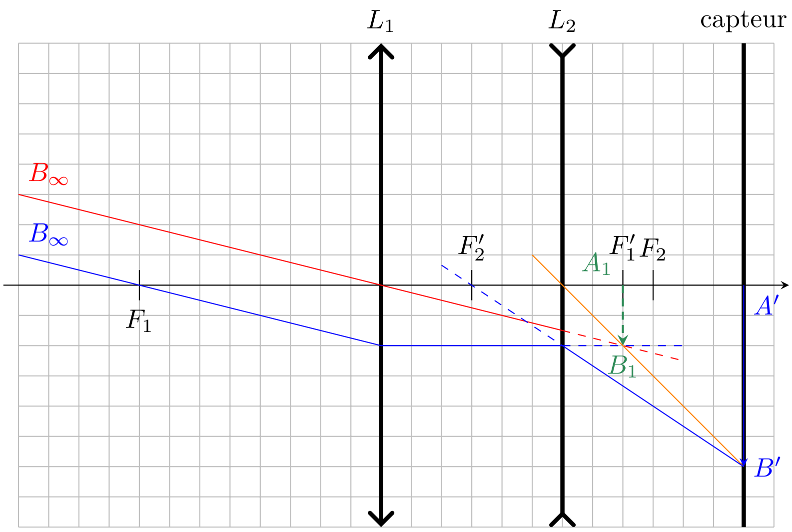

Figure 5 – Marche des rayons dans l'instrument.

4 L'objet pour L_2 est l'image de Jupiter par L_1. On sait qu'elle se trouve dans le plan focal image de L_1. Ainsi, en notant O_{c} le centre du capteur où se trouve l'image finale, la relation de grandissement donne

$$\frac{\overline{O_2O_{\text{c}}}}{\overline{O_2F'_1}} = 3 \qquad \text{donc} \qquad \overline{O_2F'_1} = \frac{1}{3}\overline{O_2O_{\text{c}}} \qquad \text{soit} \qquad \overline{O_2O_1} + \overline{O_1F'_1} = \frac{1}{3}\overline{O_2O_{\text{c}}}$$

Remplaçons les distances algébriques par les paramètres géométriques de la lunette, avec D_{12} la distance entre les centres optiques des deux lentilles,

$$-D_{12} + f'_1 = \frac{d}{3} \qquad \text{d'où} \qquad \boxed{D_{12} = f'_1 - \frac{d}{3} = 2483\,\text{mm}\,.}$$

La relation conjugaison de Descartes appliquée à L_2 donne ensuite

$$\frac{1}{\overline{O_2O_{\text{c}}}} - \frac{1}{\overline{O_2F'_1}} = \frac{1}{f'_2} \qquad \text{soit} \qquad \frac{1}{\overline{O_2O_{\text{c}}}} - \frac{3}{\overline{O_2O_{\text{c}}}} = \frac{1}{f'_2}$$

d'où

$$\boxed{f'_2 = -\frac{d}{2} = -100\,\text{mm}\,.}$$

La lentille est divergente, il est donc normal de trouver $f_3' < 0$.

5 Comme démontré précédemment, la taille de l'image sur le capteur sans oculaire est directement proportionnelle à la distance focale image de l'objectif L_1. L'oculaire de Barlow permet d'obtenir une image trois fois plus grande sur le capteur, ce qui nécessiterait de tripler la focale de la lentille objectif si on voulait l'utiliser seule. L'intérêt de l'oculaire est bien sûr un encombrement bien moindre.