BLAISE PASCAL
PT 2022-2023

TP 8 – Séquence 3 : Mécanique des fluides

Viscosimètre à chute de billes

Techniques et méthodes

- ▷ Estimation d'incertitude par méthode statistique ;
- ▷ Mesure à l'aide d'un instrument à vis micrométrique ;
- ▷ Validation expérimentales d'hypothèses de modélisation.

Matériel sur le bureau :

- ▷ Palmer à vis micrométrique.

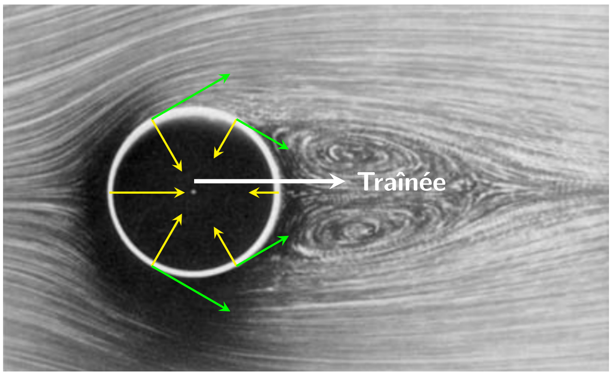
Matériel sur votre paillasse :

- ▷ Une éprouvette remplie de glycérol ;
- ▷ Petites billes d'acier (au moins 10 à 12) ;
- ▷ Un chronomètre ;
- ▷ Deux élastiques ;
- ▷ PC avec Spyder.

L'objectif de ce TP est de mesurer la viscosité du glycérol et d'estimer quantitativement l'incertitude associée à la mesure réalisée. Nous utiliserons pour cela un viscosimètre artisanal : une simple éprouvette remplie du liquide à étudier dans laquelle nous mesurerons le temps de chute de petites billes d'acier.

Données pour l'ensemble du TP :
- ▷ Masse volumique de l'acier : $\rho_0 = 7{,}83 \cdot 10^3\,\mathrm{kg \cdot m^{-3}}$;
- ▷ Masse volumique du glycérol : $\rho = 1{,}26 \cdot 10^3\,\mathrm{kg \cdot m^{-3}}$.

Document 1 : Force de traînée



La force de traînée exercée par un fluide sur un solide en mouvement est, par définition, la composante de la force totale parallèle au vecteur vitesse. Il s'agit de la résultante des forces de viscosité (forces tangentielles) et des forces de pression dynamique (forces normales) subies par le solide, projetée dans la direction du mouvement, comme schématisé ci-contre. Dans le cas général, la force de traînée s'exprime sous la forme

$$\vec{F} = -\frac{1}{2}\,\rho\,S\,C_x\,v\,\vec{v}\,.$$

Cette expression fait intervenir :
- ▷ ρ la masse volumique du fluide ;
- ▷ S la surface projetée de l'objet sur la direction du déplacement : dans le cas d'une sphère, il s'agit d'un cercle ;
- ▷ $\vec{v}$ le vecteur vitesse (attention, ce n'est pas un vecteur unitaire) et $v = ||\vec{v}||$ sa norme ;
- ▷ C_x le coefficient de traînée.

Le coefficient de traînée dépend principalement de la forme de l'objet en mouvement (plus il est profilé, plus le C_x est faible) et du nombre de Reynolds de l'écoulement autour de l'objet. Comme il s'agit d'un écoulement externe et non d'un écoulement interne au sein d'une conduite, le diamètre à considérer pour calculer le nombre de Reynolds est celui de l'objet. Il existe des abaques pour les formes de solides les plus simples, donnant le coefficient de traînée en fonction du nombre de Reynolds : la figure 1 en est un exemple pour la sphère. Pour tous les autres systèmes sa détermination ne peut qu'être expérimentale ou issue de simulations numériques : en automobile ou aéronautique, déterminer le C_x est souvent un des objectifs des essais en soufflerie.

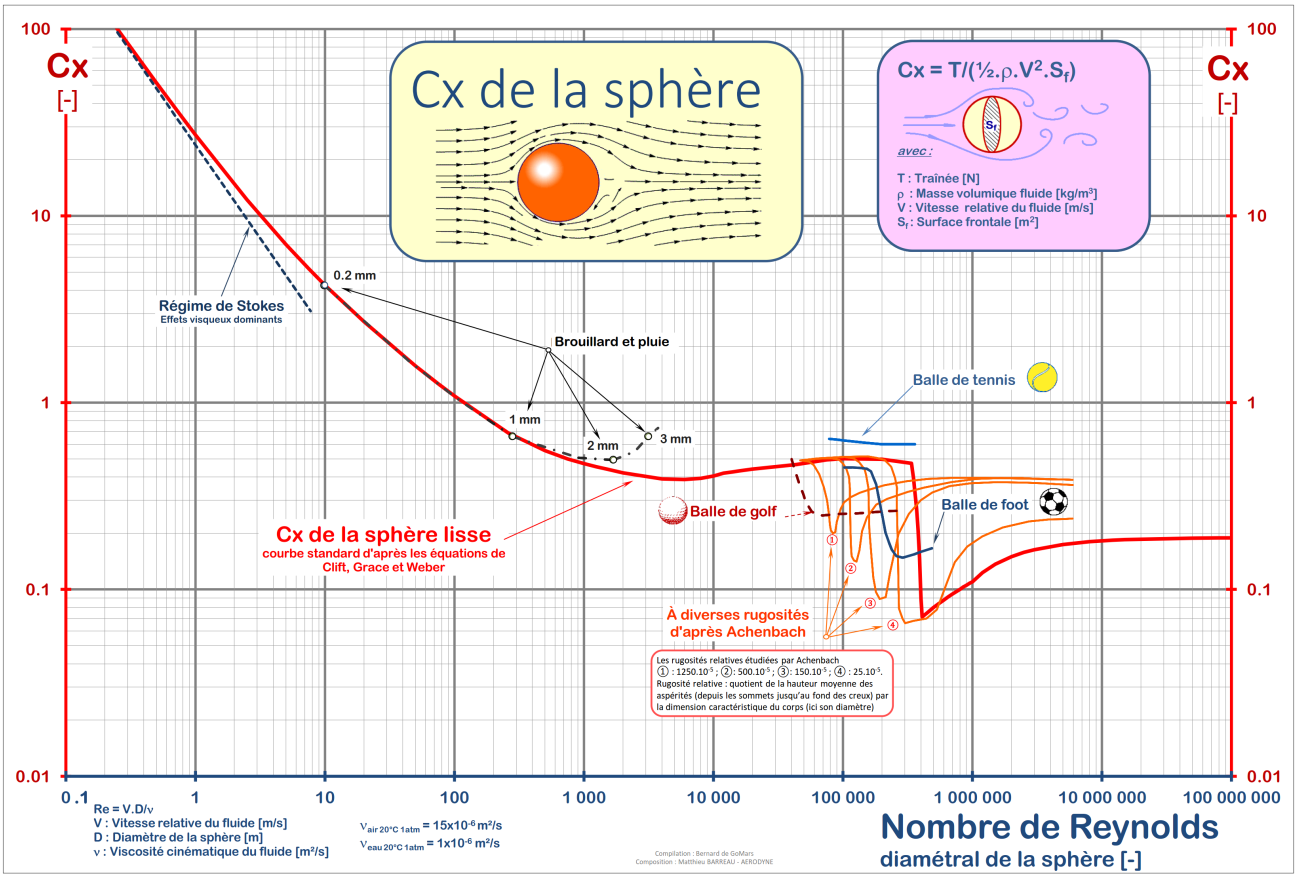


Figure 1 – Coefficient de traînée d'une sphère. Dans la limite des faibles nombres de Reynolds (régime de Stokes), le coefficient de traînée est inversement proportionnel au nombre de Reynolds : $C_x = 24/\,\mathrm{Re}$. Pour des nombres de Reynolds intermédiaires, il devient quasi-constant avant de chuter brutalement pour $\mathrm{Re} \sim 10^5$, dépendant des rugosités de la sphère : ce phénomène, appelé crise de traînée, est exploité dans tous les sports de balle car il est permet d'augmenter la portée des tirs.

Procéder à une première mesure simple et rapide pour estimer un ordre de grandeur du nombre de Reynolds mis en jeu dans le viscosimètre utilisé. Les billes utilisées ont un diamètre $d \sim 3\,\mathrm{mm}$ (à mesurer au cours du TP), et la viscosité du glycérol est de l'ordre de $1\,\mathrm{Pa \cdot s}$.

I - Étude théorique

✎ Montrer que la force de traînée prend alors une forme simple, appelée **force de Stokes** :

$$\vec{F} = -3\pi\eta\, d\, \vec{v} \qquad \text{avec } d \text{ le diamètre de la bille.}$$

✎ Établir l'équation différentielle vérifiée par la norme v de la vitesse de la bille.

✎ En déduire que cette vitesse tend vers une valeur limite

$$v_\infty = \frac{1}{18}\,\frac{(\rho_0 - \rho)\, g\, d^2}{\eta}$$

avec ρ_0 la masse volumique de la bille et ρ celle du glycérol.

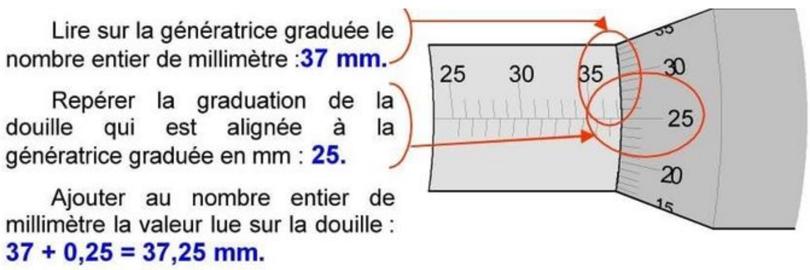
✎ En déduire une méthode de mesure de la viscosité du fluide, les caractéristiques de la bille étant connues.

II - Réalisation expérimentale

✎ Mesurer le diamètre d de la bille à l'aide du Palmer micrométrique.

$$d =$$

Document 2 : Lecture du vernier micrométrique d'un Palmer



Estimer en ordre de grandeur la distance dont chute la bille avant d'atteindre sa vitesse limite.

Placer un premier repère (élastique) sur l'éprouvette en conséquence. Le second repère sera placé à cinq à dix centimètres du fond de l'éprouvette, pour des raisons qui seront discutées en fin de TP.

Réaliser au moins dix mesures du temps de chute Δt entre les deux repères, et les entrer sous forme d'un tableau (array) `numpy`.

✎ Comment utiliser toutes les mesures réalisées pour estimer au mieux le temps de chute et son incertitude ?

Valeurs numériques :

$\Delta t =$ $\quad$ $u(\Delta t) =$ $\quad$ $\dfrac{u(\Delta t)}{\Delta t} =$

III - Exploitation des résultats

Document 3 : Forces de Stokes dans un milieu limité

L'expression usuelle la force de Stokes n'est en toute rigueur valable que dans un fluide « infini ». Dès que le fluide est limité par les parois latérales ou la base d'un récipient, celles-ci modifient l'écoulement par rapport à la situation où la bille serait seule. De façon plus mathématique, cela se traduit par des conditions aux limites supplémentaires. Ces effets entraînent les corrections suivantes, qui peuvent être calculées indépendamment les unes des autres par des développements perturbatifs :

- effet des parois latérales : une bille de diamètre d évoluant dans un cylindre de diamètre D subit la force (toutes les autres corrections étant négligées) :

$$\vec{F} = -3\pi\eta\, d \left(1 + 2{,}104 \frac{d}{D} - 2{,}089 \left(\frac{d}{D}\right)^3 + \mathcal{O}(d^5/D^5)\right) \vec{v}\,.$$

- effet du fond : une bille de diamètre d évoluant à une altitude z du fond du récipient subit la force (toutes les autres corrections étant négligées) :

$$\vec{F} = -3\pi\eta d \left(1 + \frac{d}{2z}\right) \vec{v}\,.$$

Parmi les corrections discutées dans le document, lesquelles doivent être prises en compte pour exploiter l'expérience réalisée et lesquelles s'avèrent négligeables ?

✎ Conclure :

$\eta =$ $\quad$ $u(\eta) =$