

Ondes Illustrations.

Étienne Thibierge¹

Janvier 2015

I – Propagation libre et non-dispersive

4. Paquets d'ondes

Le paquet d'ondes tracé a pour expression

$$\xi(x, t) = \frac{1}{\sigma(t)} \exp \left[-\frac{(x - v_g t)^2}{2 \sigma(t)^2} \right] \cos \left[\frac{2\pi}{\lambda_0} (x - v_\varphi t) \right],$$

avec ici $\sigma(t) = \sigma_0 \stackrel{\text{déf.}}{=} 1$ (définition de l'unité de longueur); $v_g \stackrel{\text{déf.}}{=} 1$ (définition de l'unité de temps) et $\lambda_0/\sigma_0 = 0,5$.

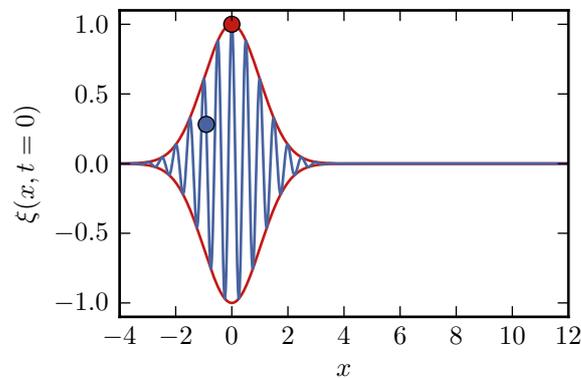


Fig. 1 – Structure d'un paquet d'ondes unidimensionnel. Un paquet d'ondes, en bleu, se compose d'une enveloppe, en rouge, modulée par une porteuse. Le point bleu est lié à la porteuse, alors que le point rouge est lié à l'enveloppe.

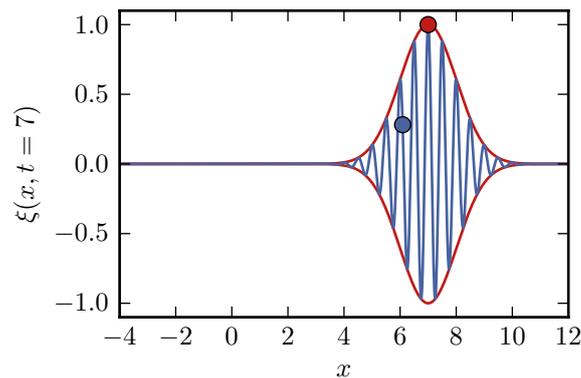


Fig. 2 – Propagation d'un paquet d'onde solution de l'équation de d'Alembert. Ici, la vitesse de phase et la vitesse de groupe sont égales : le point bleu, lié à la porteuse, se déplace à la même vitesse que le point rouge, lié à l'enveloppe.

II – Propagation dans un milieu dispersif ; atténuation

3. Propagation d'un paquet d'ondes en présence de dispersion

Pour illustrer le glissement de phase, choisissons

$$\frac{v_\varphi}{v_g} = 1,3.$$

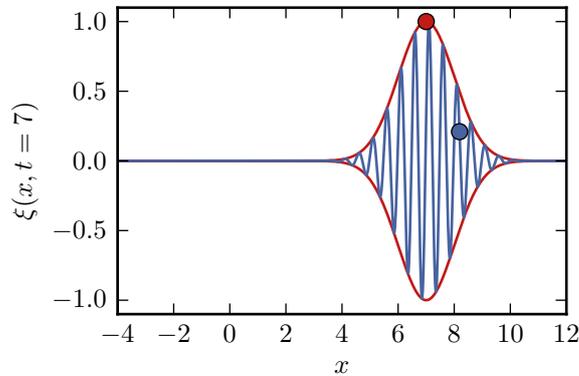


Fig. 3 – Propagation d'un paquet d'onde en présence de dispersion au premier ordre. Ici, la vitesse de phase et la vitesse de groupe diffèrent : le point bleu, se déplace plus vite que le point rouge. Il y a glissement de la phase de la porteuse dans l'enveloppe, mais sans déformation de celle-ci.

Enfin, illustrons l'étalement du paquet d'ondes en prenant

$$\frac{\sigma(t)^2}{\sigma_0^2} = 1 + \left(\frac{t}{\tau}\right)^2 \quad \text{avec} \quad \tau = 6.$$

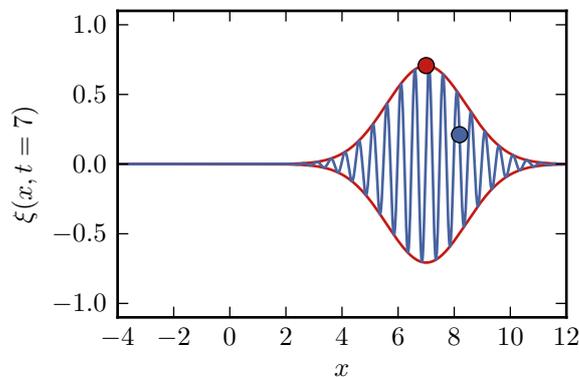


Fig. 4 – Propagation d'un paquet d'onde en présence de dispersion au second ordre. La vitesse de phase et la vitesse de groupe diffèrent toujours, il y a donc toujours glissement de la phase de la porteuse dans l'enveloppe : le point bleu se déplace toujours plus vite que le point rouge. De plus, le second ordre de dispersion entraîne un étalement de l'enveloppe.

III – Guidage

1. Phénoménologie

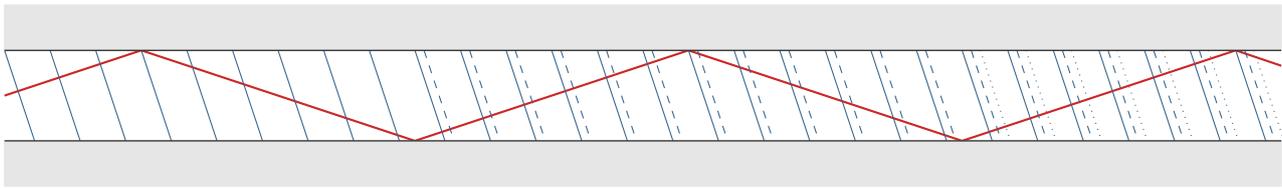


Fig. 5 – Interférences entre ondes réfléchies dans une fibre optique. Une onde plane est associée à chaque rayon lumineux, les plans d’onde étant orthogonaux à la direction du rayon. Les plans d’ondes de l’onde entrant dans la fibre sont représentés en traits plein, ceux de l’onde réfléchi deux fois en traits tiretés, ceux de l’onde réfléchi quatre fois en traits pointillés. Ils ne sont pas nécessairement confondus.

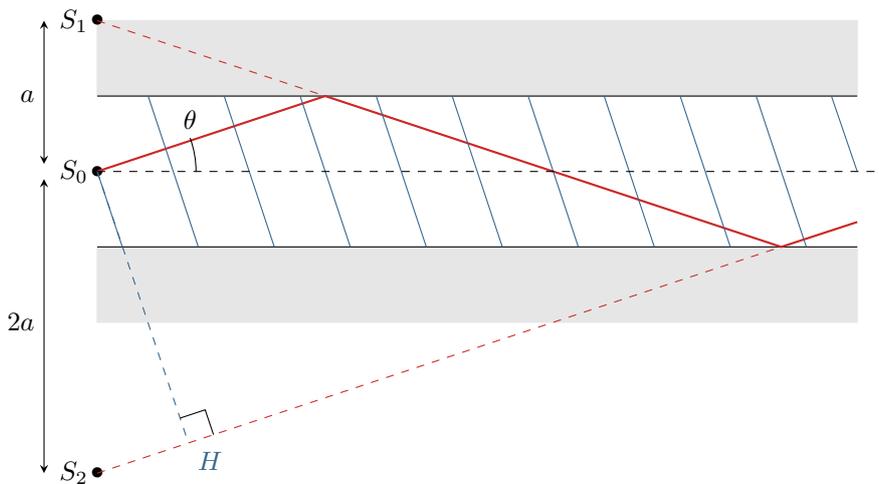


Fig. 6 – Calcul de la différence de marche entre deux ondes réfléchies successives. S_0 et H appartiennent au même plan d’onde, H étant le projeté orthogonal de S_0 sur le rayon réfléchi deux fois.

3. Guidage d’une onde acoustique dans un tuyau sonore

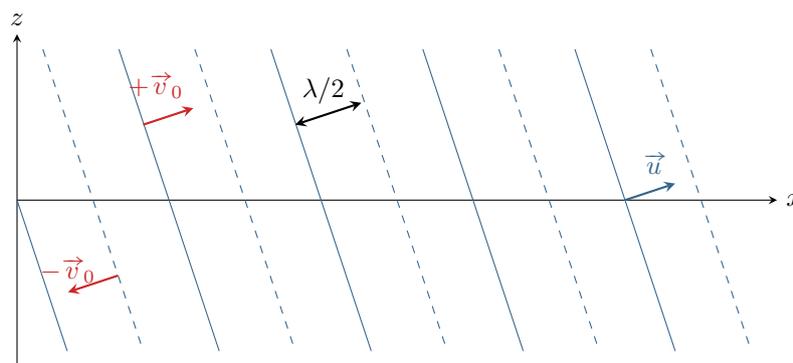


Fig. 7 – Onde acoustique plane progressive harmonique. On représente les plans d’ondes d’une OPPH acoustique pour lesquels la vitesse acoustique a la norme maximale. L’onde se propage dans la direction \vec{u} formant un angle θ avec l’axe \vec{e}_x .

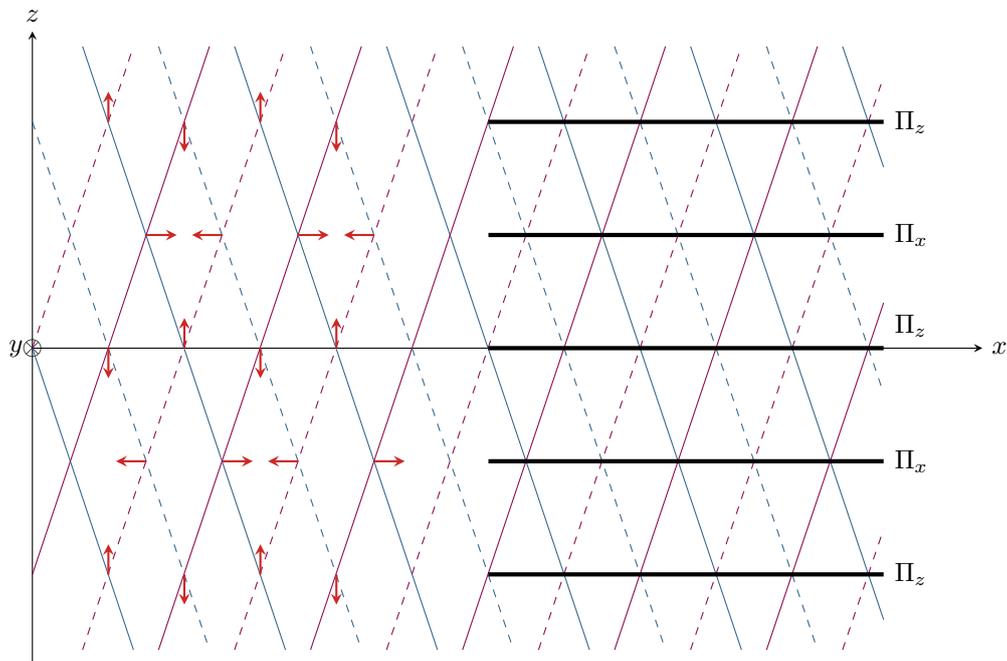


Fig. 8 – Superposition de deux ondes acoustiques planes progressives harmoniques. Les plans d’ondes de deux OPPH pour lesquels la vitesse acoustique a la norme maximale sont représentés en bleu et violet. On en déduit alors la direction du vecteur vitesse acoustique résultant de la superposition des deux ondes, voir figure 9, représenté en rouge. Des plans particuliers apparaissent, notés Π_x et Π_z , dans lesquels la vitesse acoustique résultante est respectivement portée par \vec{e}_x et \vec{e}_z . Les parois d’un guide peuvent être placées dans les plans Π_x puisque la direction du vecteur vitesse acoustique concorde avec celle imposée par les conditions aux limites aux parois.

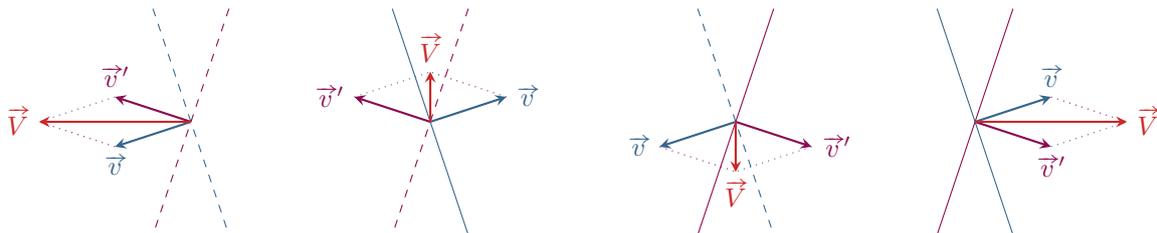


Fig. 9 – Obtention des vecteurs vitesse par superposition. Le vecteur vitesse acoustique total \vec{V} , en rouge, est la somme vectorielle des vecteurs vitesse acoustique de chacune des ondes \vec{v} et \vec{v}' , en bleu et violet.