Un exercice de physique appliquée aux enjeux climatiques et énergétiques

Équilibre chimique

Transport du méthane

Le méthane $CH_{4(g)}$ est acheminé sur plusieurs milliers de kilomètres via des gazoducs sous pression constante $P = 70\,\text{bar}$ et à température ambiante. Lors de cet acheminement, une partie du méthane se dissocie en carbone et dihydrogène selon la réaction

$$\mathrm{CH_{4(g)}} \;=\; \mathrm{C_{(s)}} + 2\,\mathrm{H_{2(g)}}\,.$$

La constante d'équilibre de la réaction vaut $K^\circ = 4 \cdot 10^{-9}$ à température ambiante.

On considère une quantité de matière n de méthane pur introduite dans un gazoduc le long duquel la pression est constamment maintenue égale à P. On suppose le gazoduc suffisamment long pour qu'à sa sortie le système ait cessé d'évoluer chimiquement et ait pu atteindre un état d'équilibre. On note ξ_f l'avancement de la transformation dans l'état final.

Données : masses molaires $M_\mathrm{C} = 12\,\mathrm{g \cdot mol^{-1}}$ et $M_\mathrm{H} = 1{,}0\,\mathrm{g \cdot mol^{-1}}$.

1 - Exprimer la quantité de matière totale de gaz $n_\mathrm{gaz,f}$ dans le mélange en fonction de n et ξ_f.

2 - On note $\alpha = \xi_\mathrm{f}/n$ le taux de dissociation du méthane. Montrer que les pressions partielles en méthane et dihydrogène sont données par

$$p_{\mathrm{CH_4}} = \frac{1-\alpha}{1+\alpha} P \qquad \text{et} \qquad p_{\mathrm{H_2}} = \frac{2\alpha}{1+\alpha} P$$

3 - Déterminer la valeur de α. Commenter le résultat.

4 - Déterminer la masse de carbone solide qui se dépose chaque fois qu'une tonne de méthane transite dans le gazoduc.

Étienne Thibierge, 15 novembre 2022, www.etienne-thibierge.fr

Éléments de correction

1 Bilan de matière dans l'état final :

$$n_{\mathrm{gaz,f}} = n_{\mathrm{CH_4,f}} + n_{\mathrm{H_2,f}} = (n - \xi_\mathrm{f}) + 2\xi_\mathrm{f} = n + \xi_\mathrm{f}$$

2 Bilan de matière et $n_{\mathrm{gaz,f}}$ déterminé à la question précédente :

$$p_{\mathrm{CH_4}} = \frac{n-\xi_\mathrm{f}}{n+\xi_\mathrm{f}} P = \frac{1-\alpha}{1+\alpha} P \qquad \text{et} \qquad p_{\mathrm{H_2}} = \frac{2\xi_\mathrm{f}}{n+\xi_\mathrm{f}} P = \frac{2\alpha}{1+\alpha} P$$

> *Autre méthode (plus longue) : passer par la loi des GP, mais attention, c'est la pression qui est constante et pas le volume, donc appliquer la loi des GP dans l'état initial ne donne rien d'intéressant car $V_i \neq V_\mathrm{f}$*

3 Compte tenu de la valeur de $K^\circ \ll 1$, on peut supposer la réaction très peu déplacée et approximer

$$p_{\mathrm{CH_4}} \simeq P \qquad \text{et} \qquad p_{\mathrm{H_2}} \simeq 2\alpha\, P$$

D'après la loi d'action des masses,

$$K^\circ = \frac{1 \times \left(\dfrac{p_{\mathrm{H_2}}}{p^\circ}\right)^2}{\dfrac{p_{\mathrm{CH_4}}}{p^\circ}} = \frac{4\alpha^2\, P}{p^\circ}$$

d'où on déduit

$$\alpha = \sqrt{\frac{K^\circ p^\circ}{4P}} = 2 \cdot 10^{-6}\,.$$

On récupère la quasi-totalité du méthane en sortie du gazoduc, ce qui est souhaitable du point de vue industriel.

4 D'après le bilan de matière,

$$2\xi_\mathrm{f} = n_{\mathrm{H_2}} = x_{\mathrm{H_2}}(n + \xi_\mathrm{f}) \simeq 2\alpha n$$

et

$$n_\mathrm{C} = \xi_\mathrm{f} = \alpha n$$

Une masse $m_{\mathrm{CH_4}} = 1 \cdot 10^6\,\mathrm{g}$ correspond à $n = \dfrac{m_{\mathrm{CH_4}}}{M_{\mathrm{CH_4}}} = 6{,}2 \cdot 10^4\,\mathrm{mol}$, et donne donc

$$n_\mathrm{C} = 0{,}12\,\mathrm{mol} \qquad \text{soit} \qquad m_\mathrm{C} = 1{,}4\,\mathrm{g}\,.$$