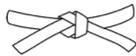


Thermodynamique des installations industrielles

-  Difficulté d'analyse et compréhension, initiative requise ;
-  Difficulté technique et calculatoire ;
-  Exercice important.



Flasher ce code pour accéder au corrigé

Ceinture		Proposition de parcours d'entraînement
	Ceinture blanche	Questions de cours + exercices 4, 5 et 8
	Ceinture jaune	Questions de cours + exercices 1, 3, 4, 5, 8 et 9
	Ceinture rouge	Questions de cours (★) + exercices 1, 2, 3, 5, 6, 8, 9 et 10
	Ceinture noire	Questions de cours (★) + exercices 2, 3 et 5 à 11

Questions et applications de cours

Seuls les étudiants du groupe PT* seront interrogés en colle sur les questions marquées d'une étoile, car elles sont plus techniques et/ou moins essentielles ... mais tous les étudiants sont bien sûr invités à les travailler !

15.1 - Pour un moteur OU un réfrigérateur OU une pompe à chaleur (au choix de l'interrogateur), indiquer le sens réel (signe) des échanges énergétiques, par exemple sur un schéma. Définir le rendement (l'efficacité) en fonction des énergies échangées au cours du cycle, puis établir l'expression du rendement (efficacité) de Carnot.

Pour établir sans erreur les expressions des efficacités de Carnot, le plus simple est de dire que cette limite est atteinte pour un fonctionnement réversible de la machine, puis de partir du second principe sous la forme

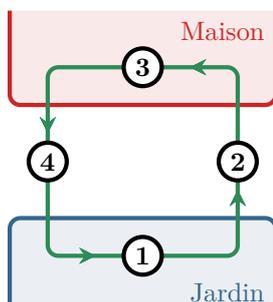
$$\Delta S = S_{\text{éch}} + S_{\text{créée}} = \frac{Q_c}{T_c} + \frac{Q_f}{T_f} \underset{\text{cycle}}{=} 0.$$

Bien sûr, il est un peu plus général de partir de l'inégalité ... mais cela ajoute une difficulté par rapport aux signes. Enfin, j'ai fait en cours une démonstration conservant l'entropie créée jusqu'au bout calcul : elle est intéressante pour bien comprendre que c'est la création d'entropie qui limite l'efficacité, mais je la déconseille dans une copie.

(★) **15.2** - Démontrer le premier principe de la thermodynamique appliqué à un fluide en écoulement stationnaire.

La démonstration est notoirement très longue : outre l'habituel travail de mémorisation, les étudiants doivent également faire un travail de concision, pour tout dire en un minimum de mots et de temps.

15.3 - Pour un composant thermodynamique au choix de l'interrogateur, indiquer son rôle et simplifier l'écriture du premier principe en justifiant les hypothèses faites. Les composants à connaître sont le détenteur, la turbine, le compresseur, la tuyère, l'échangeur simple flux, l'échangeur double flux, le mélangeur et le séparateur.

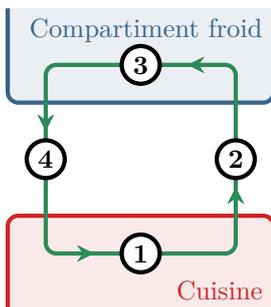


15.4 - Une pompe à chaleur est constituée de quatre composants thermodynamiques : un compresseur, un détenteur, un évaporateur et un condenseur. Indiquer à quel composant correspondent les bulles ① à ④ de la figure ci-contre. Justifier la réponse en expliquant soigneusement le rôle/la nécessité de chaque composant.

① Évaporateur ; ② Compresseur ; ③ Condenseur ; ④ Détendeur.

Le condenseur et l'évaporateur sont deux échangeurs dans lesquels le fluide frigorigène change d'état : dans le condenseur, il se liquéfie (= il se condense) en cédant de l'énergie au milieu extérieur alors que dans l'évaporateur, il se vaporise en prélevant de l'énergie à son environnement. Dans une pompe à chaleur, le fluide doit prélever de l'énergie à l'extérieur de la maison, c'est donc l'évaporateur qui s'y trouve, et la céder à l'intérieur, où se trouve le condenseur.

Concernant le compresseur et le détendeur, l'idée essentielle que les étudiants doivent savoir expliquer est qu'une machine frigorifique réalise un transfert thermique effectif de sens opposé au sens naturel ... mais lorsque le fluide caloporteur est au contact des sources dans les échangeurs, les « vrais » transferts thermiques ne peuvent se faire que dans le sens naturel. Ainsi, le fluide doit être plus froid que la source froide (T_f) lorsqu'il est en contact avec elle dans l'évaporateur et plus chaud que la source chaude (T_c) dans le condenseur. Or en sortie du condenseur le fluide est au moins à la température T_c , le refroidissement adiabatique dans le détendeur est donc indispensable pour que la température soit inférieure à T_f en entrée de l'évaporateur. De même, en sortie de l'évaporateur le fluide est au plus à la température T_f , l'échauffement adiabatique dans le compresseur est donc nécessaire également.



15.5 - Un réfrigérateur est constitué de quatre composants thermodynamiques : un compresseur, un détendeur, un évaporateur et un condenseur. Indiquer à quel composant correspondent les bulles ① à ④ de la figure ci-contre. Justifier la réponse en expliquant soigneusement le rôle/la nécessité de chaque composant.

① Condenseur ; ② Détendeur ; ③ Évaporateur ; ④ Compresseur

Dans un réfrigérateur, le fluide doit prélever de l'énergie au compartiment froid, c'est donc l'évaporateur qui s'y trouve, et la céder à l'air de la cuisine, où se trouve le condenseur. Mêmes justifications qu'à la question précédente pour le reste.

15.6 - Une pompe à chaleur est constituée de quatre composants thermodynamiques : un compresseur, un détendeur, un évaporateur et un condenseur. La figure 1 représente son cycle dans le diagramme des frigorigistes.

- Commenter le sens de parcours du cycle.
- Indiquer à quel composant correspondent chacune des étapes du cycle. Justifier la réponse.
- Déterminer le COP par lecture du diagramme.
- Comment se nomme l'étape 3'3 ? Quel est son intérêt ?
- Même question pour l'étape 1'1.

1-2 : Compresseur (augmentation de la pression) ; 2-3 : Condenseur (il y a liquéfaction) ; 3-4 : Détendeur (chute de pression) ; 4-1 : Évaporateur (il y a vaporisation).

$$\text{Le COP vaut } -\frac{q_{\text{cond}}}{w_{\text{compr}}} = -\frac{h_3 - h_2}{h_2 - h_1} = -\frac{250 - 450}{450 - 405} \simeq 4$$

L'étape 3'3 est un sous-refroidissement, qui permet d'augmenter le COP : on voit graphiquement que cette étape augmente $|q_{\text{cond}}|$ sans changer w_{compr} .

L'étape 1'1 est une surchauffe, qui permet d'assurer que le compresseur n'aspire que de la vapeur sèche, même en cas de perturbation du cycle. Elle n'a pas d'intérêt thermodynamique, mais résulte de contraintes technologiques.

(★) **15.7** - La figure 2 représente le cycle suivi par l'eau du circuit secondaire d'une centrale nucléaire dans le diagramme entropique.

- Commenter le sens de parcours du cycle.
- Identifier à quelle étape du cycle correspond le passage dans le générateur de vapeur ? dans le condenseur ? Interpréter l'allure de la courbe correspondant au passage dans le GV.
- La détente 2-3 est réalisée dans deux turbines successives, séparées d'une étape de réchauffe 3'2', où l'eau traverse un échangeur thermique pour se vaporiser complètement. Quel en est l'intérêt ?
- Déterminer le rendement par lecture du diagramme.

GV = 1-2 (il y a vaporisation, précédée d'une phase où la température de l'eau liquide augmente, ce qui explique le point anguleux) ; condenseur = 3-4 (il y a liquéfaction).

La réchauffe permet d'augmenter le titre en vapeur en sortie de turbine par rapport à une détente en une étape, ce qui augmente sa durée de vie : c'est une contrainte technologique.

Le rendement tient compte de la réchauffe et des deux détentes, et vaut

$$\eta = -\frac{(h_{3'} - h_2) + (h_3 - h_{2'})}{(h_2 - h_1) + (h_{2'} - h_{3'})} \simeq -\frac{2600 - 2800 + 2250 - 2750}{2800 - 150 + 2750 - 2600} \quad \text{soit} \quad \boxed{\eta = 0,25.}$$

Composants thermodynamiques

Exercice 1 : Turbine à gaz

oral banque PT | 💡 2 | ✂ 1

-  ▷ Étude d'un composant thermodynamique ;
▷ Modèle du gaz parfait ;
▷ Bilan d'entropie.

De la vapeur d'eau assimilée à un gaz parfait évolue dans une turbine horizontale, de section constante $\Sigma = 1 \text{ m}^2$, munie d'une hélice. À l'extérieur, la température est constante égale à $T_0 = 35^\circ\text{C}$. La vapeur est admise dans la turbine à la température $T_1 = 400^\circ\text{C}$ et pression $P_1 = 6,0 \text{ bar}$, et ressort à la température $T_2 = 100^\circ\text{C}$ sous pression $P_2 = 1,0 \text{ bar}$. Le débit au travers de la turbine vaut $D = 1 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}$.

On donne l'expression de l'entropie molaire d'un gaz parfait :

$$S_m(T, P) = \frac{\gamma R}{\gamma - 1} \ln \frac{T}{T_1} - R \ln \frac{P}{P_1} + S_m(T_1, P_1).$$

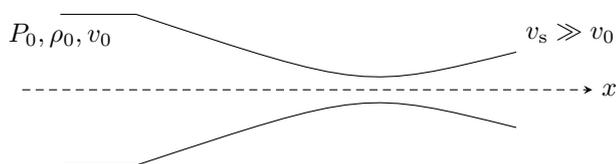
Données : masse molaire de l'eau $M = 18 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$, coefficient isentropique $\gamma = C_{P,m}/C_{V,m} = 1,3$.

- Rappeler l'expression des deux principes pour un fluide en écoulement stationnaire.
- On néglige les variations d'énergie cinétique. Que dire des échanges de chaleur entre le gaz et l'extérieur ? Montrer que la puissance cédée à la turbine est maximale dans l'hypothèse d'un écoulement adiabatique.
- Calculer la variation d'entropie entre l'entrée et la sortie. Est-ce en contradiction avec l'hypothèse d'un écoulement adiabatique ?
- Calculer la puissance cédée à la turbine en la supposant réversible.
- Calculer la vitesse du fluide à l'entrée et à la sortie de la turbine. Peut-on vraiment négliger la variation d'énergie cinétique ?

Exercice 2 : Tuyère calorifugée

oral banque PT | 💡 2 | ✂ 2

-  ▷ Étude d'un composant thermodynamique ;
▷ Modèle du gaz parfait.



Une tuyère est une simple conduite de section variable, dans laquelle un gaz se détend tout en étant accéléré. On étudie l'écoulement d'un gaz parfait dans une tuyère calorifugée. On suppose négligeable la vitesse d'entrée du fluide par rapport à sa vitesse de sortie. Les grandeurs d'entrée de la tuyère sont indicées 0.

- Montrer que $h(x) + \frac{1}{2}v(x)^2 = \text{cte}$, avec h l'enthalpie massique du gaz et v la vitesse d'écoulement dans la tuyère.
- En déduire que

$$v(x) = \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma - 1} \left(\frac{P_0}{\rho_0} - \frac{P(x)}{\rho(x)} \right)}$$

avec γ le coefficient isentropique du gaz.

- Dans l'hypothèse d'un écoulement réversible, établir alors la loi de Barré de Saint Venant,

$$v(x) = \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma - 1} \frac{P_0}{\rho_0} \left[1 - \left(\frac{P(x)}{P_0} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right]}.$$

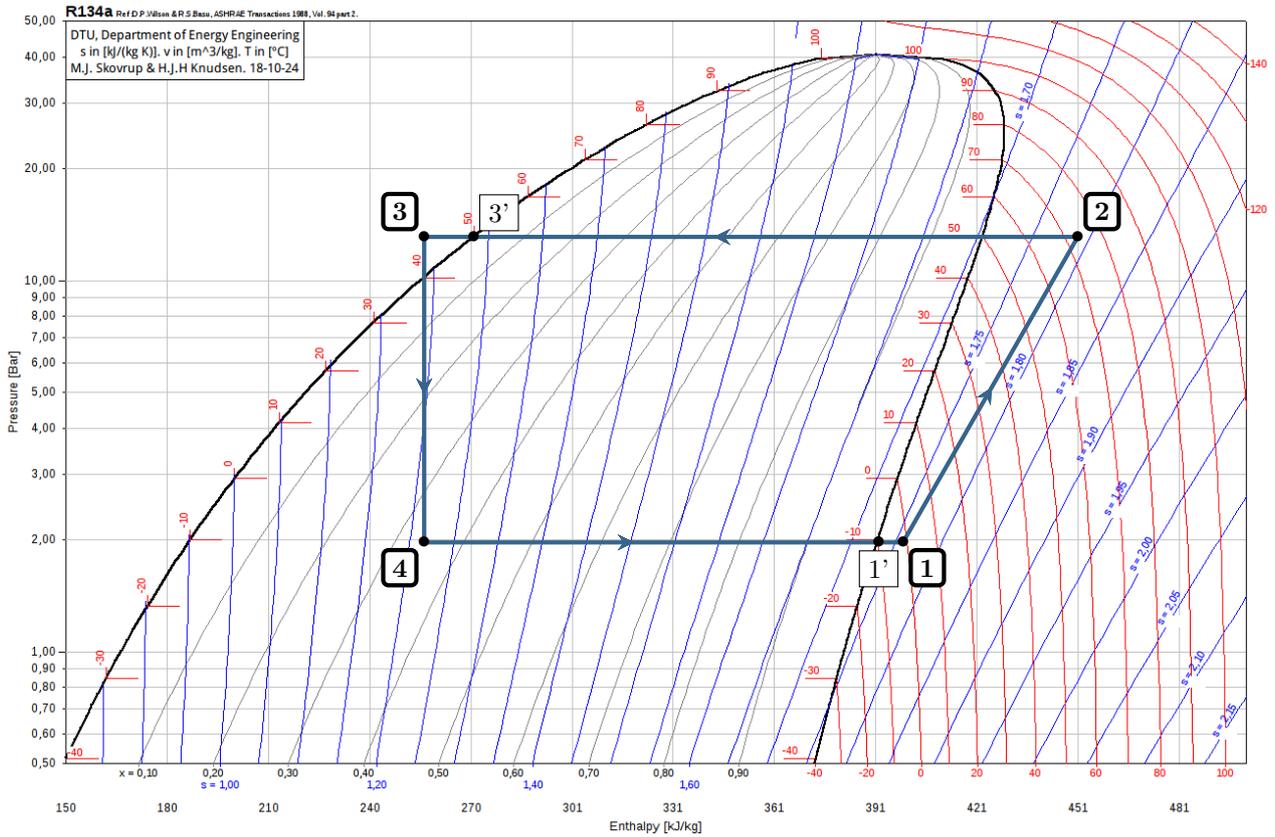


Figure 1 – Cycle de la PAC représenté dans le diagramme des frigoristes du R134a.

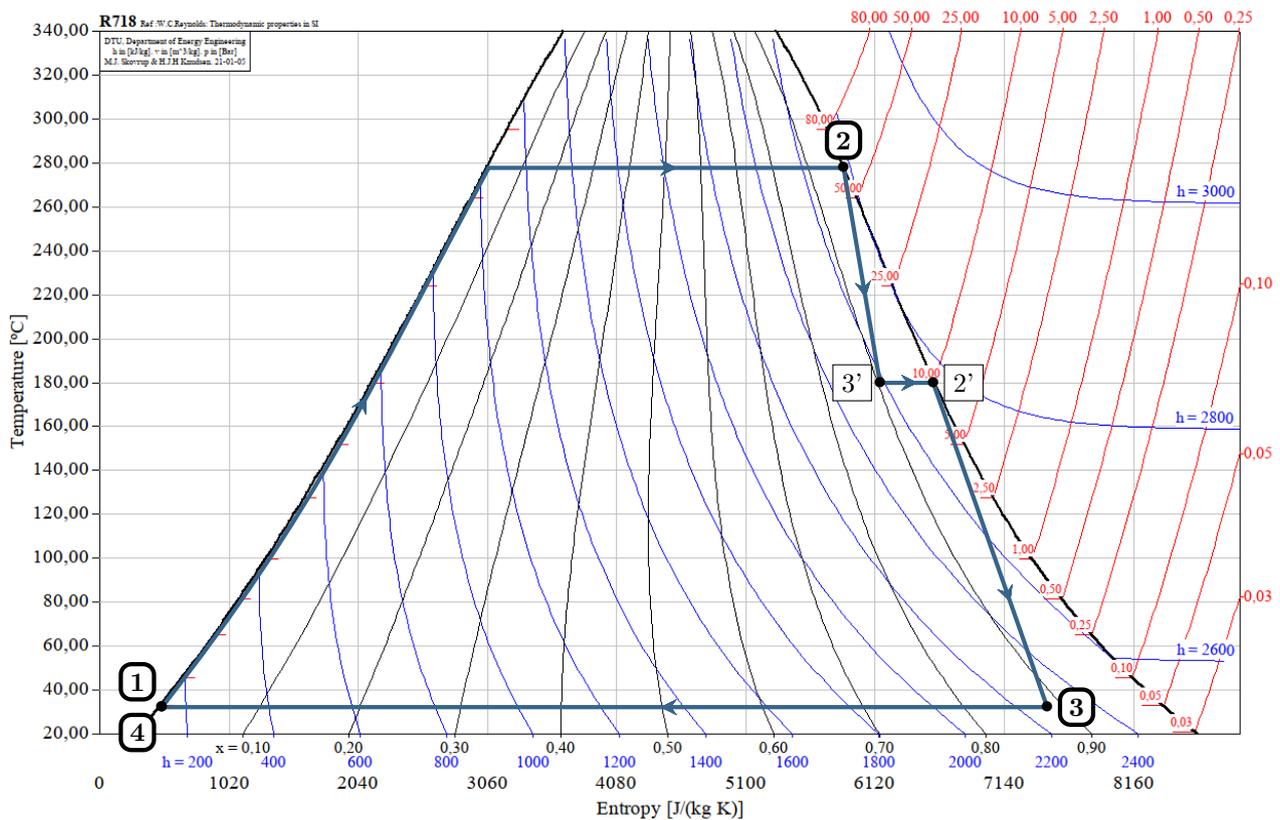
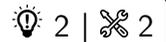


Figure 2 – Cycle de Rankine étagé représenté dans le diagramme entropique de l'eau.

Exercice 3 : Compresseur étagé

- ▷ Étude d'un composant thermodynamique ;
- ▷ Modèle du gaz parfait.

On considère un gaz parfait, dont les capacités thermiques massiques à pression et volume constants sont respectivement

$$c_P = \frac{\gamma r}{\gamma - 1} = 1,0 \text{ kJ} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1} \quad \text{et} \quad c_V = \frac{r}{\gamma - 1} = 0,714 \text{ kJ} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}.$$

où $r = R/M$, M étant la masse molaire du gaz. Partant de conditions initiales ($P_0 = 1 \text{ bar}$, $T_0 = 273 \text{ K}$), le gaz est comprimé jusqu'à la pression $P_2 = 25 \text{ bar}$. On appelle $\beta = P_2/P_0$ le taux de compression.

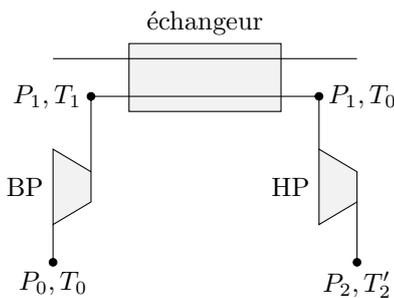
Cet exercice propose de comparer les performances d'un compresseur simple à celles d'un compresseur étagé, où la compression est réalisée en deux étapes successives séparées d'un refroidissement du fluide. On suppose les transformations dans les compresseurs réversibles et sans variation d'énergie cinétique et potentielle du fluide.

1 - Exprimer la température T_2 en sortie du compresseur en fonction du taux de compression et de la température d'entrée T_0 .

2 - Montrer que le travail indiqué reçu par le fluide dans le compresseur simple vaut

$$w = \frac{\gamma r}{\gamma - 1} T_0 \left(\beta^{(\gamma-1)/\gamma} - 1 \right).$$

La température T_2 est relativement élevée, et peut risquer d'endommager certains éléments du compresseur, en particulier les soupapes d'ouverture et de fermeture. Pour contourner cette difficulté, on préfère utiliser un compresseur à deux étages, qui permet d'atteindre le même rapport de compression mais avec une température finale plus faible.



- ▷ Dans l'étage basse pression (BP), le fluide est comprimé de façon isentropique jusqu'à la pression P_1 . On note $\beta_1 = P_1/P_0$ le taux de compression correspondant.
- ▷ Dans l'étage haute pression (HP), le fluide est comprimé de façon isentropique jusqu'à la pression P_2 . On note $\beta_2 = P_2/P_1$ le taux de compression correspondant.
- ▷ Entre les deux étages, le fluide subit un refroidissement isobare dans un échangeur thermique jusqu'à retrouver sa température initiale T_0 .

3 - Montrer que le travail indiqué total w' que le fluide reçoit dans le compresseur étagé vaut

$$w' = \frac{\gamma r}{\gamma - 1} T_0 \left(\beta_1^{(\gamma-1)/\gamma} + \beta_2^{(\gamma-1)/\gamma} - 2 \right).$$

4 - On admet que w' est minimal si la pression de l'étage intermédiaire vérifie

$$P_1 = \sqrt{P_0 P_2}.$$

Calculer littéralement et numériquement β_1 et β_2 lorsque cette condition est satisfaite.

5 - Calculer numériquement T_1 et T_2' dans le cas du compresseur optimisé. Comparer à la température T_2 obtenue précédemment. Conclure.

6 - Calculer numériquement le travail indiqué du compresseur étagé optimisé, et comparer au travail dépensé pour un compresseur mono-étagé. Conclure.

Machines dithermes

Exercice 4 : Utiliser le CO₂ comme fluide frigorigène inspiré oral banque PT | 1 | 1 |



- ▷ Cycle frigorifique ;
- ▷ Exploitation d'un diagramme des frigoristes.

Historiquement, les fluides massivement utilisés étaient des chlorofluorocarbures CFC, au très fort potentiel d'effet de serre et à fort impact sur la couche d'ozone. Ils ont été remplacés à partir des années 1980 par les hydrofluorocarbures HFC, sans impact sur la couche d'ozone mais dont le potentiel de réchauffement global à 100 ans (qui quantifie leur impact de long terme sur le réchauffement climatique) est plusieurs centaines voire milliers de fois supérieur à celui du CO₂, d'où la nécessité de leur trouver des alternatives. À ce titre, le CO₂ lui-même est un fluide frigorigène qui est de plus en plus utilisé car il est considéré comme un fluide écologique : son impact sur la couche d'ozone est nul et son impact sur l'effet de serre est faible. Ses caractéristiques thermodynamiques sont excellentes et permettent d'envisager un bel avenir pour ce fluide, malgré les pressions de service beaucoup plus élevées que celles des HFC qui peuvent poser des problèmes de sécurité. Le diagramme des frigoristes du CO₂ est représenté figure 3.

On s'intéresse à un cycle réfrigérant, parcouru par du CO₂, selon les étapes suivantes :

- ▷ une compression adiabatique réversible d'un état 1 ($P_1 = 35$ bar, vapeur saturante sèche) jusqu'à $P_2 = 90$ bar ;
- ▷ un refroidissement isobare jusqu'à $T_3 = 40$ °C ;
- ▷ une détente adiabatique jusqu'à la pression $P_4 = P_1$;
- ▷ une transformation isobare jusqu'à retrouver l'état de départ.

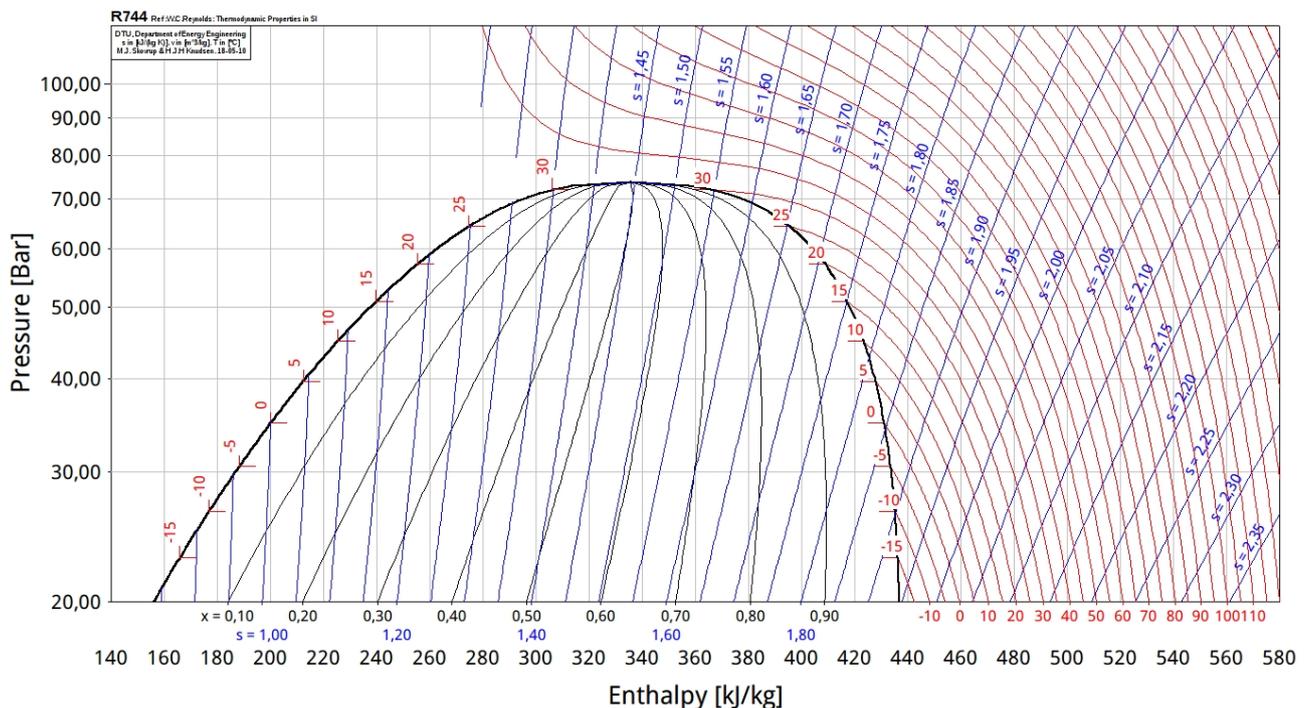


Figure 3 – Diagramme des frigoristes du CO₂.

- 1 - Dessiner le cycle sur le diagramme.
- 2 - On utilise cette machine en fonctionnement frigorifique. Dans quel sens le cycle est-il parcouru ?
- 3 - Calculer la chaleur échangée avec la source froide.
- 4 - Calculer l'efficacité du cycle. Comment l'améliorer ?

Exercice 5 : Cycle de Hirn d'une centrale thermique



- ▷ Cycle moteur;
- ▷ Exploitation d'un diagramme entropique.

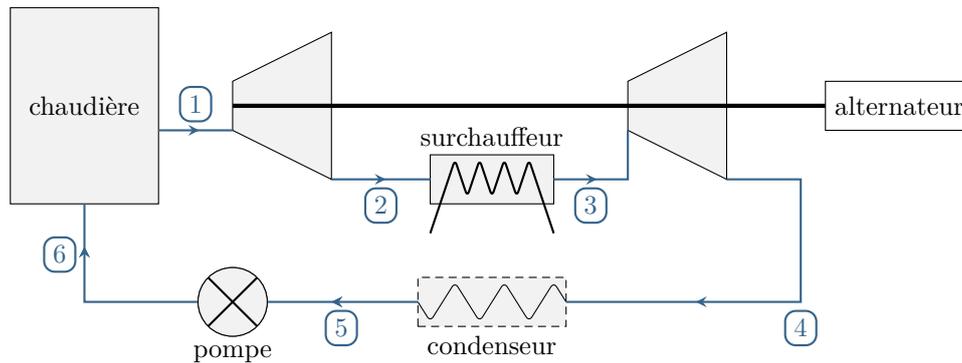


Figure 4 – Turbine à vapeur étagée.

On s'intéresse à l'installation représentée figure 4, qui modélise une centrale thermique à flamme (gaz ou charbon). Le fluide thermodynamique est de l'eau, qui suit un cycle de Hirn avec resurchauffe.

L'eau liquide est chauffée par une chaudière thermique, qui débite de la vapeur d'eau à 550 °C et 100 bar (état 1). Cette vapeur subit une détente adiabatique réversible dans une première turbine dite haute pression, d'où elle sort à la pression de 10 bar (état 2). Un surchauffeur isobare, lui aussi relié à la chaudière, ramène la vapeur à la température initiale (état 3). La vapeur passe ensuite dans la seconde turbine, dite basse pression, d'où sort de l'eau à la température de 40 °C (état 4). Cette eau est envoyée dans un condenseur d'où elle sort à l'état de liquide juste saturant (état 5), puis elle est pompée de manière adiabatique réversible (état 6) et renvoyée en entrée du générateur de vapeur où elle subit un échauffement isobare. Les arbres des deux turbines sont liés entre eux.

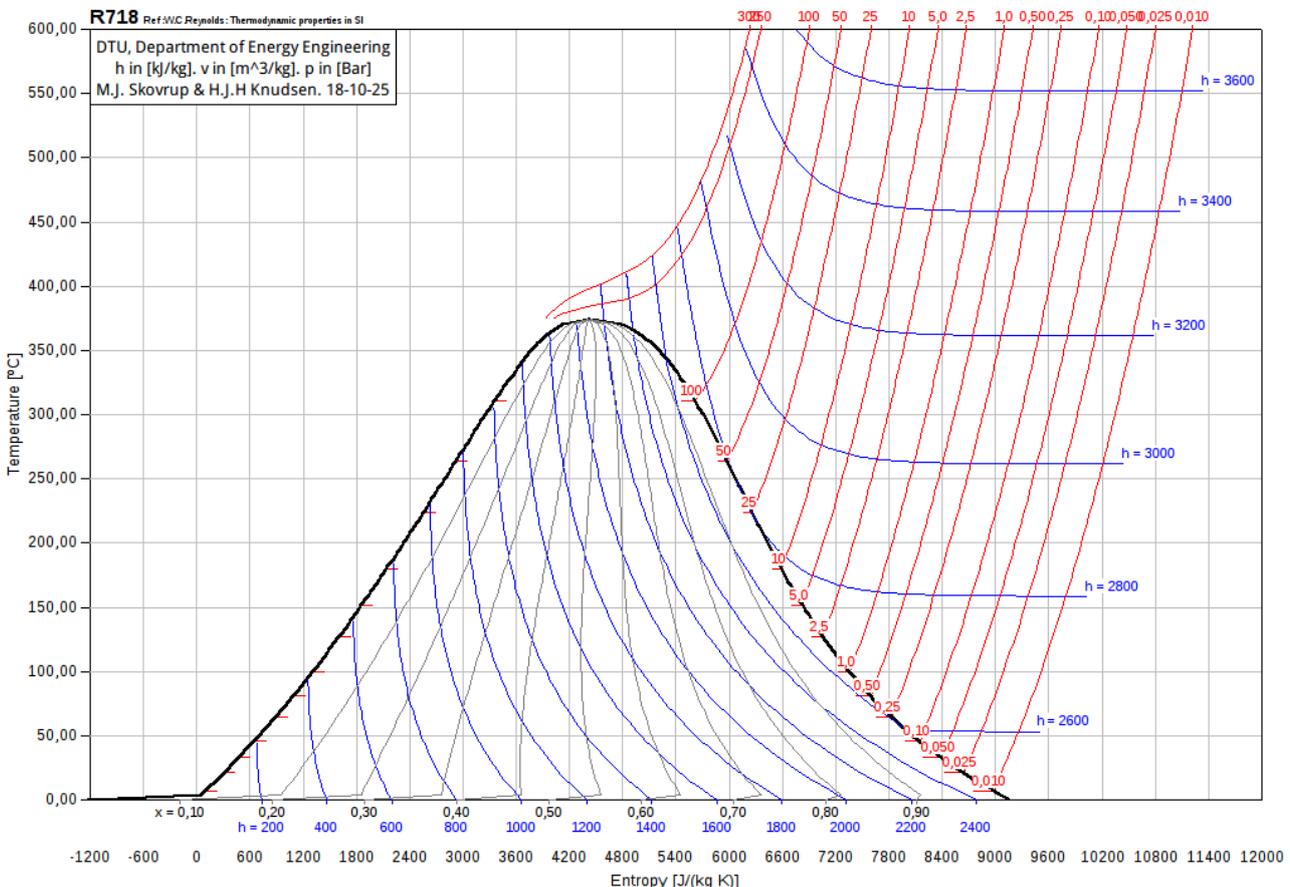


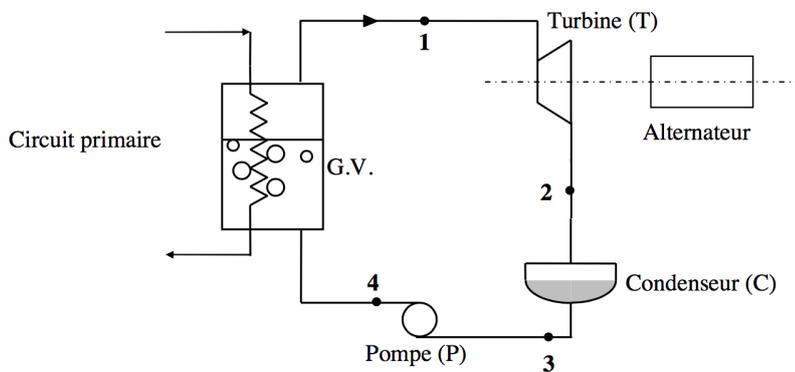
Figure 5 – Diagramme entropique de l'eau.

- 1 - Tracer le cycle parcouru par l'eau dans le diagramme entropique de la figure 5. Pourquoi le point 6 est-il confondu avec le point 5 ? Commenter son sens de parcours.
- 2 - En déduire la température de l'eau dans l'état 2 et l'état de l'eau dans l'état 4.
- 3 - Déterminer les enthalpies massiques de l'eau aux six points du cycle. Comment interpréter physiquement l'égalité $h_5 = h_6$?
- 4 - Déterminer le travail massique disponible sur l'arbre des turbines.
- 5 - Si on considère que l'alternateur a un rendement électromécanique de 90 %, déterminer le débit d'eau à imposer pour obtenir une puissance électrique de 400 MW.
- 6 - Quelle est la quantité de chaleur massique dépensée au surchauffeur ?
- 7 - Calculer le rendement thermodynamique de l'installation.

Exercice 6 : Cycle de Rankine d'une centrale nucléaire



- ▷ Cycle moteur ;
- ▷ Exploitation d'une table thermodynamique ;
- ▷ Tracé qualitatif d'un diagramme des frigoristes.



Le circuit secondaire d'une centrale nucléaire est constitué en première approche d'un générateur de vapeur (GV), d'une turbine (T) reliée à un alternateur, d'un condenseur (C) et d'une pompe d'alimentation secondaire (P) comme l'illustre la figure ci-contre.

Le fluide secondaire (de l'eau) subit le cycle thermodynamique suivant :

- ▷ 1 ↔ 2 : détente adiabatique réversible dans la turbine ;
- ▷ 2 ↔ 3 : liquéfaction isobare totale dans le condenseur ;
- ▷ 3 ↔ 4 : compression adiabatique réversible dans la pompe d'alimentation secondaire ;
- ▷ 4 ↔ 1 : échauffement puis vaporisation isobare totale dans le générateur de vapeur.

Le tableau ci-dessous donne l'état thermodynamique de l'eau en certains points du cycle :

Point	Pression (bar)	Température (K)	État du fluide	Enthalpie massique (kJ · kg ⁻¹)	Entropie massique (kJ · K ⁻¹ · kg ⁻¹)
1	70	559	Vapeur saturante	2773,5	5,8162
2	0,05	306	Mélange diphasique		
3	0,05		Liquide saturant	137,8	0,4763
4	70		Liquide sous-saturé		

Donnée : extrait de table thermodynamique de l'eau diphasée.

Pression de vapeur saturante (bar) 1 bar = 10 ⁵ Pa	enthalpies massiques (kJ.kg ⁻¹)		entropies massiques (kJ.K ⁻¹ .kg ⁻¹)	
	à l'état de liquide saturant : h'	à l'état de vapeur saturante : h''	à l'état de liquide saturant : s'	à l'état de vapeur saturante : s''
0,05	137,8	2 561,6	0,4763	8,3960
10	762,6	2 776,2	2,1382	6,5828
70	1 267,4	2 773,5	3,1219	5,8162

- 1 - Tracer l'allure du cycle en diagramme des frigoristes $P = f(h)$.
- 2 - Établir le théorème des moments reliant l'entropie massique au point 2 s_2 , x_2 le titre en vapeur, s_{V2} l'entropie massique de la vapeur saturante de l'isotherme passant par le point 2 et s_{L2} est l'entropie massique du liquide saturant de la même isotherme.

3 - Calculer le titre massique en vapeur x_2 et l'enthalpie massique h_2 . En déduire le travail massique indiqué w_{iT} échangé par le fluide dans la turbine. Calculer sa valeur numérique.

4 - En raisonnant à partir de l'identité thermodynamique, montrer que le travail massique indiqué fourni par la pompe au fluide vaut

$$w_{iP} = v(P_4 - P_3),$$

avec v le volume massique du liquide supposé incompressible. Calculer sa valeur numérique et commenter.

5 - Déterminer la température T_3 . Calculer la chaleur massique q_{eC} échangée par le fluide avec le condenseur.

6 - Calculer la chaleur massique q_{eGV} échangée par le fluide dans le générateur de vapeur.

7 - En déduire le rendement de ce cycle puis celui du cycle de Carnot de même sources froide et chaude. Commenter.

Exercice 7 : Cycle de Rankine d'une centrale à vapeur

oral banque PT | 💡 2 | ✂️ 2

- ▷ Cycle moteur;
- ▷ Exploitation d'une table thermodynamique;
- ▷ Tracé qualitatif d'un diagramme de Mollier.

L'eau d'une centrale à vapeur suit le cycle modèle schématisé figure 6 :

- ▷ Chauffage isobare dans le bouilleur jusqu'à l'état de vapeur saturante;
- ▷ Détente adiabatique réversible dans la turbine;
- ▷ Condensation totale jusqu'à l'état de liquide saturant;
- ▷ Compression adiabatique réversible dans la pompe.

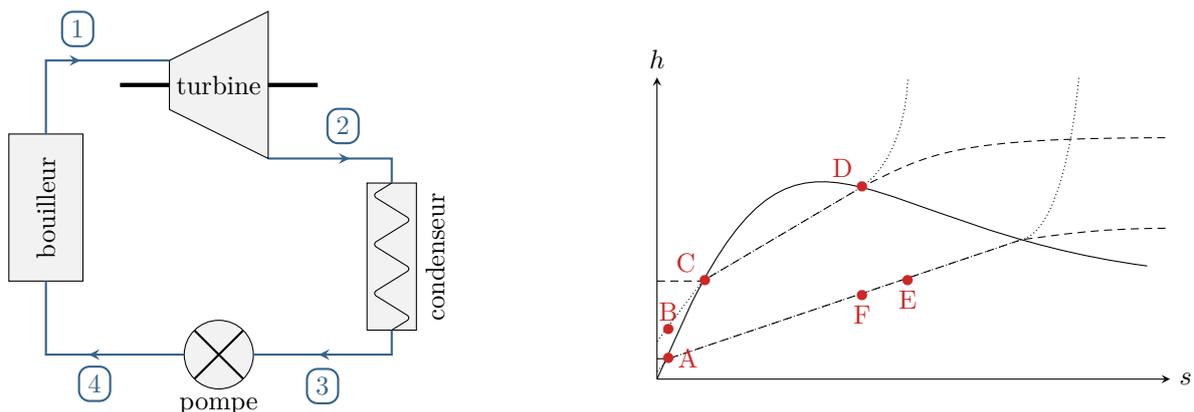


Figure 6 – Cycle d'une centrale à vapeur.

	$p_1 = 65 \text{ bar}$	$p_2 = 0,05 \text{ bar}$
Température de saturation ($^{\circ}\text{C}$)	281	33
Enthalpie du liquide saturant ($\text{kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$)	1242	138
Enthalpie de la vapeur saturante ($\text{kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$)	2778	2561
Entropie du liquide saturant ($\text{J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$)	3077	476
Entropie de la vapeur saturante ($\text{J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$)	5849	8392

Figure 7 – Table thermodynamique pour l'eau.

1 - Faire correspondre les différents points du cycle (1 à 4) et ceux représentés sur le diagramme de Mollier (A à F). Identifier les deux isobares p_1 et p_2 .

2 - En utilisant la table thermodynamique donnée figure 7, déterminer les fonctions thermodynamiques et le titre en vapeur dans l'état 2.

3 - Montrer que si l'on néglige la variation de température lors de l'étape 3-4 alors cette étape est isenthalpique. Montrer que le travail indiqué est nul.

4 - Calculer le rendement du cycle.

Exercice 8 : Conditionnement d'air d'un avion



- ▷ Cycle récepteur ;
- ▷ Modèle du gaz parfait.

L'air de la cabine d'un avion de ligne est maintenu à la pression $P_0 = 0,75$ bar et à la température $T_0 = 20$ °C constantes. L'unité de conditionnement d'air doit assurer à la fois le renouvellement, la pressurisation et le contrôle de la température et de l'humidité de l'air contenu dans la cabine, et ce quels que soient le régime moteur et l'environnement extérieur (phase de croisière, au sol ou encore en phase de décollage). Le système utilisé n'a pas été choisi pour ses performances, mais pour sa simplicité. En première approche, il peut être modélisé comme indiqué figure 8 :

- ▷ De l'air chaud est prélevé depuis un ou plusieurs turbo-réacteurs de l'avion, en sortie de compresseur et avant combustion ;
- ▷ Ce flux d'air est comprimé une nouvelle fois pour accroître sa température et faciliter le rejet de chaleur dans l'atmosphère, qui a lieu dans un échangeur thermique isobare ;
- ▷ Une turbine diminue ensuite la pression et la température de l'air principal, tout en transmettant de l'énergie mécanique au compresseur à l'aide d'un arbre de transmission ;
- ▷ L'air principal étant parfois trop froid pour être envoyé directement dans la cabine, une vanne d'équilibrage permet si nécessaire de réguler la température de l'air en mélangeant l'air en sortie de turbine avec de l'air chaud prélevé du turbo-réacteur.

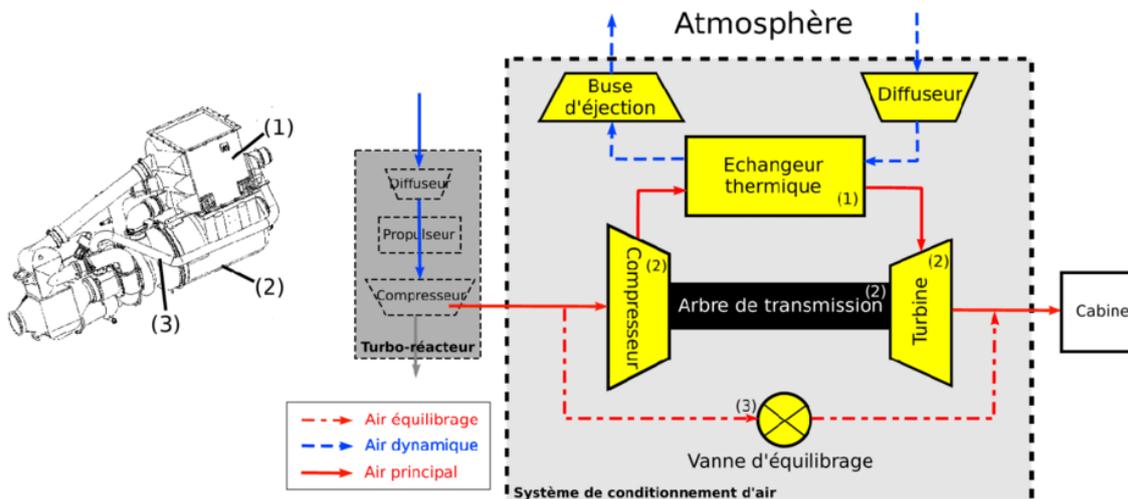


Figure 8 – Schéma de principe du conditionneur d'air d'un avion de ligne.

On utilisera les notations de la figure 9. L'air est modélisé par un gaz parfait d'exposant adiabatique $\gamma = 1,4$, et de capacité thermique isobare $c_p = \gamma R / (\gamma - 1)$ avec R la constante des gaz parfaits. On posera $k = \gamma / (\gamma - 1)$.

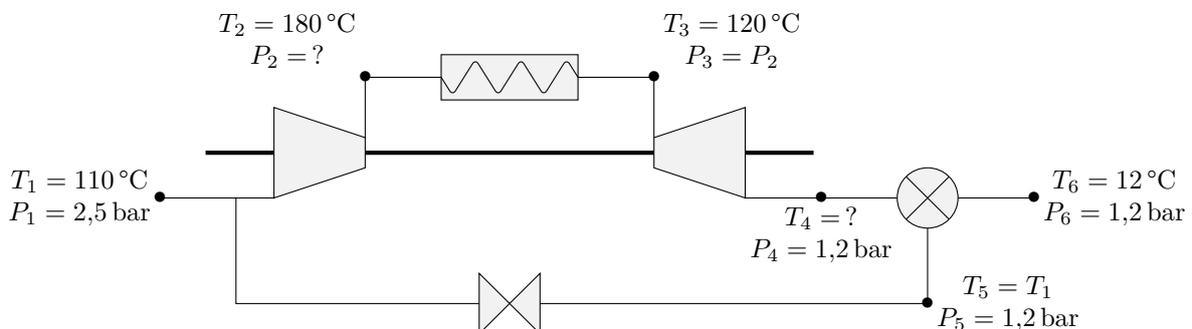


Figure 9 – Modélisation du conditionneur d'air d'un avion de ligne.

- 1 - Comparer ce système à un climatiseur domestique « classique ».
- 2 - Représenter qualitativement la suite de transformations subies par l'air de la voie principale sur un diagramme entropique T, s . Commenter le sens de parcours sur le diagramme.
- 3 - Déterminer la pression P_2 en sortie du compresseur en fonction de P_1, T_1, T_2 et k en supposant le compresseur isentropique.

4 - Déterminer la température T_4 en sortie de turbine, en la supposant également isentropique. L'air peut-il être soufflé dans la cabine à cette température ?

Pour permettre de contrôler la température de l'air insufflé dans la cabine, une fraction de l'air prélevé au compresseur principal est dévié au travers d'une vanne d'équilibrage (détendeur) isenthalpique, qui permet de diminuer la pression jusqu'à la valeur P_0 , puis mélangé avec l'air refroidi en sortie de turbine, lui aussi à la température P_0 .

5 - Montrer que la température de l'air n'est pas modifiée par le passage au travers de la vanne d'équilibrage.

6 - Déterminer les débits massiques D et D' d'air respectivement issus de la turbine et de la vanne d'équilibrage pour imposer $T_6 = 12^\circ\text{C}$, sachant que le débit total d'air soufflé dans la cabine est $D_0 = 15 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}$.

Le travail nécessaire à la compression de l'air au cours de l'étape 1-2 est fourni par le moteur auxiliaire M mais aussi par la turbine. En effet, la détente de l'air met en rotation l'arbre de la turbine, qui est solidaire de celui du compresseur et l'entraîne. On suppose que tout le travail libéré dans la turbine est récupéré par le compresseur.

7 - Déterminer la puissance indiquée algébriquement reçue par l'air lors de son passage dans le compresseur $\mathcal{P}_{\text{compr}}$ et dans la turbine $\mathcal{P}_{\text{compr}}$. En déduire la puissance \mathcal{P}_M que doit fournir le moteur entraînant l'arbre de transmission. En pratique, le moteur doit fournir une puissance de l'ordre de 2 kW : quelles hypothèses du modèle permettent d'expliquer un tel écart ?

8 - On considère que l'échange de chaleur entre l'air conditionné et l'air de la cabine a lieu une fois l'air conditionné soufflé dans la cabine, lorsqu'il se réchauffe de T_6 à T_0 . Déterminer la puissance thermique \mathcal{P}_{cab} prélevée à la cabine.

Autres installations

Exercice 9 : Puits canadien

inspiré exemple officiel oral CCINP PSI | 💡 2 | ✂ 2 | Ⓜ

- Système ouvert mésoscopique ;
- Modèle du gaz parfait ;
- Analyse de résultats expérimentaux.

On étudie un puits canadien, qui est un système de préchauffage passif de l'air utilisant l'inertie thermique du sol. Il s'agit d'une simple conduite enterrée à environ 2 m de profondeur dans laquelle transite l'air utilisé pour le renouvellement de l'habitation, comme schématisé figure 10. Sous nos latitudes, la température moyenne du sol vaut environ 11°C et ses variations sont relativement faibles à la profondeur où est enterré le tuyau. Ce faisant, un puits canadien permet non seulement de réchauffer l'air entrant dans la maison en hiver, mais aussi de le rafraîchir en été, permettant de se passer de système de climatisation. Cette technique est de plus en plus utilisée en construction neuve, mais reste difficilement accessible en rénovation à cause des travaux de terrassement qu'elle exige.

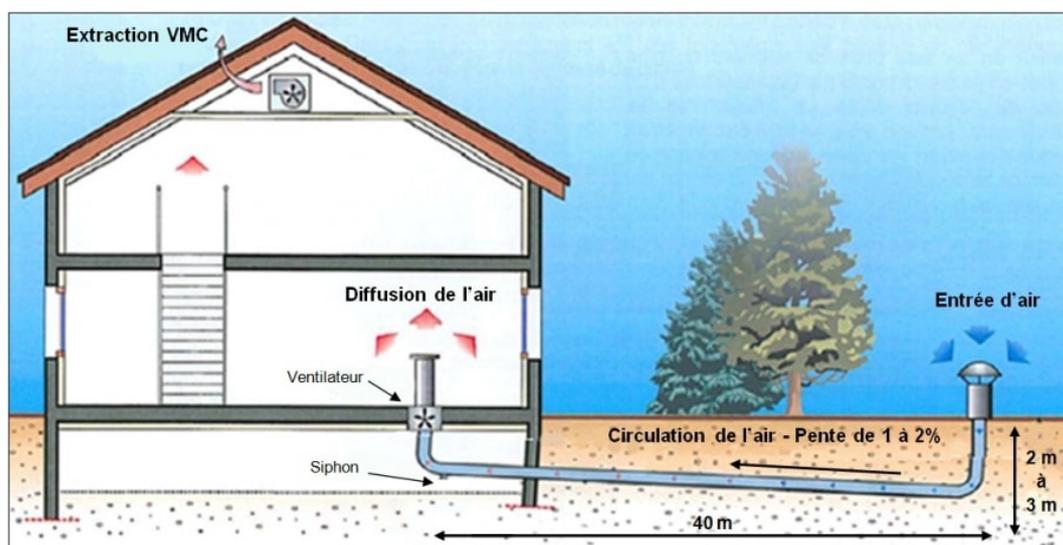


Figure 10 – Principe du préchauffage à l'aide d'un puits canadien.

On suppose l'air dans la conduite en écoulement stationnaire incompressible. L'air qui circule dans le tuyau horizontal reçoit de la chaleur de la part du sol, de température supposée constante, et on note

$$d\Phi = \alpha dx (T_{\text{sol}} - T(x))$$

le flux thermique (puissance thermique) reçu par un élément de longueur dx .

1 - Quelle est la dimension de α ?

2 - En effectuant un bilan d'énergie en régime stationnaire sur un système élémentaire qu'on précisera, montrer que la température de l'air à l'intérieur du tuyau horizontal est solution de l'équation différentielle

$$\frac{dT}{dx} + \frac{T(x)}{\ell_0} = \frac{T_{\text{sol}}}{\ell_0}$$

où ℓ_0 s'exprime en fonction de D_m , débit massique de l'air, c_P capacité thermique massique de l'air, et du coefficient α .

3 - Résoudre cette équation différentielle. On appelle T_{ext} la température de l'air extérieur. Quelle est la température maximale que peut atteindre l'air à l'intérieur du tuyau ? Commenter l'intérêt du puits canadien. Est-il utile en toute saison ?

4 - En déduire la puissance thermique économisée sur le chauffage de l'habitation lorsque l'air a parcouru une longueur L de tuyau.

On considère le réseau expérimental de courbes $\Phi = f(L)$ donné figure 11, obtenu pour une température du sol $T_{\text{sol}} = 11^\circ\text{C}$ et une température d'entrée de l'air $T_{\text{ext}} = -5^\circ\text{C}$. D est le diamètre du tuyau, $Q = D_m/\mu$ le débit volumique de l'écoulement d'air.

5 - Justifier que le palier atteint ne dépend que du débit volumique Q . Comment, à l'aide de ces courbes, accéder à la valeur numérique de ℓ_0 ? Comment justifier, pour un débit donné, l'existence d'un réseau de courbes qui varient en fonction du diamètre D du tuyau ?

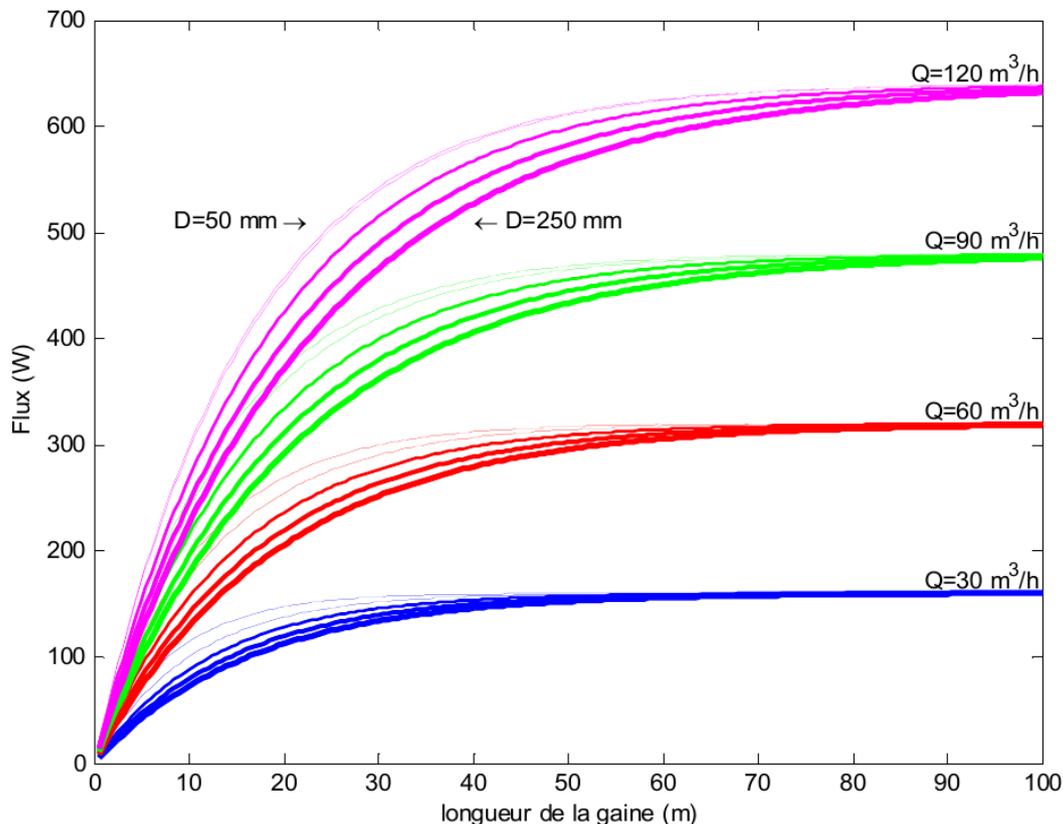


Figure 11 – Relevés expérimentaux.

Exercice 10 : Échangeur à contre-courant

💡 3 | ✂ 2

- 
 ▷ Système ouvert mésoscopique ;
 ▷ Échange conducto-convectif.

Cet exercice s'intéresse au dimensionnement d'un échangeur double flux à contre-courant, modélisant par exemple ceux des réseaux de chaleur urbains. Dans un tel échangeur, deux fluides chaud et froid de débits respectifs D_C et D_F s'écoulent en sens opposés et échangent de l'énergie. On note c la capacité thermique massique des deux fluides, supposés identiques.

On adopte un modèle purement unidimensionnel, l'échange se faisant par l'intermédiaire d'une plaque rectangulaire de largeur a et de longueur $L \gg a$. Les températures des deux fluides sont supposées ne dépendre que de x , à l'exclusion de toute dépendance selon la largeur et la hauteur.

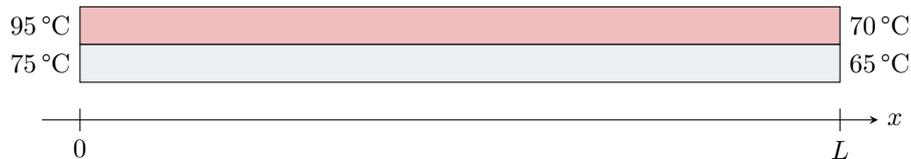


Figure 12 – Schéma de principe de l'échangeur à contre-courant.

On note respectivement $T_C(x)$ et $T_F(x)$ les températures des fluides chauds et froids à l'abscisse x , et on pose $\Delta T(x) = T_C(x) - T_F(x)$. Le flux thermique surfacique $\varphi(x)$ reçu par le fluide froid, en $\text{W} \cdot \text{m}^{-2}$, est donné par la loi de Newton, $\varphi(x) = h \Delta T(x)$, avec h un coefficient d'échange constant.

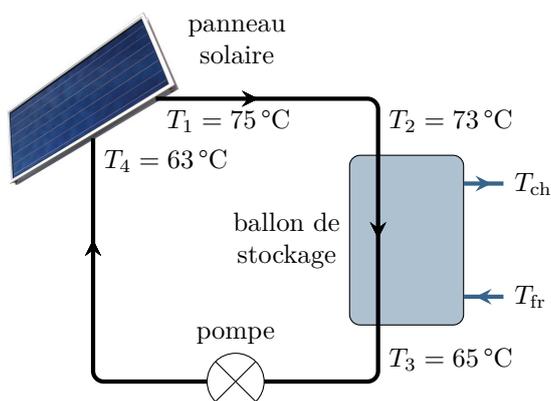
- 1 - Par étude des températures limites, identifier sur la figure 12 le fluide chaud, le fluide froid, et leur sens d'écoulement.
- 2 - Expliquer l'intérêt d'un échangeur à contre-courant par rapport à un échangeur à co-courant, dans lequel les deux écoulements sont dans le même sens.
- 3 - Déterminer la puissance thermique totale échangée entre les deux fluides en fonction des températures d'entrée et de sortie.
- 4 - Par application du premier principe à un système élémentaire, montrer que les températures des fluides vérifient les équations couplées

$$\frac{dT_C}{dx} = -\frac{ha}{cD_C} \Delta T(x) \quad \text{et} \quad \frac{dT_F}{dx} = -\frac{ha}{cD_F} \Delta T(x)$$
- 5 - En déduire l'équation différentielle vérifiée par $\Delta T(x)$ et la résoudre.
- 6 - Les températures d'entrée et de sortie ainsi que le débit D_F étant imposées dans le cahier des charges de l'installation, exprimer D_C .

Exercice 11 : Chauffe-eau solaire

💡 3 | ✂ 2

- 
 ▷ Autre cycle thermodynamique ;
 ▷ Transitoire thermique ;
 ▷ Modèle du liquide indilatable et incompressible.



Une méthode économique et écologique pour chauffer de l'eau domestique consiste à utiliser des panneaux solaires thermiques¹. L'énergie du rayonnement solaire est captée par un fluide caloporteur antigel, un mélange d'eau et de propylène glycol à 30 % en masse, qui la transfère à l'eau sanitaire du ballon grâce à un échangeur thermique.

Les panneaux solaires ont une surface $S = 6 \text{ m}^2$ et sont inclinés pour recevoir le rayonnement solaire en incidence normale. La circulation est imposée par une pompe qui maintient un débit massique constant $D = 180 \text{ kg} \cdot \text{h}^{-1}$ en période de chauffe.

1. À ne pas confondre avec des panneaux photovoltaïques : il n'y a aucune production d'électricité dans un chauffe-eau solaire !

Données :

- ▷ Caractéristiques thermodynamiques d'une solution d'eau glycolée à 30 % :
 - capacité thermique massique $c = 3,9 \cdot 10^3 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$;
 - masse volumique $\rho = 0,99 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$.
- ▷ Caractéristiques thermodynamiques de l'eau pure :
 - capacité thermique massique $c' = 4,2 \cdot 10^3 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$;
 - masse volumique $\rho' = 1,0 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$.

1 - Déterminer la puissance thermique transmise au fluide caloporteur dans les panneaux. Sachant que le flux solaire est d'environ $600 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$, estimer le rendement de la conversion d'énergie solaire en énergie thermique.

2 - Estimer numériquement les pertes thermiques dans les conduites de raccordement du fluide caloporteur. Commenter. Comment les limiter ?

Le ballon de stockage contient $V = 200 \text{ L}$ d'eau initialement à la température $T_i = 35^\circ\text{C}$. On note $T(t)$ la température de l'eau contenue dans le ballon, supposée uniforme. On suppose qu'au cours de la phase de chauffe la température du fluide à l'entrée de l'échangeur reste constante, égale à $T_2 = 73^\circ\text{C}$, et que sa température en sortie est égale à $T(t)$. On néglige les pertes thermiques du ballon.

3 - Établir l'équation différentielle vérifiée par la température $T(t)$, en introduisant un temps caractéristique τ à calculer.

4 - Combien de temps faut-il pour que la température du ballon atteigne sa valeur de consigne $T_b = 60^\circ\text{C}$?

Une fois la température T_b atteinte dans le ballon, la pompe s'arrête et ne se remet en route que pour la maintenir constante. De l'eau chaude sanitaire est alors prélevée à la température $T_{\text{ch}} = T_b$ avec le débit massique D' , remplacée dans le ballon par de l'eau froide à la température $T_{\text{fr}} = 15^\circ\text{C}$.

5 - Déterminer le débit maximal d'eau chaude sanitaire D' pour que celle-ci garde la même température T_b , la pompe fonctionnant alors en continu. Est-ce suffisant pour une douche dont le débit est de 20 litres par minute ?

6 - En pratique, un chauffe-eau solaire est muni des équipements suivants. Quel en est l'intérêt ?

6.a - Présence d'une résistance chauffante dans le ballon de stockage.

6.b - Fermeture du circuit caloporteur et du ballon de stockage par des soupapes de sécurité.

6.c - Ajout d'un circuit de refroidissement du fluide caloporteur.