TD 3 – Thermodynamique

Retour sur les principes thermodynamiques

💡 Difficulté d'analyse et compréhension, initiative requise ;
✂ Difficulté technique et calculatoire ;
☢ Exercice important.

Flasher ou cliquer pour accéder au corrigé

	Ceinture	Proposition de parcours d'entraînement
	Ceinture blanche	Applications + exercices 1 à 7, puis 11 et 12
	Ceinture jaune	Applications + exercices 1 à 8, puis 11 et 12
	Ceinture rouge	Applications (★) + exercices 1 à 5 puis 8, 9, 12, 13, 14
	Ceinture noire	Applications (★) + exercices 1 à 5 ; 8 à 10 ; et 12 à 15

Applications de cours

Seuls les étudiants du groupe PT⋆ seront interrogés en colle sur les applications marquées d'une étoile, car elles sont plus techniques et/ou moins essentielles ... mais tous les étudiants sont bien sûr invités à les travailler !

(★) 3.1 - Établir l'expression des capacités thermiques d'un gaz parfait en fonction de R et γ. La relation de Mayer devra être redémontrée.

3.2 - Rappeler les lois de Laplace et leurs hypothèses d'application. En déduire le travail W reçu au cours d'une compression d'un volume V_I à un volume V_F telle que les lois de Laplace s'appliquent.

3.3 - Un glaçon, de masse m_1 et température T_1, est sorti du congélateur pour être mis dans un verre contenant une boisson au choix de l'étudiant, de masse m_2 et température T_2 (la boisson, pas l'étudiant). On suppose que le glaçon fond totalement et rapidement, ce qui permet de négliger les transferts thermiques avec l'air. Déterminer la température finale T_F du breuvage. Comment déterminer la masse minimale du glaçon pour qu'il ne fonde pas totalement ? Le résultat sera donné en fonction de l'enthalpie de fusion $\Delta_{\text{fus}}h$ de l'eau et des capacités thermiques massiques c_{sol} et c_{liq}, supposées égales pour le glaçon et la boisson.

> *Pour déterminer la masse minimale à partir de laquelle le glaçon ne fond pas complètement, il faut être conscient que le calcul ci-dessus repose sur l'hypothèse que l'état final est complètement liquide, ce qui impose au final d'avoir $T_F > T_{\text{fus}}$. Si jamais le calcul numérique donne $T_F < T_{\text{fus}}$, alors il y a contradiction entre l'hypothèse initiale et le résultat final : la vraie température finale ne sera pas le T_F calculé de cette façon. Cela signifie que l'hypothèse initiale est fausse et que le résultat final n'a pas de sens. La masse limite est donc celle qui donne $T_F = T_{\text{fus}}$.*

3.4 - Le même étudiant qu'à la question précédente souhaite toujours refroidir la même boisson de masse m_2 et température T_2 en y ajoutant des glaçons de masse m_1 et température T_1. Sauf que cette fois ... il en met trop, si bien qu'à l'état final il reste de la glace dans sa boisson. Déterminer la masse m_{f} de glace qui a fondu en fonction des mêmes paramètres qu'à la question précédente. On négligera toujours les transferts thermiques avec l'air. Comment déterminer la masse minimale du glaçon pour qu'il ne fonde pas totalement ?

> *Cette fois, on sait que le mélange est diphasé à l'état final, ce qui nous donne sa température : la coexistence n'est possible que si $T_F = T_{\text{fus}}$. Le bilan d'enthalpie s'écrit comme à la question précédente, sauf que :*
> ▷ *seule la masse m_f fond ;*
> ▷ *comme $T_F = T_{\text{fus}}$, la glace fondue ne change pas de température.*

> *Le bilan d'enthalpie s'écrit donc :*
>
> $$\Delta H \underset{\text{1er P}}{\underset{\uparrow}{=}} 0 + 0 \underset{\text{transf}}{\underset{\uparrow}{=}} \underbrace{m_2\, c_{liq}\,(T_{fus} - T_2)}_{\text{boisson}} + \underbrace{m_1\, c_{sol}\,(T_{fus} - T_1) + m_f \Delta_{fus} h}_{\text{glaçon}}$$
>
> *Il reste alors à isoler m_f dans cette équation.*
>
> *Cette fois, l'hypothèse est que l'état final est une coexistence solide-liquide, qui permet de calculer la masse de glace fondue. Or la masse de glace fondue ne peut évidemment pas être supérieure à la masse initiale du glaçon : si jamais le calcul numérique donne $m_f > m_1$, alors le résultat final n'a pas de sens, ce qui indique que l'hypothèse initiale est fausse. La masse limite est donc celle qui donne $m_f = m_1$. On retrouve la même masse limite qu'à la question précédente, ce qui est logique.*

3.5 - Considérons une casserole contenant une masse m d'eau à la température T. La plaque de cuisson lui transmet une puissance thermique constante $\mathcal{P}_0$, et elle est refroidie par contact avec l'air. On note R_{th} la résistance thermique décrivant ce refroidissement. Établir l'équation différentielle vérifiée par la température T de l'eau dans la casserole.

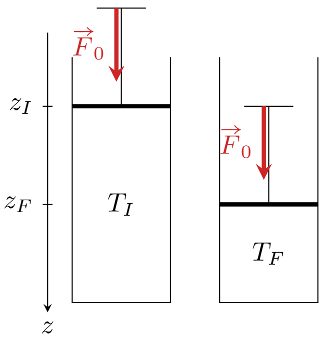
(★) 3.6 - Considérons un gâteau (un moelleux au chocolat !) de capacité thermique C, sorti d'un four à la température T_{four} et laissé à refroidir dans la cuisine de température T_0. Procéder au bilan entropique de la transformation. Commenter le signe de l'entropie créée.

Donnée : inégalité de convexité du logarithme, $\forall x > 0, \ln x \leq x - 1$; l'expression de l'entropie d'une phase condensée est à connaître par l'étudiant.

Mise en pratique du cours

Exercice 1 : Échauffement adiabatique d'un gaz par compression 1 | 0 |

- *Travail d'une force ;*
- *Premier principe.*



Le but de l'exercice est de modéliser l'expérience de compression brusque d'un gaz dont vous avez visionné la vidéo, afin d'estimer la température finale atteinte par le gaz. On considère que l'opérateur enfonce le piston sur une hauteur $h = z_F - z_I = 30\,\text{cm}$ en exerçant une force $F_0 = 800\,\text{N}$ constante [1].

1 - Comment peut-on modéliser la transformation subie par le gaz ?

2 - Exprimer le travail W_0 exercé par l'opérateur au cours de la compression.

3 - En déduire la température finale et l'estimer numériquement. On prendra pour l'air contenu dans le piston $C_V = 0{,}5\,\text{J}\cdot\text{K}^{-1}$.

Exercice 2 : Mesure calorimétrique de l'enthalpie de fusion de l'eau 2 | 1 |

- *Calorimétrie ;*
- *Changement d'état.*

Cet exercice propose d'analyser une expérience permettant de mesurer l'enthalpie massique de fusion de l'eau. Les opérations suivantes sont réalisées dans un calorimètre :

- Mélanger une masse $m_0 = 50\,\text{g}$ d'eau chaude ($T_{\text{ch}} = 50\,°\text{C}$) avec la même masse m_0 d'eau à température ambiante ($T_{\text{amb}} = 20\,°\text{C}$).
- Après quelques minutes, la température de l'eau ne varie plus et vaut $T_1 = 32\,°\text{C}$.
- Ajouter un glaçon partiellement fondu. Le glaçon est pesé après séchage et juste avant d'être ajouté au calorimètre : on mesure $m = 15\,\text{g}$.
- Après quelques minutes, le glaçon a totalement fondu, la température de l'eau ne varie plus et vaut $T_2 = 20\,°\text{C}$.

Donnée : capacité thermique massique de l'eau liquide $c = 4{,}2 \cdot 10^3\,\text{J}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{kg}^{-1}$.

1. Un boxeur confirmé frappe avec une force de l'ordre de 3000 N.

1 - Rappeler ce qu'est un calorimètre et les caractéristiques des transformations qui y ont lieu.

2 - Déterminer la température théorique $T_{1,\text{th}}$ qui serait mesurée en fin de première étape si la capacité thermique du calorimètre était négligeable.

3 - En reprenant le raisonnement, déterminer la valeur en eau μ du calorimètre, c'est-à-dire la masse d'eau équivalente qui aurait la même capacité thermique que le calorimètre.

4 - Justifier que faire fondre partiellement le glaçon (et le sécher) permet de considérer qu'il est formé uniquement de glace à température $T_{\text{fus}} = 0\,°\text{C}$.

5 - En déduire l'enthalpie massique de fusion de l'eau.

Exercice 3 : Glacière thermoélectrique — 1 | 1 |

▷ *Transitoire thermique ;*
▷ *Loi d'Ohm thermique.*

Une glacière thermoélectrique est un dispositif portatif qui permet de refroidir ou conserver au frais des aliments, des médicaments, etc., lors de leur transport. L'intérieur de la glacière est constamment refroidi par un module Peltier, alimenté électriquement, qui prélève un flux thermique Φ_0 constant. On note R la résistance thermique des parois de la glacière.

La glacière est mise en marche alors qu'elle contient une masse m d'eau (capacité thermique massique c) à la même température T_0 que l'air extérieur.

1 - Représenter le diagramme des échanges et discuter les signes.

2 - Déterminer la température limite T_{lim} qu'atteindra l'eau en régime permanent.

3 - Établir l'équation différentielle vérifiée par la température T de l'eau et en déduire l'ordre de grandeur de la durée au bout de laquelle T_{lim} sera atteinte.

Analyse de corrigés

Exercice 4 : De la glace qui fond — 2 | 1 |

▷ *Changement d'état ;*
▷ *Validation d'hypothèses.*

Dans un calorimètre aux parois calorifugées et de capacité thermique négligeable, on introduit une masse $m_{\text{liq}} = 1{,}00\,\text{kg}$ d'eau liquide initialement à $T_1 = 20\,°\text{C}$. On y ajoute une masse $m_{\text{gl}} = 0{,}50\,\text{kg}$ de glace à $T_2 = 0\,°\text{C}$.

Données : enthalpie massique de fusion de l'eau $\Delta_{\text{fus}}h = 3{,}3 \cdot 10^2\,\text{kJ}\cdot\text{kg}^{-1}$ et capacité thermique massique de l'eau liquide $c = 4{,}2\,\text{kJ}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{kg}^{-1}$.

1 - On suppose qu'à l'état final l'eau est entièrement sous forme liquide. Déterminer sa température T_F. Conclure.

2 - On suppose maintenant qu'à l'état final l'eau est présente sous forme d'un mélange solide et liquide. Que peut-on dire sans calcul sur l'état final ? Déterminer la composition du mélange, c'est-à-dire la masse de chaque phase.

✎ ***Correction*** — *Le système sur lequel on raisonne est constitué de toute l'eau (liquide + glace) contenue dans le calorimètre. Il n'échange clairement aucun travail avec l'extérieur, et comme les parois du calorimètre sont calorifugées il n'échange pas non plus de transfert thermique. La transformation étant monobare avec équilibre mécanique, on travaille en enthalpie.*

Question d'analyse 1 *- Pourquoi la transformation est-elle monobare ?*

1 - *Au cours de cette transformation,*
▷ *la température de l'eau liquide passe de T_1 à T_F ;*
▷ *la glace fond et se réchauffe, ce que l'on décompose comme la succession de deux transformations élémentaires :*
→ *d'abord, la glace fond totalement de manière isobare isotherme ;*
→ *ensuite, « la glace » est liquide et sa température passe de T_{fus} à T_F.*

Le bilan d'enthalpie s'écrit donc :

$$\Delta H \underset{\text{1er P}}{\overset{\uparrow}{=}} 0+0 \underset{\text{transf}}{\overset{\uparrow}{=}} \underbrace{m_{liq}\, c\,(T_F - T_1)}_{\text{liquide}} + \underbrace{m_{gl}\,\Delta_{fus}h + m_{gl}\, c\,(T_F - T_{fus})}_{\text{glace}}$$

***Question d'analyse 2** - Pourquoi peut-on décomposer en deux étapes successives la transformation subie par la glace, alors qu'en réalité les deux phénomènes ont lieu simultanément ?*

***Question d'analyse 3** - Pourquoi le transfert thermique fourni par l'eau liquide à la glace n'apparaît-il pas dans le bilan d'enthalpie ?*

On en déduit alors

$$\boxed{T_F = \frac{m_{gl}\, c\, T_2 + m_{liq}\, c\, T_1 - m_{gl}\,\Delta_{fus}h}{(m_{gl}+m_{liq})c} = 260\,\mathrm{K} = -13\,^\circ\mathrm{C}\,.}$$

Il y a donc une contradiction : l'eau est supposée liquide, et pourtant à la température trouvée elle devrait être solide. ***L'hypothèse d'eau complètement liquide est donc fausse.***

***2 -** Si l'eau est présente à la fois sous forme liquide et solide, alors la température finale est forcément*

$$\boxed{T_F = T_{fus} = 0\,^\circ\mathrm{C}\,.}$$

***Question d'analyse 4** - Pourquoi la température finale ne peut-elle pas valoir autre chose que T_{fus} ?*

La transformation se décompose cette fois de la façon suivante :

- *la température de l'eau liquide passe de T_1 à T_{fus} ;*
- *une masse $x\, m_{gl}$ $(0 < x < 1)$ de glace fond, mais sa température ne varie pas.*

Le bilan d'enthalpie s'écrit donc :

$$\Delta H \underset{\text{1er P}}{\overset{\uparrow}{=}} 0+0 \underset{\text{transf}}{\overset{\uparrow}{=}} \underbrace{m_{liq}\, c\,(T_F - T_{fus})}_{\text{liquide}} + \underbrace{x\, m_{gl}\,\Delta_{fus}h}_{\text{glace}}$$

***Question d'analyse 5** - Pourquoi x apparaît-il dans le terme associé à la glace et pas dans celui associé à l'eau liquide ?*

On en déduit

$$\boxed{x = \frac{m_{liq}\, c\,(T_1 - T_{fus})}{m_{gl}\,\Delta_{fus}h} = 0{,}51\,.}$$

Cette valeur est physiquement acceptable : on en déduit que l'hypothèse est validée. Ainsi, dans l'état final, le calorimètre contient 1,25 kg d'eau liquide et 0,25 kg de glace, le tout à 0 °C.

***Question d'analyse 6** - Quelles auraient été les valeurs de x qui auraient donné lieu à une contradiction entre l'hypothèse faite et le résultat ?*

> *Attention à la cohérence physique des hypothèses lors de la construction de la transformation auxiliaire : si l'eau liquide refroidit, alors pour conserver l'enthalpie il faut nécessairement que de la glace fonde. Ceci étant, dans le cas où vous auriez supposé que l'eau refroidissait puis gelait, vous auriez abouti à une contradiction.*

Exercice 5 : Sorbet fait maison

1 | 1 |

- *Transitoire thermique ;*
- *Changement d'état.*

Une sorbetière est une machine permettant de fabriquer des glaces faites maison. La préparation (basiquement fruits, eau et sucre), sortie du réfrigérateur, est versée dans un bol sorti du congélateur. Ce bol contient une solution saline dont la fusion progressive permet de récupérer une grande quantité d'énergie à basse température [2], et donc de refroidir efficacement la préparation. Un petit moteur fait tourner une pale qui agite le mélange, jusqu'à la prise en glace.

2. Exactement comme les blocs bleus que vous emmenez en pique-nique.

On modélise l'ensemble de la façon suivante :
- ▷ la préparation de masse m est initialement liquide à 0 °C, elle commence à solidifier dès qu'elle est versée ;
- ▷ le bol de la sorbetière demeure à température constante $T_0 = -15\,°C$;
- ▷ la température T du mélange est uniforme ;
- ▷ la puissance thermique échangée entre le mélange et le bol de la sorbetière s'écrit $\mathcal{P} = \alpha(T - T_0)$;
- ▷ les échanges thermiques avec l'air sont négligés pour simplifier.

On note c la capacité thermique massique de la glace, et $\Delta_{\text{fus}}h$ son enthalpie de fusion.

1 - Quelle est la durée nécessaire à ce que le mélange solidife complètement ?

2 - La glace est meilleure à déguster à $T^\star = -8\,°C$. Combien de temps supplémentaire faudra-t-il patienter une fois la glace totalement solidifiée avant de se régaler ?

✎ ***Correction*** — *Notre système est la préparation qui prend en glace, qui solidifie puis refroidit en cédant une puissance $\mathcal{P}$ au bol de la sorbetière.*

$$\boxed{\text{ice cream}} \xrightarrow{\mathcal{P}} \text{bol de la sorbetière}$$

Question d'analyse 1 *- Pourquoi est-on ici certain du sens d'algébrisation de $\mathcal{P}$?*

1 - *Pendant toute la durée Δt_{sol} de la solidification, la puissance $\mathcal{P}$ est constante : on peut donc procéder à un bilan d'enthalpie global.*

Question d'analyse 2 *- Justifier que $\mathcal{P}$ est constante.*

Ce bilan s'écrit

$$\Delta H \underset{\substack{\uparrow \\ \text{1er P}}}{=} -\mathcal{P}\,\Delta t_{sol} = -\alpha(T_{fus} - T_0)\,\Delta t_{sol} \underset{\substack{\uparrow \\ \text{transf}}}{=} -m\,\Delta_{fus}h \qquad \text{d'où} \qquad \boxed{\Delta t_{sol} = \frac{m\,\Delta_{fus}h}{\alpha(T_{fus} - T_0)}\,.}$$

Question d'analyse 3 *- Justifier le signe ⊖ dans l'expression de ΔH fournie par le premier principe.*

Question d'analyse 4 *- Même question pour celle impliquant l'enthalpie de changement d'état.*

Question d'analyse 5 *- Proposer deux tests de vraisemblance sur les dépendances en m et T_0.*

2 - *Cette fois, la température de la glace varie donc $\mathcal{P}$ n'est plus constante : il va falloir passer par une équation différentielle. On procède à un bilan d'enthalpie pour une durée infinitésimale dt, qui s'écrit*

$$dH \underset{\substack{\uparrow \\ \text{1er P}}}{=} -\mathcal{P}\,dt = -\alpha(T - T_0)\,dt \underset{\substack{\uparrow \\ \text{Joule}}}{=} mc\,dT\,.$$

En divisant de part et d'autre par dt et en réorganisant, on en déduit l'équation différentielle

$$\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}t} + \frac{\alpha}{mc}T = \frac{\alpha}{mc}T_0$$

Question d'analyse 6 *- Pourquoi le bilan enthalpique ne fait-il plus apparaître l'enthalpie de fusion ?*

En posant $\tau = mc/\alpha$, cette équation différentielle se résout en

$$T(t) = A\,\mathrm{e}^{-t/\tau} + T_0\,,$$

avec à l'instant initial

$$T(t{=}0) \underset{\substack{\uparrow \\ \text{CI}}}{=} T_{fus} \underset{\substack{\uparrow \\ \text{expr}}}{=} A + T_0 \qquad \text{soit} \qquad A = T_{fus} - T_0$$

et ainsi

$$T(t) = (T_{fus} - T_0)\,\mathrm{e}^{-t/\tau} + T_0\,.$$

> *Maintenant que vous savez bien faire, il est inutile voire contre-productif de sur-rédiger les résolutions d'équation différentielle en détaillant solution homogène, etc. : la solution particulière s'affirme sans démonstration, et vous pouvez/devez donner directement la solution complète. Seul la condition initiale mérite une ligne de calcul.*

Question d'analyse 7 *- Justifier la condition initiale.*

La température de la glace est égale à $T^\star$ au bout d'une durée t telle que

$$(T_{fus} - T_0)\,\mathrm{e}^{-t/\tau} + T_0 = T^\star \qquad \text{soit} \qquad \mathrm{e}^{-t/\tau} = \frac{T^\star - T_0}{T_{fus} - T_0}$$

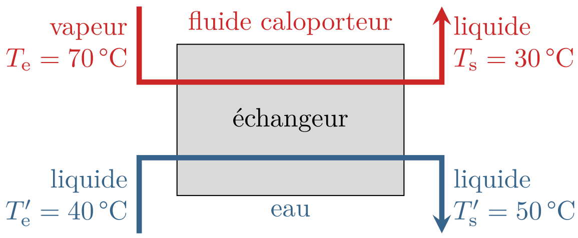
et ainsi

$$\boxed{t = \tau \ln \frac{T_{fus} - T_0}{T^\star - T_0}\,.}$$

Transformations finies

Exercice 6 : Condenseur d'une pompe à chaleur 1 | 2 |

▷ *Changement d'état.*



Cet exercice s'intéresse à l'un des composants d'une pompe à chaleur, le condenseur, dont le principe est schématisé ci-contre. Un fluide caloporteur à l'état gazeux, préalablement porté à la température T_e par compression, y est mis en contact avec l'eau liquide à réchauffer, initialement à la température T'_e. Le fluide caloporteur se refroidit et se liquéfie au sein de l'échangeur, tandis que l'eau se réchauffe. L'évolution de chaque fluide est isobare. L'ensemble est thermiquement isolé de l'environnement.

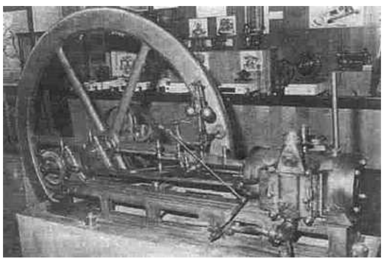
Question : Le volume d'eau à réchauffer de la sorte est de $1{,}5\,\mathrm{m}^3$ par heure de fonctionnement de la PAC. Déterminer la masse de fluide caloporteur qu'il faut refroidir pendant cette durée.

Données : en considérant le R410a sous 22 bar comme fluide caloporteur,

▷ température de vaporisation : $T_{vap} = 35\,°C$;
▷ enthalpie de vaporisation : $\Delta_{vap}h = 170\,\mathrm{kJ\cdot kg^{-1}}$;
▷ capacités thermiques du R410a : $c_{vap} = 0{,}8\,\mathrm{kJ\cdot kg^{-1}}$ et $c_{liq} = 1{,}7\,\mathrm{kJ\cdot kg^{-1}}$;
▷ capacité thermique de l'eau liquide : $c' = 4{,}2\,\mathrm{kJ\cdot kg^{-1}}$.

Exercice 7 : Cycle de Lenoir 1 | 2 |

▷ *Gaz parfait ;*
▷ *Premier principe.*



Le cycle de Lenoir est un modèle idéalisé de cycle moteur à deux temps, proposé par Étienne Lenoir en 1860 pour décrire le fonctionnement du moteur à gaz qu'il avait mis au point l'année précédente. On raisonne sur le mélange air-carburant présent dans la chambre de combustion du moteur, modélisé par un gaz parfait d'exposant adiabatique γ formant un système fermé de quantité de matière n_0 Après l'admission d'air dans la chambre de combustion, l'état du mélange (P_1, V_1, T_1) est supposé connu. Le cycle qu'il subit se compose des étapes suivantes :

▷ $1 \to 2$: explosion isochore jusqu'à la pression P_2 ;
▷ $2 \to 3$: détente isotherme jusqu'à un volume $V_3 = 2V_1$;
▷ $3 \to 1$: compression isobare modélisant le renouvellement du mélange (échappement, admission, injection de carburant, inflammation).

1 - Déterminer les caractéristiques P, T, V des points ② et ③ du cycle en fonction uniquement de celles du point ①.

2 - Déterminer l'équation d'une isotherme d'un gaz parfait dans le diagramme de Watt (P, V), c'est-à-dire une équation de la forme $P = f(V)$. En déduire la représentation du cycle.

3 - Calculer l'énergie Q_{expl} reçue par le mélange lors de l'explosion, à exprimer en fonction de P_1, V_1 et γ. On rappelle que la capacité thermique molaire isochore d'un gaz parfait vaut $C_{V,m} = R/(\gamma - 1)$.

4 - Calculer le travail moteur W_m fourni au cours du cycle complet, à exprimer également en fonction de P_1 et V_1.

5 - En déduire le rendement du cycle $\eta = W_m/Q_{expl}$.

> ***Remarque culturelle :*** *Un défaut majeur de ce modèle de cycle historique est la modélisation de la deuxième étape. Considérer la détente isotherme n'est pas l'hypothèse la plus pertinente, une modélisation adiabatique est plus conforme à la réalité ... mais en 1860 ces notions étaient encore en construction !*

Exercice 8 : Modèle de Müzer d'une centrale solaire à concentration — 2 | 2 |

▷ *Machine thermique.*

Convertir l'énergie solaire en électricité se fait généralement via des panneaux photovoltaïques, mais ce n'est pas la seule technologie possible. On s'intéresse ici au solaire thermodynamique à concentration : la lumière solaire chauffe un absorbeur, au contact duquel de l'eau est vaporisée. La détente de la vapeur dans une turbine permet de mettre en rotation un alternateur, presque comme dans une centrale électrique « traditionnelle ».

L'objectif de l'exercice est d'estimer le rendement maximal de l'installation dans un modèle de type machine ditherme, appelée machine de Müzer. La difficulté vient du fait que la chaleur est reçue par l'absorbeur sous forme de rayonnement, or tout corps ne fait pas que recevoir mais émet également de la chaleur par rayonnement : l'énergie transmise au fluide n'est donc pas directement l'énergie reçue par l'absorbeur, puisque celui-ci en rayonne une partie dans l'environnement. La loi de Stefan-Boltzmann indique que la puissance surfacique (en $\mathrm{W \cdot m^{-2}}$) rayonnée par un corps à la température T est donnée par

$$\phi = \sigma T^4 \qquad \text{avec } \sigma \text{ une (combinaison de) constantes fondamentales.}$$

On raisonne avec les notations de la figure 1, toutes les énergies échangées étant positives.

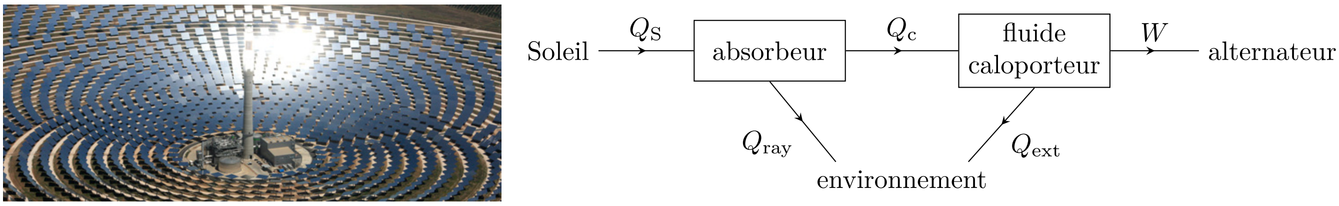


Figure 1 – Centrale solaire à concentration. Gauche : La lumière solaire est déviée par les miroirs vers un absorbeur se trouvant au sommet de la tour centrale. Droite : Schéma de principe des échanges énergétiques, le fluide caloporteur étant généralement de l'eau.

1 - On note d la distance Terre-Soleil et R_S le rayon du Soleil. Justifier que la puissance surfacique solaire reçue sur Terre vaut

$$\phi_\mathrm{S} = \frac{R_\mathrm{S}^2}{d^2} \sigma T_\mathrm{S}^4 \,.$$

2 - En raisonnant sur un absorbeur de surface S et température T_abs, montrer que le rapport entre l'énergie Q_c transmise au fluide caloporteur et l'énergie solaire reçue Q_S vaut

$$\frac{Q_\mathrm{c}}{Q_\mathrm{S}} = 1 - \frac{d^2}{R_\mathrm{S}^2} \frac{T_\mathrm{abs}^4}{T_\mathrm{S}^4}$$

3 - Exprimer les principes thermodynamiques appliqués au fluide caloporteur pour un cycle de fonctionnement.

4 - Le rendement de l'installation est défini par $\eta = W/Q_\mathrm{S}$. Justifier qualitativement la définition, et montrer que

$$\eta = \frac{W}{Q_\mathrm{S}} \leq \left(1 - \frac{T_\mathrm{ext}}{T_\mathrm{abs}}\right) \left(1 - \frac{d^2}{R_\mathrm{S}^2} \frac{T_\mathrm{abs}^4}{T_\mathrm{S}^4}\right)$$

5 - La courbe de gauche de la figure 2 représente le rendement de Müzer η en fonction de la température de l'absorbeur. Commenter l'ordre de grandeur des valeurs obtenues en comparant à d'autres valeurs de rendement que vous connaissez. Expliquer qualitativement pourquoi le rendement de la machine de Müzer s'annule si la température de l'absorbeur est trop faible ou trop élevée.

Pour améliorer le rendement, une solution consiste à concentrer la lumière solaire sur l'absorbeur à l'aide de dispositifs optiques, généralement des miroirs comme on peut le voir sur la figure 1. Ainsi, seule la surface S de l'absorbeur rayonne mais tout se passe comme s'il absorbait l'énergie solaire reçue sur une surface $S' > S$ correspondant approximativement à la surface des miroirs. Le rapport $C = S'/S$ est appelé facteur de concentration.

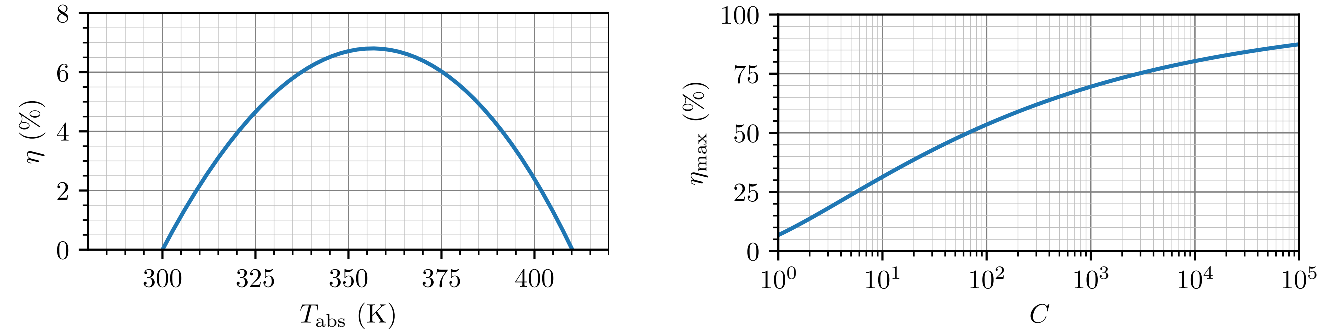


Figure 2 – Rendementd'une machine de Müzer. Gauche : rendement maximal d'une machine de Müzer en fonction de la température de l'absorbeur. Droite : optimum de rendement d'une machine de Müzer en fonction du facteur de concentration C.

6 - Comment le résultat de la question 4 est-il modifié en fonction de C ?

7 - La courbe de droite de la figure 2 représente l'optimum de rendement en fonction du facteur de concentration C. Commenter les valeurs obtenues, sachant que $C \simeq 100$ dans les installations actuelles et atteindra 1000 dans les projets en développement. La limite théorique dans laquelle l'absorbeur recevrait de la lumière issue de toutes les directions donne $C \simeq 45\,000$.

Exercice 9 : Bilan d'entropie

oral banque PT | 2 | 2

- *Changement d'état ;*
- *Second principe.*

On dipose d'un litre d'eau à 20 °C que l'on met en contact avec un thermostat à 100 °C pour le vaporiser. Le thermostat est idéal et évolue de façon réversible. On indique qu'au cours d'une transformation $1 \to 2$, l'entropie d'un liquide de capacité thermique C varie de

$$\Delta S = C \ln \frac{T_2}{T_1} \,.$$

1 - Calculer la variation d'entropie de l'eau, du thermostat et l'entropie créée.

2 - Reprendre la question si l'opération est réalisée en deux temps en commençant par un thermostat intermédiaire à 60 °C. Comparer les résultats obtenus pour les deux transformations.

Données :
- capacité thermique massique de l'eau liquide : $c = 4{,}18\,\mathrm{kJ \cdot K^{-1} \cdot kg^{-1}}$;
- enthalpie de vaporisation de l'eau : $\Delta_{\text{vap}} h = 2{,}26 \cdot 10^3\,\mathrm{kJ \cdot kg^{-1}}$.

Exercice 10 : Masse posée sur un piston

oral banque PT | 2 | 2

- *Bilan d'entropie ;*
- *Approche de la réversibilité.*

Considérons une enceinte hermétique, diatherme, fermée par un piston de masse négligeable pouvant coulisser sans frottement. Cette enceinte contient un gaz supposé parfait. Elle est placée dans l'air, à température T_0 et pression P_0.

1 - On place une masse m sur le piston. Déterminer les caractéristiques du gaz une fois l'équilibre thermique et mécanique atteint.

2 - Déterminer le transfert thermique échangé et l'entropie créée.

3 - On réalise la même expérience, mais en N étapes successives, par exemple en ajoutant du sable « grain à grain ». On s'intéresse à la limite $N \to \infty$. Que peut-on dire de la température au cours de la transformation ? Déterminer l'entropie créée.

Donnée : variation d'entropie de n mol de gaz parfait au cours d'une transformation $(T_I, P_I) \to (T_F, P_F)$

$$\Delta S = \frac{\gamma n R}{\gamma - 1} \ln \frac{T_F}{T_I} - nR \ln \frac{P_F}{P_I} \,.$$

Transitoires thermiques

Exercice 11 : Chauffage isobare d'un gaz parfait 1 | 1

▷ *Transitoire thermique.*

On considère une enceinte calorifugée, fermée par un piston libre de coulisser sans frottements, contenant un gaz parfait. La pression extérieure est notée p_0. Initialement, le volume de l'enceinte est V_0, la température et la pression du gaz T_0 et p_0. Cette enceinte renferme une résistance, alimentée par un générateur de courant idéal délivrant l'intensité I. La résistance varie avec la température selon la loi $R(T) = R_0 T/T_0$.

1 - Déterminer l'évolution de la température du gaz au cours du temps.

2 - En déduire l'expression de l'évolution du volume au cours du temps.

Exercice 12 : Chauffage par une bouilloire 2 | 2 |

▷ *Choix du système thermodynamique ;*
▷ *Transitoire thermique.*

Cet exercice a pour but de déterminer le rendement d'une bouilloire électrique, c'est-à-dire la fraction d'énergie électrique réellement transmise à l'eau qu'il faut chauffer. Au fond de la bouilloire se trouve une résistance électrique [3], la puissance dissipée par effet Joule dans la résistance permettant de chauffer l'eau. L'échange thermique entre la résistance et l'eau est décrite par un coefficient d'échange K : la puissance thermique ϕ reçue par l'eau s'écrit

$$\phi = K(T_\mathrm{r} - T)\,,$$

avec T la température de l'eau et T_r celle de la résistance.

On s'intéresse à une bouilloire consommant une puissance de 2 kW, alimentée par le réseau EDF dont la tension efficace est de 230 V. On place $m = 1\,\mathrm{kg}$ d'eau dans la bouilloire, dont on mesure la température au cours du temps.

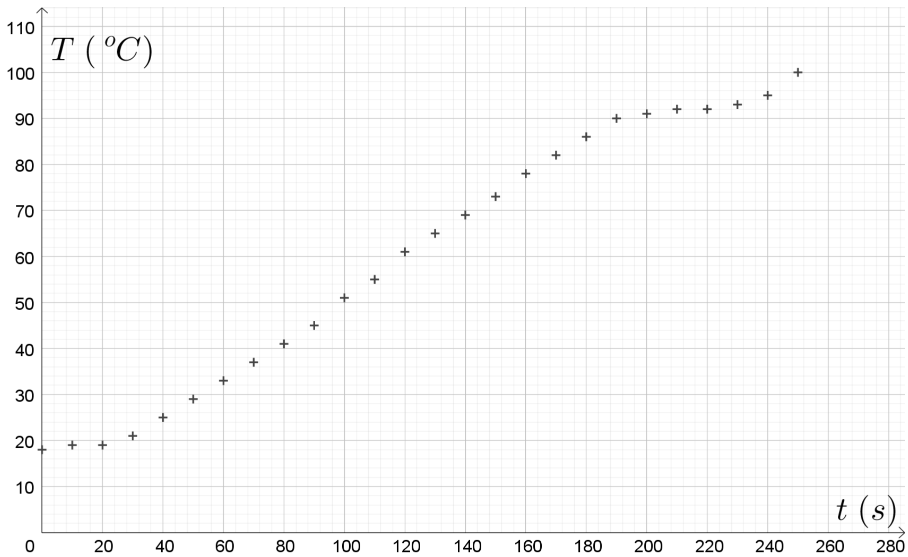


Figure 3 – Température mesurée dans la bouilloire au cours du temps.

Données :

▷ masse volumique de l'eau : $\mu = 1{,}0 \cdot 10^3\,\mathrm{kg \cdot m^{-3}}$;
▷ capacité thermique massique de l'eau : $c = 4{,}2\,\mathrm{kJ \cdot K^{-1} \cdot kg^{-1}}$;
▷ capacité thermique de la résistance : $C_\mathrm{r} \simeq 10\,\mathrm{J \cdot K^{-1}}$;
▷ coefficient d'échange : $K \simeq 200\,\mathrm{W \cdot K^{-1}}$.

3. Entouré d'une gaine isolante pour des questions de sécurité électrique ! ... mais dont on néglige le rôle thermodynamique.

1 - Calculer la résistance électrique R de la bouilloire et l'intensité I qui la parcourt.

2 - Établir deux équations différentielles couplées vérifiées par les températures T de l'eau et T_r de la résistance.

3 - Montrer que l'écart de température $T_\mathrm{r} - T$ vérifie l'équation

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(T_\mathrm{r} - T) + \frac{K}{C_\mathrm{r}}\left(1 + \frac{C_\mathrm{r}}{mc}\right)(T_\mathrm{r} - T) = \frac{RI^2}{C_\mathrm{r}}\,.$$

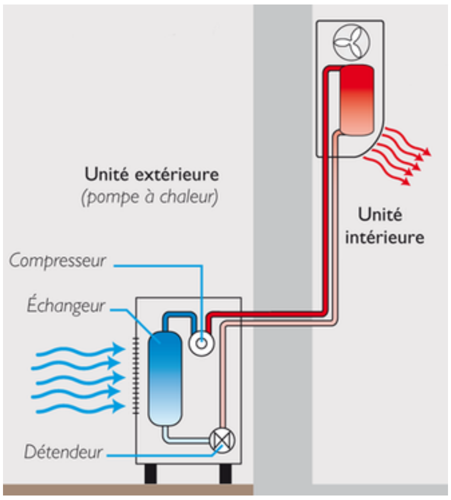
4 - En déduire que cet écart peut raisonnablement être considéré constant tout au long de l'expérience. L'exprimer en faisant les approximations qui s'imposent.

5 - Déterminer la loi d'évolution $T(t)$ de la température de l'eau. Proposer une interprétation aux écarts avec la courbe expérimentale.

6 - Le rendement de la bouilloire est défini comme le rapport entre l'énergie réellement reçue par l'eau pour atteindre 90 °C et celle consommée par la bouilloire pendant la durée correspondante. Le calculer. Que devient l'énergie perdue ?

Exercice 13 : Chauffage par une pompe à chaleur — 2 | 2

- *Transitoire thermique ;*
- *Machine thermique.*



Une pompe à chaleur (abrégée PAC) est une machine thermique permettant d'effectuer un transfert thermique effectif de sens opposé au sens naturel, c'est-à-dire « du froid vers le chaud ». Dans une PAC, un fluide caloporteur est en écoulement dans un circuit passant alternativement à l'extérieur et à l'intérieur de la maison à chauffer. Rappelons que dans ce contexte l'extérieur de la maison est qualifié de « source froide » et l'intérieur de « source chaude ». À l'extérieur de la maison, le fluide reçoit une puissance thermique $\mathcal{P}_\mathrm{f} > 0$ ainsi qu'une puissance mécanique $\mathcal{P}_\mathrm{m} > 0$ au sein du compresseur, et à l'intérieur il reçoit une puissance thermique algébrique $\mathcal{P}_\mathrm{c} < 0$, ce qui revient à dire que le fluide restitue un transfert thermique à l'intérieur de la maison.

Cet exercice s'intéresse à l'évolution de la température intérieure T_c lorsque la PAC est mise en marche alors que la température extérieure T_f est constante.

Hypothèses de travail :

- Puissance du compresseur $\mathcal{P}_\mathrm{m} = \mathrm{cte}$;
- Le démarrage de la PAC est de durée négligeable : celle-ci est toujours supposée en régime permanent ;
- Les pertes thermiques au travers des murs de la maison sont également négligées ;
- Toutes les évolutions thermodynamiques de la PAC sont considérées réversibles.

1 - Par application des principes de la thermodynamique au fluide caloporteur de la PAC pendant une durée infinitésimale dt, établir deux relations entre les puissances échangées et les températures des sources.

2 - Établir une relation supplémentaire en appliquant le premier principe à l'intérieur de la maison, de capacité thermique totale C, incluant l'air, les murs, le mobilier, etc.

3 - En déduire que la température T_c de la source chaude vérifie la relation

$$\left(1 - \frac{T_\mathrm{f}}{T_\mathrm{c}}\right)\frac{\mathrm{d}T_\mathrm{c}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathcal{P}_\mathrm{m}}{C}\,.$$

4 - En déduire la durée de chauffage τ nécessaire pour que la température intérieure s'élève de T_0 à $T_0 + \Delta T$.

Exercice 14 : Moteur avec pseudo-source

oral banque PT | 2 | 2

▷ *Transformations infinitésimale ;*
▷ *Moteur ditherme.*

On étudie un moteur ditherme réversible dont la source chaude est un réservoir contenant 1 kg d'eau liquide à température initiale 100 °C et la source froide l'atmosphère à température constante 20 °C. On suppose que la source chaude échange uniquement avec le moteur.

Donnée : capacité thermique de l'eau $c = 4{,}2\,\mathrm{kJ\cdot K^{-1}\cdot kg^{-1}}$.

1 - Établir le rendement d'un moteur ditherme réversible.

2 - Pendant un cycle infinitésimal, la température du réservoir varie de $\mathrm{d}T_\mathrm{c}$. Déterminer la chaleur δQ_c reçue par le moteur lors de ce cycle. Déterminer le travail fourni par le moteur lors du cycle infinitésimal.

3 - Quand et pourquoi le moteur s'arrêtera-t-il de fonctionner ? Calculer le travail total fourni par le moteur.

4 - Ce moteur sert à entraîner un treuil qui soulève une masse de 10 kg. De quelle hauteur la masse est-elle soulevée pendant la durée totale de fonctionnement du moteur ?

Problème ouvert

Un problème ouvert demande de l'initiative dans le raisonnement mené. Pour aborder un tel exercice, il peut notamment être utile de faire un schéma modèle, d'identifier et nommer les grandeurs pertinentes, de proposer des hypothèses simplificatrices, de décomposer le problème en des sous-problèmes simples, etc. Le candidat peut également être amené à proposer des valeurs numériques raisonnables pour les grandeurs manquantes ... et à l'inverse toutes les valeurs données ne sont pas forcément utiles. Le tout est évidemment à adapter à la situation proposée !

Exercice 15 : Combien de glaçons dans le jus de fruits ?

3 | 1

▷ *Problème ouvert ;*
▷ *Changement d'état.*

Par une chaude journée d'été, vous avez oublié de mettre au frigo le jus de fruits de l'apéritif. Combien de glaçons devez-vous y ajouter pour qu'il soit aussi rafraîchissant ?

Données :
▷ enthalpie massique de fusion de l'eau : $3{,}3\cdot 10^2\,\mathrm{kJ\cdot kg^{-1}}$;
▷ capacité thermique massique de l'eau liquide : $4{,}2\,\mathrm{kJ\cdot K^{-1}\cdot kg^{-1}}$;
▷ capacité thermique massique de l'eau solide : $2{,}1\,\mathrm{kJ\cdot K^{-1}\cdot kg^{-1}}$;