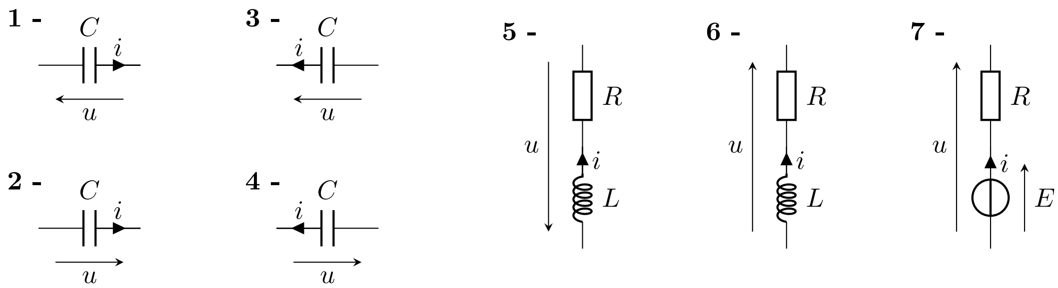
Électronique 1 – Travaux dirigés — Langevin-Wallon, PTSI 2017-2018

Fondements de l'électrocinétique en régime quasi-stationnaire

Exercices

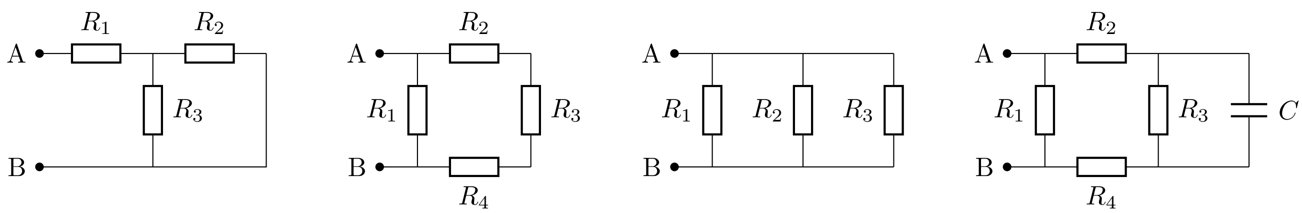
Exercice 1 : Conventions générateur et récepteur [♦◊◊]

Pour chacun des dipoles ci-dessous, préciser si le courant i le traversant et la tension u à ses bornes sont orientés en convention générateur et récepteur, puis donner sa loi de comportement entre u et i, impliquant éventuellement leurs dérivées.

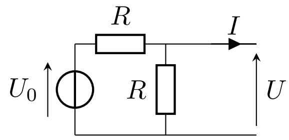


Exercice 2 : Associations de résistances [♦◊◊]

Pour chacun des circuits ci-dessous, indiquer si les différents résistors sont montés en série, en parallèle, ou ni l'un ni l'autre. Lorsqu'elle existe, calculer la résistance équivalente vue entre les points A et B.



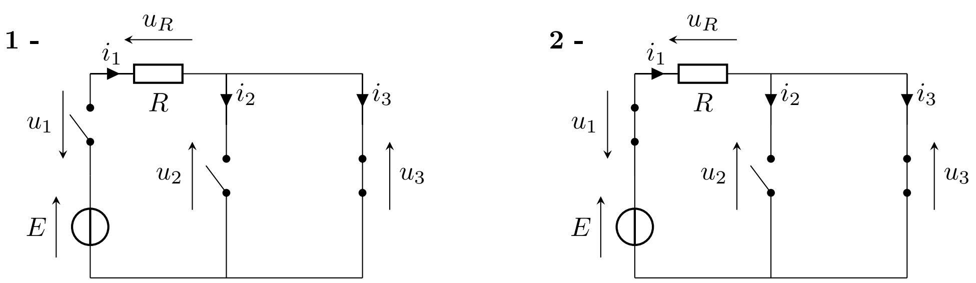
Exercice 3 : Générateur équivalent [♦♦◊]



Établir la relation entre U et I pour le dipôle ci-contre. En déduire qu'il est équivalent à un générateur de Thévenin de f.é.m. E et résistance interne r à déterminer.

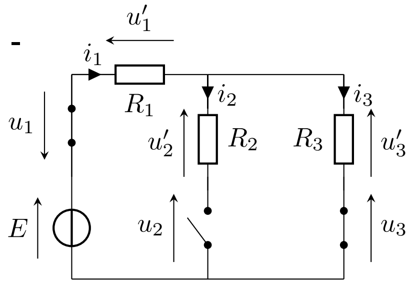
Exercice 4 : Circuits simples [♦♦◊]

Déterminer toutes les intensités et tensions indiquées dans les circuits ci-dessous en fonction des forces électromotrices ou courant de court-circuit des générateurs et des résistances.

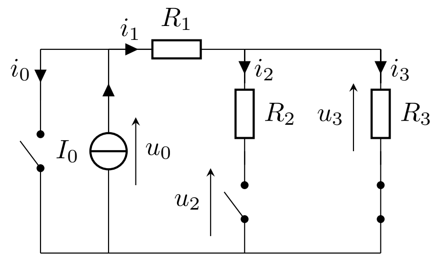


Étienne Thibierge, 30 octobre 2017, www.etienne-thibierge.fr

3 -



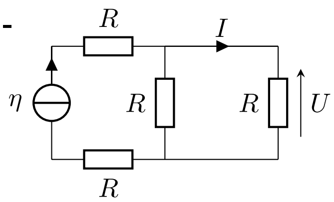
4 -



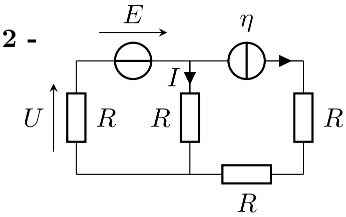
Exercice 5 : Circuits simples (bis) [♦♦◇]

Pour les deux circuits ci-dessous, exprimer la tension U et l'intensité I en fonction de η, E et R.

1 -



2 -



Exercice 6 : Adaptation d'impédance [♦♦◇]

Considérons un circuit où un générateur de force électromotrice E et de résistance interne r débite dans une résistance variable R.

1 - Exprimer la puissance $\mathcal{P}_R$ reçue par la résistance R.

2 - Exprimer la puissance totale $\mathcal{P}_{\text{tot}}$ fournie par le générateur, incluant donc la puissance dissipée par r.

3 - Justifier qu'il existe une valeur $R^\star$ de R pour laquelle la puissance $\mathcal{P}_R$ est maximale. On dit dans ce cas que le générateur et la résistance sont adaptés. Exprimer $R^\star$ en fonction de r.

4 - Calculer alors le rendement défini par $\rho = \mathcal{P}_R/\mathcal{P}_{\text{tot}}$. Commenter.

Exercice 7 : Influence de la résistance d'entrée d'un oscilloscope [♦♦◇]

En régime continu, l'étage électronique d'entrée d'un oscilloscope peut se modéliser par sa seule résistance d'entrée $R_\text{e} = 1\,\text{M}\Omega$.

1 - On connecte un générateur de résistance interne $r = 50\,\Omega$ sur l'entrée de l'oscilloscope. Quelle erreur relative commet-on en confondant la f.é.m. E du générateur et la tension U mesurée par l'oscilloscope ? Conclure.

2 - Le capteur électrochimique d'un pH-mètre se modélise par un générateur non-idéal de résistance interne égale à $500\,\text{k}\Omega$. Quelle erreur relative de mesure fait-on en reliant directement le pH-mètre à l'oscilloscope ?

3 - On place entre le pH-mètre et l'oscilloscope un adaptateur, qui a pour effet de présenter une résistance d'entrée de $10\,\text{M}\Omega$ au pH-mètre. Que devient l'erreur relative précédente ?

Exercice 8 : Répétiteur vidéo [♦♦◇]

Dans le domaine de la transmission de signaux vidéos, la norme impose d'utiliser des résistances d'entrée et de sortie égales à $75\,\Omega$. Cela permet d'imposer que l'amplitude crête à crête des signaux garde sa valeur nominale de $1\,\text{V}$, nécessaire à une bonne transmission de l'information.

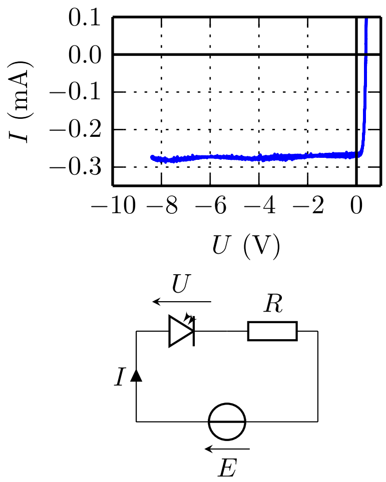
On considère dans cet exercice un répétiteur, c'est-à-dire un bloc fonctionnel reproduisant en parallèle sur plusieurs sorties un signal identique à celui qu'il reçoit dans sa voie d'entrée. Le schéma équivalent à chacune des voies de sortie se compose d'une source idéale de tension s et d'une résistance interne valant $75\,\Omega$.

1 - Proposer un schéma équivalent à la voie de sortie d'un répétiteur connecté à un écran de résistance d'entrée $75\,\Omega$.

2 - En déduire la valeur à donner à s afin que la tension à l'entrée de l'écran ait pour amplitude $1\,\text{V}$.

3 - Pour tester le bon fonctionnement d'une des voies du répétiteur, un réparateur débranche la sortie correspondante et la connecte à un voltmètre. Quelle est la valeur de tension mesurée ? Comment procéder pour observer une tension d'amplitude égale à celle de la tension d'entrée de l'écran ?

Exercice 9 : Point de fonctionnement d'une photodiode [♦♦◊]

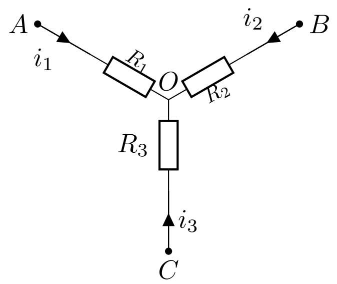


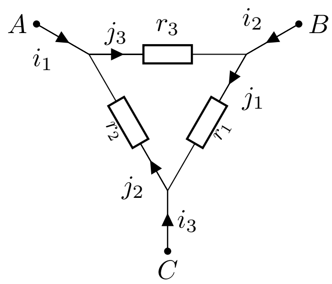
Une photodiode est un récepteur de lumière qui se comporte lorsqu'il est éclairé comme une diode montée en parallèle d'une source de courant. Le courant fourni dépend de l'éclairement lumineux reçu par la photodiode. La caractéristique courant–tension $I = f(U)$ de la photodiode tracée ci-contre est mesurée en convention récepteur en l'éclairant avec une lampe halogène.

La photodiode est ensuite montée en série avec une résistance $R = 10\,\mathrm{k\Omega}$ et un générateur de force électromotrice $E = -4\,\mathrm{V}$, dans un montage dit à résistance de charge.

Trouver le point de fonctionnement du montage, c'est-à-dire la valeur de la tension U aux bornes de la photodiode et du courant I la traversant.

Exercice 10 : Équivalence triangle-étoile [♦♦♦]





On considère les deux circuits ci-contre, appelés montage étoile (à gauche) et triangle (à droite). Pour des valeurs bien choisies des résistances ces deux circuits peuvent être équivalents. On suppose connues les résistances r_i de la configuration triangle et on cherche les résistances R_j de la configuration étoile.

1 - Exprimer le plus simplement possible la tension U_{AB} en fonction de certaines résistances et certains courants pour les deux montages.

2 - Exprimer j_3 en fonction de i_1 et i_2.

3 - En déduire les expressions de R_1 et R_2 pour que les circuits soient équivalents.

4 - En déduire l'expression de R_3 par analogie.

Résolution de problème

Pour aborder un exercice de type résolution de problème, il peut notamment être utile de faire un schéma modèle, d'identifier et nommer les grandeurs pertinentes, d'utiliser l'analyse dimensionnelle, de proposer des hypothèses simplificatrices, de décomposer le problème en des sous-problèmes simples, etc. Le candidat peut également être amené à proposer des valeurs numériques raisonnables pour les grandeurs manquantes ... et toutes les valeurs données ne sont pas forcément utiles. Le tout est évidemment à adapter à la situation proposée !

Exercice 11 : Autonomie d'un éclairage pour vélo [♦♦♦]

De plus en plus de lampes pour vélo fonctionnent à partir de LED (*light emitting diode*). Le très bon rendement de ces sources lumineuses permet de produire un éclairement de 10 à 20 lux en ne consommant qu'environ 5 W. Une telle lampe est alimentée par quatre piles rechargeables montées en série, chacune de fém 1,5 V et de capacité 800 mAh.

Une LED est une source lumineuse dont le fonctionnement repose sur des processus intrinsèquement quantiques. On peut considérer en bonne approximation qu'un électron passant dans la LED donne naissance à exactement un photon.

Donnée : constante de Planck $h = 6{,}6 \cdot 10^{-34}\,\mathrm{J\cdot s}$.

1 - Déterminer l'autonomie d'une lampe de vélo à LED.

2 - Montrer qu'il est nécessaire d'utiliser plusieurs piles pour que la lampe fonctionne.

Électronique 1 – Correction des travaux dirigés Langevin-Wallon, PTSI 2017-2018

Fondements de l'électrocinétique en régime quasi-stationnaire

Exercices

Exercice 1 : Conventions générateur et récepteur

1 Convention récepteur, donc $i = C\dfrac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}$.

2 Convention générateur, donc $i = -C\dfrac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}$.

3 Convention générateur, donc $i = -C\dfrac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}$.

4 Convention récepteur, donc $i = C\dfrac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}$.

5 Convention récepteur pour la résistance comme pour la bobine, donc d'après la loi d'additivité des tensions $u = R\,i + L\,\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$.

6 Convention générateur pour la résistance comme pour la bobine, donc d'après la loi d'additivité des tensions $u = -R\,i - L\,\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$.

7 La f.é.m. E est fléchée dans le même sens que u et la résistance est prise en convention générateur, donc d'après la loi d'additivité des tensions $u = E - Ri$.

Exercice 2 : Associations de résistances

1 R_2 et R_3 sont montées en parallèles, l'association est équivalente à R_{23} définie par

$$\frac{1}{R_{23}} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \qquad \text{soit} \qquad R_{23} = \frac{R_2\,R_3}{R_2 + R_3}\,.$$

R_1 est alors montée en série avec R_{23}, ce qui est finalement équivalent à

$$R_{\text{éq}} = R_1 + R_{23} \qquad \text{soit} \qquad \boxed{R_{\text{éq}} = R_1 + \frac{R_2\,R_3}{R_2 + R_3}}$$

2 Les trois résistances R_2, R_3 et R_4 sont montées en série, l'association est équivalente à

$$R_{234} = R_2 + R_3 + R_4\,.$$

R_1 est alors montée en parallèle avec R_{234}, ce qui donne une résistance $R_{\text{éq}}$ équivalente à l'ensemble valant

$$\frac{1}{R_{\text{éq}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_{234}} = \frac{R_1 + R_{234}}{R_1\,R_{234}} \qquad \text{soit} \qquad \boxed{R_{\text{éq}} = \frac{R_1(R_2 + R_3 + R_4)}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4}}$$

3 Les trois résistances sont montées en parallèles, donc l'association est équivalente à $R_{\text{éq}}$ telle que

$$\frac{1}{R_{\text{éq}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \qquad \text{soit} \qquad R_{\text{éq}} = \frac{R_1\,R_2\,R_3}{R_1\,(R_2 + R_3) + R_2\,(R_1 + R_3) + R_3\,(R_1 + R_2)}$$

et enfin

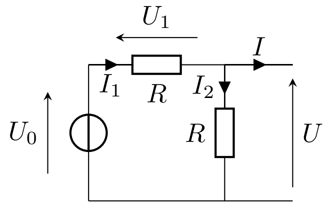
$$\boxed{R_{\text{éq}} = \frac{R_1\,R_2\,R_3}{2\,(R_1\,R_2 + R_1\,R_3 + R_2\,R_3)}\,.}$$

4 Pas grand chose à dire sur ce dernier circuit, puisque la présence du condensateur fait qu'aucune association de résistance n'est caractéristique. La résistance équivalente à l'ensemble n'existe pas.

> *Attention en particulier à ne pas dire que R_1 et R_3 sont montées en parallèle : ce n'est pas vrai à cause de la présence de R_2 et R_4.*

Exercice 3 : Générateur équivalent

> ***Méthode :*** *Comme toujours, on utilise en alternance les lois de Kirchoff et les lois de comportement. On ne travaille que sur une seule équation dans laquelle on remplace au fur et à mesure les grandeurs inconnues et inintéressantes par des grandeurs connues (ici U_0 et R) ou intéressantes (ici I et U).*



Loi des nœuds :

$$I_1 = I + I_2$$

Loi d'Ohm :

$$\frac{U_1}{R} = I + \frac{U}{R}$$

Loi des mailles : $U_0 = U + U_1$ soit $U_1 = U_0 - U$ donc

$$\frac{U_0 - U}{R} = I + \frac{U}{R}$$

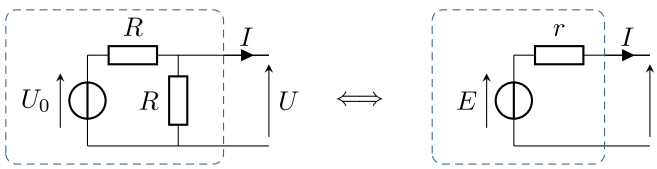
On n'a maintenant que des grandeurs connues ou intéressantes, il ne reste qu'à transformer l'équation pour exprimer U en fonction de I, ce qui donne

$$\frac{U_0}{R} - I = \frac{U}{R} + \frac{U}{R} \qquad \text{soit} \qquad U_0 - RI = 2U \qquad \text{d'où} \qquad \boxed{U = \frac{U_0}{2} - \frac{R}{2} I\,.}$$

L'association est ici orientée en convention générateur. Dans cette convention, un générateur de Thévenin a pour loi de comportement $U = E - rI$. On en déduit que **l'association est bien équivalente à un générateur de Thévenin**, dont les paramètres sont

$$\boxed{E = \frac{U_0}{2} \qquad \text{et} \qquad r = \frac{R}{2}\,.}$$

> *Attention à ne pas oublier la convention pour comparer à une loi de comportement connue.*



Exercice 4 : Circuits simples

> ***Méthode :***
>
> - *Par ceux qui sont demandés, identifier les courants et tensions évidents : tension aux bornes d'un fil et intensité dans une branche ouverte. En déduire ce qui est possible directement, la plupart du temps la tension aux bornes d'une résistance parcourue par un courant nul et celle aux bornes des dipôles court-circuités.*
> - *Essayer d'identifier des ponts diviseurs pour déterminer d'autres tensions, c'est-à-dire des résistances ou bien parcourues par le même courant ou bien soumises à la même tension.*
> - *Remplacer par des résistances équivalentes pour simplifier le circuit.*
> - *Appliquer les lois de Kirchoff, en écrivant en premier celle qui implique des grandeurs que vous*

connaissez (p.ex. inutile d'écrire la loi des nœuds si vous ne connaissez aucune intensité).

▷ *Ne pas hésiter si besoin à nommer d'autres courant et tension que ceux qui sont fléchés ... mais ne pas tomber dans l'excès qui consisterait à donner un nom à tout au risque de ne plus s'y retrouver.*

1 ▷ Ce qui est évident : $i_1 = 0$, $i_2 = 0$ et $u_3 = 0$;
▷ Ce qui s'en déduit directement : $u_R = 0$ et $u_2 = u_3$ donc $u_2 = 0$;
▷ Aucun pont diviseur ;
▷ Loi des nœuds : $i_1 = i_2 + i_3$ donc $i_1 = 0$;
▷ Loi des mailles : $E = u_1 + u_R + u_3$ d'où $u_1 = E$.

Les tensions aux bornes des interrupteurs sont cette fois définies sans ambiguïté mais ne sont pas toutes les mêmes.

2 ▷ Ce qui est évident : $i_2 = 0$, $u_1 = 0$ et $u_3 = 0$;
▷ Ce qui s'en déduit directement : $u_2 = u_3$ donc $u_2 = 0$;
▷ Aucun pont diviseur ;
▷ Loi des mailles : $E = u_1 + u_R + u_3$ d'où $u_R = E$;
▷ Loi d'Ohm : $i_1 = E/R$;
▷ Loi des nœuds : $i_1 = i_2 + i_3$ d'où $i_3 = E/R$.

3 ▷ Ce qui est évident : $u_1 = 0$, $u_3 = 0$, $i_2 = 0$;
▷ Ce qui s'en déduit directement : $u_2' = Ri_2 = 0$;
▷ Loi des nœuds : $i_1 = i_2 + i_3$ donc $i_1 = i_3$;
▷ Loi des mailles :

$$E = u_1 + u_1' + u_3' + u_3 \qquad \text{soit} \qquad E = u_1' + u_3'$$

▷ Comme R_1 et R_3 sont parcourues par le même courant alors elles forment un pont diviseur soumis à la tension E, donc

$$u_1' = \frac{R_1}{R_1 + R_3} E \qquad \text{et} \qquad u_3' = \frac{R_3}{R_1 + R_3} E$$

▷ Loi d'Ohm :

$$i_1 = i_3 = \frac{u_1'}{R_1} = \frac{E}{R_1 + R_3}$$

On pourrait bien sûr aboutir au même résultat avec $i_3 = u_3'/R_3$

4 ▷ Ce qui est évident : $i_0 = 0$ et $i_2 = 0$;
▷ Loi des nœuds : $I_0 = i_0 + i_1$ donc $i_1 = I_0$;
▷ Loi des nœuds : $i_1 = i_2 + i_3$ donc $i_3 = I_0$;
▷ Loi d'Ohm : $u_3 = R_3 I_0$;
▷ Loi des mailles : $u_2 + R_2 i_2 = u_3$ d'où $u_2 = u_3 = R_3 I_0$
▷ Loi d'Ohm : $u_1 = R_1 I_0$;
▷ Loi des mailles : $u_0 = u_1 + u_3$ d'où $u_0 = (R_1 + R_3) I_0$.

Attention, le résultat donnant u_0 n'est pas une application de la loi d'Ohm mais une conséquence du fait que la tension aux bornes d'une source de courant dépend du circuit, ici uniquement composé de résistances. Ce serait différent s'il y avait, par exemple, des condensateurs dans le circuit.

Exercice 5 : Circuits simples (bis)

1 U est la tension aux bornes des deux résistances montées en parallèle, équivalentes à R_{eq} telle que

$$\frac{1}{R_{\text{éq}}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R} = \frac{2}{R} \qquad \text{d'où} \qquad R_{\text{éq}} = \frac{R}{2}\,.$$

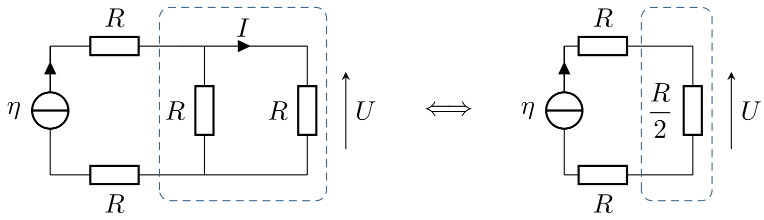
Cette résistance équivalente est parcourue par le courant η, d'où on déduit directement de la loi d'Ohm

$$\boxed{U = \frac{R}{2}\eta\,.}$$

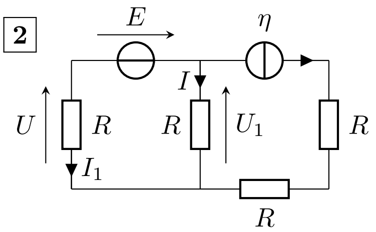
On en déduit enfin I à partir de la loi d'Ohm pour la seule résistance R,

$$U = RI \qquad \text{soit} \qquad \frac{R}{2}\eta = RI \qquad \text{donc} \qquad \boxed{I = \frac{\eta}{2}\,.}$$

On aurait aussi pu reconnaître un pont diviseur de courant.



2



> ***Méthode :*** *Comme toujours, on utilise en alternance les lois de Kirchoff et les lois de comportement. On ne travaille que sur une seule équation dans laquelle on remplace au fur et à mesure les grandeurs inconnues et inintéressantes par des grandeurs connues ou intéressantes. Ne pas hésiter à introduire de nouvelles notations ... mais seulement si le besoin apparaît dans le calcul.*

Loi des mailles :

$$U_1 = E + U$$

Loi d'Ohm : comme les deux résistances sont en convention récepteur,

$$RI = E + RI_1$$

Loi des nœuds : $I_1 + I + \eta = 0$ donc $I_1 = -I - \eta$, ainsi

$$RI = E - RI - R\eta$$

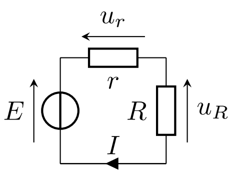
On n'a plus que des grandeurs connues ou intéressantes, il ne reste qu'à transformer l'équation :

$$2RI = E - R\eta \qquad \text{d'où} \qquad \boxed{I = \frac{E}{2R} - \frac{\eta}{2}\,.}$$

On en déduit ensuite la tension $U = RI_1 = -RI - R\eta$ d'après la loi des nœuds. En remplaçant I,

$$U = -\left(\frac{E}{2} - \frac{R\eta}{2}\right) - R\eta \qquad \text{soit} \qquad \boxed{U = -\frac{E}{2} - \frac{R\eta}{2}}$$

Exercice 6 : Adaptation d'impédance



1 Commençons par calculer l'intensité qui parcourt le circuit. D'après la loi des mailles et la loi d'Ohm

$$E = u_r + u_R = rI + RI \qquad \text{d'où} \qquad \boxed{I = \frac{E}{R+r}}$$

Ainsi,

$$\mathcal{P}_R = RI^2 \qquad \text{donc} \qquad \boxed{\mathcal{P}_R = \frac{RE^2}{(R+r)^2}\,.}$$

2 De même, $\mathcal{P}_r = \dfrac{rE^2}{(R+r)^2}$ donc

$$\mathcal{P}_{\text{tot}} = \mathcal{P}_R + \mathcal{P}_r = \frac{(R+r)E^2}{(R+r)^2} \qquad \text{soit} \qquad \boxed{\mathcal{P}_{\text{tot}} = \frac{E^2}{R+r}}$$

3 Comme $\mathcal{P}(R)$ est toujours positive, vaut 0 si $R = 0$ et tend aussi vers 0 lorsque R est très grand, alors elle admet un maximum pour $R > 0$. Sa recherche passe par le calcul de la dérivée,

$$\frac{\mathrm{d}\mathcal{P}}{\mathrm{d}R} = \frac{1 \times (R+r)^2 - (2R+2r)R}{(R+r)^4} = \frac{-R^2 + r^2}{(R+r)^4}\,.$$

La dérivée est nulle pour

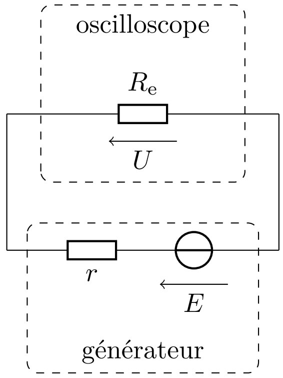
$$\boxed{R = R^\star = r}$$

4 Exprimons le rendement,

$$\rho = \frac{\mathcal{P}_R}{\mathcal{P}_{\text{tot}}} = \frac{\dfrac{RE^2}{(R+r)^2}}{\dfrac{E^2}{R+r}} = \frac{R}{R+r}$$

Pour $R = R^\star = r$, **le rendement ne vaut que 50 %** : la puissance fournie à la résistance R est certes maximale, mais beaucoup de puissance est perdue dans le générateur lui-même.

Exercice 7 : Influence de la résistance d'entrée d'un oscilloscope



1 Le schéma équivalent du montage est représenté ci-contre. Le générateur est décrit par son modèle de Thévenin, et l'étage d'entrée de l'oscilloscope simplement par sa résistance d'entrée. L'oscilloscope ne mesure pas directement la tension E, en raison d'une chute de tension due à la résistance interne du générateur.
Les résistances r et R_e sont montées en série, l'association des deux résistances étant soumise à la tension E. Elles forment donc un pont diviseur de tension, d'où

$$\frac{U}{E} = \frac{R_e}{r+R_e} = 0{,}999\,95\,.$$

L'erreur relative commise en assimilant U à E est donc de l'ordre de 0,005 % : il donc parfaitement légitime de considérer que l'oscilloscope mesure directement E.

2 La modélisation est la même qu'à la question précédente, avec cette fois $r = 500\,\mathrm{k\Omega}$, d'où

$$\frac{U}{E} = \frac{2}{3}$$

L'erreur relative est donc supérieure à 30 %, ce qui est trop élevé pour être acceptable.

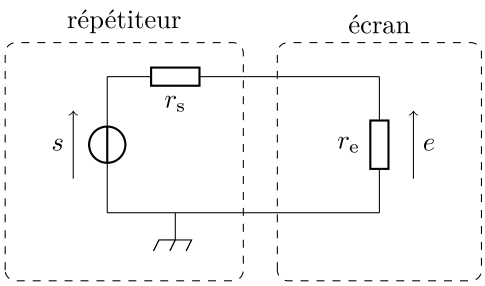
3 L'étage de mesure a désormais une résistance d'entrée $R_e = 10\,\mathrm{M\Omega}$, d'où

$$\frac{U}{E} = 0{,}95$$

L'erreur relative est donc de l'ordre de 5 %, ce qui est mieux mais nécessite en général d'être pris en compte dans l'analyse.

Exercice 8 : Répétiteur vidéo

1 La résistance de sortie du répétiteur et la résistance d'entrée de l'écran valent toutes deux $r_s = r_e = 75\,\Omega$.



2 Les résistances r_e et r_s sont montées en série et forment un diviseur de tension, d'où

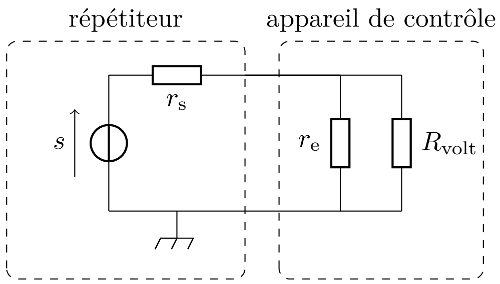
$$\frac{e}{s} = \frac{r_e}{r_s+r_e} = \frac{1}{2}$$

Par conséquent, **s doit avoir une amplitude de 2 V pour que e ait une amplitude de 1 V**.

3 L'étage d'entrée du voltmètre se modélise lui aussi par une résistance d'entrée R_{volt}, mais cette fois $R_{\text{volt}} \gg r_s$: la relation du diviseur de tension donne alors

$$\boxed{e \simeq s = 2\,\mathrm{V}\,.}$$

Pour observer une tension d'amplitude égale à celle de la tension d'entrée de l'écran, il faut que l'appareil de contrôle présente une résistance d'entrée égale à celle de l'écran. Comme $R_{\text{volt}} \gg r_e$, placer une résistance r_e en parallèle de R_{volt} comme sur le schéma ci-dessous convient.



Exercice 9 : Point de fonctionnement d'une photodiode

Le point de fonctionnement du montage est défini par le couple (U, I) permettant de satisfaire simultanément la loi de comportement de la photodiode et les contraintes imposées par le reste du montage. La caractéristique de la photodiode est donnée par l'énoncé, il reste donc à déterminer la relation entre U et I imposée par le montage.

Le circuit est à une seule maille, donc en tenant compte de l'orientation des tensions et d'après la loi d'Ohm,

$$U + RI - E = 0 \qquad \text{soit} \qquad I = \frac{E - U}{R}$$

> *L'écriture de cette égalité peut paraître rapide. Vous pouvez insérer une étape supplémentaire en nommant explicitement les tensions jusqu'à ce que vous soyez plus familiers de la démarche. Cependant, nommer chaque tension devient vite très lourd dès lors que les circuits sont un peu plus compliqués, et il faudra toujours chercher à remplacer le nom des tensions par les lois de comportement dès que possible.*

Cette relation entre U et I se traduit graphiquement par une droite. Pour la tracer facilement, il faut trouver deux points particuliers, les plus simples à déterminer :
- ▷ la valeur de courant I pour laquelle la tension U est nulle (c'est-à-dire l'ordonnée à l'origine!) ici $I_0 = E/R = -0{,}4\,\mathrm{mA}$;
- ▷ la valeur de tension U pour laquelle le courant I est nul, qui donne directement $U = E = -4\,\mathrm{V}$.

En se basant sur ces deux points, on peut alors superposer la droite à la caractéristique, figure 1, et déterminer graphiquement le point d'intersection, c'est-à-dire le point de fonctionnement du montage, qui correspond à

$$\boxed{U \simeq -1{,}3\,\mathrm{V} \qquad \text{et} \qquad I \simeq -0{,}27\,\mathrm{mA}\,.}$$

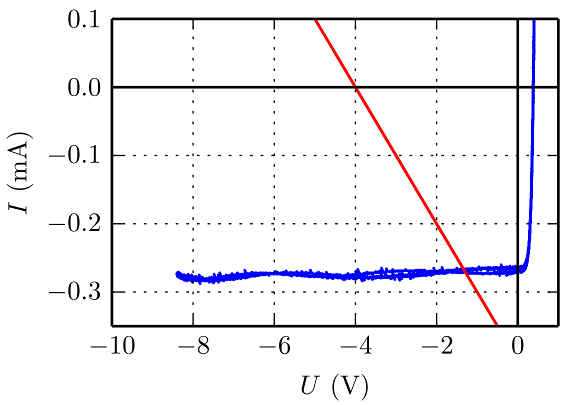


Figure 1 – Point de fonctionnement du montage à résistance de charge. La caractéristique de la photodiode, en bleu, est superposée à la contrainte imposée par le reste du montage, en rouge.

Exercice 10 : Équivalence triangle-étoile

1 Commençons par le montage étoile. D'après la loi d'additivité des tensions,

$$U_{AB} = U_{AO} + U_{OB} \qquad \text{soit} \qquad \boxed{U_{AB} = R_1\, i_1 - R_2\, i_2\,.}$$

Pour le montage triangle, on a cette fois

$$\boxed{U_{AB} = r_3\, j_3\,.}$$

2 Pour pouvoir raisonner par identification, il faut exprimer j_3 en fonction de i_1 et i_2. D'après la loi des nœuds,

$$i_1 + j_2 = j_3 \qquad \text{et} \qquad i_2 + j_3 = j_1\,.$$

Or les courants j_n sont également reliés entre eux par la loi des mailles et la loi d'Ohm,

$$r_1\,j_1 + r_2\,j_2 + r_3\,j_3 = 0\,.$$

En remplaçant j_1 et j_2 par leurs expressions issues de la loi des nœuds impliquant i_1, i_2 et j_3, on trouve

$$r_1\,(i_2 + j_3) + r_2\,(j_3 - i_1) + r_3\,j_3 = 0$$

Ainsi,

$$\boxed{j_3 = \frac{r_2}{r_1 + r_2 + r_3} i_1 - \frac{r_1}{r_1 + r_2 + r_3} i_2\,.}$$

3 Si les deux circuits sont équivalents, la tension U_{AB} ne dépend (par définition !) pas du circuit, d'où

$$U_{AB} = R_1\,i_1 - R_2\,i_2 = \frac{r_2\,r_3}{r_1 + r_2 + r_3} i_1 - \frac{r_1\,r_3}{r_1 + r_2 + r_3} i_2$$

Par identification, on en déduit

$$\boxed{R_1 = \frac{r_2\,r_3}{r_1 + r_2 + r_3} \qquad \text{et} \qquad R_2 = \frac{r_1\,r_3}{r_1 + r_2 + r_3}}$$

4 Compte tenu des symétries du circuit, on a par analogie

$$\boxed{R_3 = \frac{r_1\,r_2}{r_1 + r_2 + r_3}\,.}$$

Résolution de problème

Exercice 11 : Autonomie d'un éclairage pour vélo

1 Calculons l'intensité qui traverse la LED. On connaît la tension aux bornes de la LED $U = 4 \times 1{,}5\,\mathrm{V} = 6\,\mathrm{V}$ et la puissance $\mathcal{P}_{\text{élec}} = 5\,\mathrm{W}$ qu'elle consomme. On en déduit

$$I = \frac{\mathcal{P}_{\text{élec}}}{U} = 0{,}8\,\mathrm{A}\,.$$

Une intensité étant un débit de charge, on en déduit le temps nécessaire pour que la charge totale $Q = 4 \times 800\,\mathrm{mAh}$ contenue dans les quatre piles soit consommée,

$$\Delta t = \frac{Q}{I} = 1{,}4 \cdot 10^4\,\mathrm{s} \simeq 4\,\mathrm{h}\,.$$

Cette valeur semble raisonnable.

2 La puissance électrique consommée par la LED est nécessairement plus grande que la puissance lumineuse qu'elle émet. Cette puissance lumineuse est reliée à l'énergie de chaque photon par $\mathcal{P}_{\text{lum}} = h\nu\,\Phi$ où $h\nu$ est l'énergie du photon émis (ν fréquence du rayonnement) et Φ la flux de photons, c'est-à-dire le nombre de photons émis chaque seconde. On a donc

$$U\,I > h\nu\,\Phi\,.$$

Par ailleurs, le flux de photons est relié à l'intensité du courant électrique car un électron produit un photon. Le débit d'électrons au travers de la LED est égal à I/e (I est le débit de charge, et chaque électron porte une charge e), d'où $\Phi = I/e$. Finalement,

$$U\,I > h\nu \frac{I}{e} \qquad \text{soit} \qquad U > \frac{h\nu}{e}\,.$$

La fréquence du photon émis est relié à la longueur d'onde par $\nu = c/\lambda$, avec $\lambda \simeq 600\,\mathrm{nm}$ pour une émission dans le domaine visible. Pour que la LED puisse émettre une lumière visible, il faut donc qu'elle soit alimentée par une tension

$$U > \frac{hc}{\lambda e} = 2\,\mathrm{V}\,.$$

Une seule pile n'est donc pas capable de faire fonctionner la LED.

Étienne Thibierge, 30 octobre 2017, www.etienne-thibierge.fr