

Conversion électromécanique

Plan du cours

I	Induction dans les circuits en mouvement	1
I.A	Loi de Faraday et exceptions	1
I.B	Loi de Lenz.	2
I.C	Méthode d'étude d'un système avec couplage électromécanique	3
II	Exemples de systèmes en translation	3
II.A	Conversion électrique → mécanique : rails de Laplace moteurs.	3
II.B	Conversion mécanique → électrique : rails de Laplace générateurs.	8
III	Exemples de systèmes en rotation	9
III.A	Conversion mécanique → électrique : modèle simplifié d'alternateur.	9
III.B	Conversion électrique → mécanique : moteur à courant continu à entrefer plan.	10

(R) Résultat à connaître par cœur.

(M) Méthode à retenir, mais pas le résultat.

(D) Démonstration à savoir refaire.

(Q) Aspect qualitatif uniquement.

Les paragraphes sans mention en marge sont là pour faciliter votre compréhension ou pour votre culture mais n'ont pas forcément besoin d'être appris en tant que tel.

Mettre en mouvement un circuit électrique dans un champ magnétique suffit pour y voir apparaître un courant électrique, et réciproquement imposer un courant dans un circuit soumis à un champ permet de mettre en mouvement les parties mobiles du circuit. On observe ainsi de nouvelles manifestations du phénomène d'induction, qui permettent de transformer une puissance électrique en une puissance mécanique, et réciproquement. On dit qu'il y a **couplage** ou **conversion électromécaniques**. Les applications sont multiples : tous les moteurs électriques (de la brosse à dents au TGV !) reposent sur ces principes, de même que la production d'électricité dans toutes les centrales thermodynamiques.

Dans tout ce cours, on se limite conformément au programme au cas d'un champ magnétique stationnaire et uniforme à l'échelle du circuit. Il sera possible de s'en écarter un peu dans des exercices ... ou en deuxième année.

I - Induction dans les circuits en mouvement

I.A - Loi de Faraday et exceptions

• Cas classique : la loi de Faraday s'applique

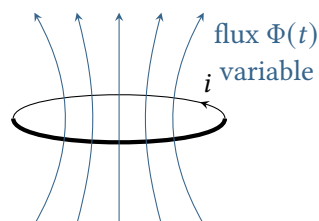
Dans de nombreuses situations pratiques, le mouvement du circuit (ou d'une partie du circuit) fait varier le flux magnétique au travers de celui-ci : la loi de Faraday reste alors valable.

R

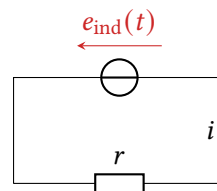
Les variations de flux magnétique au travers d'un circuit fermé se modélisent électriquement par l'ajout d'un générateur induit dans le circuit, dont la **force électromotrice (fém) induite** e_{ind} est reliée au flux magnétique Φ au travers du circuit par

$$e_{\text{ind}} = -\frac{d\Phi}{dt} \quad \text{avec} \quad \Phi = \iint_{\text{circuit}} \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

Le vecteur $d\vec{S}$ est orienté par la règle de la main droite par rapport au sens conventionnel du courant, et la fém induite e_{ind} est orientée en convention générateur par rapport à i .



vision magnétique



vision électrique

Q

Le générateur induit est un modèle équivalent (« tout se passe comme si »), dont on peut voir et mesurer les conséquences (mise en mouvement d'une partie mobile, courant induit, etc.) mais dont la fém n'est pas toujours directement mesurable.

Q

*** **Attention !** Le respect des conventions d'orientation est crucial pour la bonne mise en équation d'un problème d'induction. Ainsi, la première étape dans tout exercice consiste à flécher le sens conventionnel du courant ... tout en se rappelant qu'il ne s'agit que d'un sens conventionnel, l'intensité pouvant être algébrique.

• Mais il y a des exceptions !

Dans certaines géométries, le mouvement du circuit ne fait pas varier le flux au travers de celui-ci. Pourtant, il y apparaît bien une fém induite, mais celle-ci n'est pas donnée par la loi de Faraday. Pour la déterminer, on utilise alors la conservation de la puissance,

R

$$\mathcal{P}_{\text{Laplace}} + e_{\text{ind}} i = 0,$$

que nous évoquerons par la suite. Au niveau MPSI, ces exceptions vous seront toujours signalées.

► **Pour approfondir :** Ces exceptions s'expliquent par le fait que la loi de Faraday n'est pas la « vraie » équation fondamentale. Il s'agit en l'occurrence de l'équation de Maxwell-Faraday, l'une des quatre équations de Maxwell. La loi de Faraday se démontre à partir de l'équation de Maxwell-Faraday (vous le ferez l'an prochain), ce qui nécessite une hypothèse de circuit fixe dans le référentiel d'étude, d'où l'existence d'exceptions pour les circuits en mouvement. ■

I.B - Loi de Lenz

Dans les situations envisagées dans ce chapitre, la cause est toujours le mouvement du circuit : les phénomènes d'induction tendent à ralentir ce mouvement.

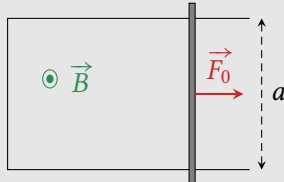
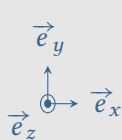
Q

Par leurs conséquences, les phénomènes d'induction tendent à atténuer leurs causes. Les actions de Laplace dues aux courants induits sont donc toujours des actions de freinage.

*** **Attention !** La loi de Lenz ne dit évidemment rien sur la force de Laplace due à un courant imposé par un générateur extérieur.

M

Application 1 : Rails de Laplace tracté



Les rails de Laplace sont un dispositif de démonstration dans lequel une tige mobile peut glisser sur deux rails parallèles. On impose un champ magnétique stationnaire orthogonal au plan des rails.

Les rails sont en court-circuit, et on tire sur la tige mobile avec une force $\vec{F}_0$ comme schématisé ci-contre. Identifier le sens du courant dans le système.

Application 2 : Chute d'un aimant dans un tube de cuivre



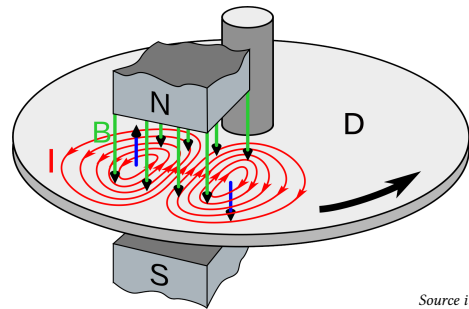
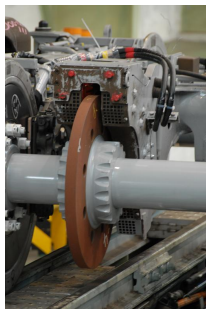
Lorsque l'on fait chuter un aimant dans un tube de cuivre, sa chute est considérablement ralentie par rapport à une chute libre, ou dans un tube en PVC. Pourtant le cuivre n'est pas magnétique (l'aimant n'est donc pas attiré par le tube), et le tube suffisamment large pour qu'il n'y ait pas de frottement. Vu du dessus, l'aimant semble « flotter » à l'intérieur du tube.

Proposer une interprétation du phénomène.

⇒ **Généralisation** : Les courants électriques qui apparaissent par induction au sein d'un conducteur massif sont appelés **courants de Foucault**. Les forces de Laplace dues aux courants de Foucault sont toujours des forces de freinage.



Remarque culturelle : Des systèmes de freinage à courants de Foucault sont utilisés notamment sur les véhicules poids lourds ou les autocars, où on les désigne sous le nom de « ralentisseurs » (ou par leur nom commercial « freins Telma »). Ces freins sont constitués d'électroaimants fixes (stator) induisant des courants de Foucault dans des disques conducteurs (rotor) entraînés par les roues. La photo ci-dessous représente le frein du train à grande vitesse japonais Shinkansen. Au lieu d'être dissipée par frottement, la puissance est dissipée par effet Joule dans le métal où apparaissent les courants. Cependant, le freinage étant produit par le mouvement des disques, il devient de moins en moins efficace au fur et à mesure que la vitesse diminue, et ne peuvent pas permettre l'arrêt complet. Des freins conventionnels à friction restent donc indispensables.



Source images : Wikipédia

I.C - Méthode d'étude d'un système avec couplage électromécanique

Le système couplant deux domaines différents, l'approche est nécessairement double et implique aussi bien la mécanique que l'électricité. Le comportement du système est ainsi régi par deux équations différentielles couplées,



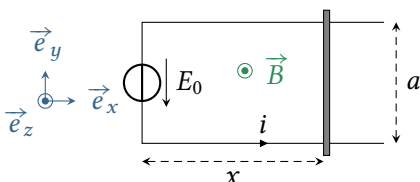
- une **équation mécanique**, obtenue en appliquant le théorème de la résultante cinétique (translation) ou du moment cinétique (rotation) aux parties en mouvement du système ;
- une **équation électrique**, obtenue en appliquant la loi des mailles au circuit électrique équivalent.

Du côté mécanique, le couplage apparaît dans l'action de Laplace qui implique le courant, et du côté électrique il transparaît dans la fém induite, puisque les variations de flux magnétique dépendent de la vitesse (éventuellement vitesse angulaire) des parties mobiles.

💣💣💣 **Attention !** L'expression de la force électromotrice induite et de la force de Laplace dépendent de convention sur le sens du courant : la première étape de tout exercice d'induction est d'orienter le courant !

II - Exemples de systèmes en translation

II.A - Conversion électrique → mécanique : rails de Laplace moteurs



Considérons un système de rails de Laplace séparés d'une distance a et soumis à un champ magnétique extérieur $\vec{B} = B\vec{e}_z$. L'ensemble possède une résistance électrique r . Ce système est utilisé en fonctionnement moteur : un générateur impose une tension E_0 , ce qui met en mouvement la tige initialement immobile. Il réalise donc une conversion d'énergie électrique en énergie mécanique.

Remarque culturelle : Ce système peut modéliser un moteur linéaire, utilisé par exemple dans certains trains (Transrapid au Japon, SkyTrain au Canada, etc.), dans des actionneurs électromagnétiques, des pompes, etc.

II.A.1 - D'abord, on oriente le courant

M

Et ça se fait sur le schéma ! Ici, on choisit « naturellement » le sens qui oriente le générateur en convention générateur. Si le sens réel du courant coïncide avec le sens choisi, alors i sera positif, sinon i sera négatif ... et comme tout est algébrique ça ne change rien à la physique.

II.A.2 - Équation mécanique

Système : tige mobile.

Référentiel : lié aux rails, supposé galiléen.

M

Bilan des actions mécaniques :

Espace 1

Théorème de la résultante cinétique, qui donne l'**équation mécanique** du système :

Espace 2

II.A.3 - Équation électrique

Schéma électrique équivalent :

M

Calcul de la fém induite :

Espace 3

Loi des mailles, qui donne l'**équation électrique** du système :

Espace 4

II.A.4 - Découplage des équations

Les deux équations impliquent à la fois la vitesse v_x et le courant i , qui sont deux grandeurs inconnues. Pour la résolution, il faut *découpler* les équations, c'est-à-dire séparer v_x et i .

**Expression de la vitesse :**

▸ Équation différentielle vérifiée par la vitesse :

Espace 5

▸ Condition initiale : supposons $v_x(t=0) = 0$.

▸ Résolution :

Espace 6

Expression du courant :

- *Méthode directe* : puisque la vitesse est déjà connue, il suffirait de reprendre l'une des équations couplées pour en déduire le courant.
- *Équation différentielle vérifiée par l'intensité* :

Espace 7



Le temps caractéristique τ est intrinsèque au système, et indépendant de la grandeur couplée considérée.

- *Condition initiale* : La condition initiale est plus difficile à obtenir : il est clair que la vitesse est initialement nulle, mais le courant dépend du générateur, ce qui est moins immédiat à analyser.



→ le plus simple est souvent d'utiliser l'une des deux équations, électrique ou mécanique, avec la condition initiale « évidente » pour en déduire l'autre.

Espace 8

► *Résolution* :

Interprétation : lorsque $t \gg \tau$, le courant tend à s'annuler : cela signifie-t-il qu'il n'y a plus d'induction ... alors que le flux au travers du circuit continue d'augmenter ?

Espace 9

• Conservation de la puissance lors de la conversion électro-mécanique

Puissance mécanique algébrique fournie par la force de Laplace :

Espace 10

Puissance électrique algébrique fournie par le générateur induit :

Espace 11

Dans le cas étudié, $i > 0$ et $v_x > 0$ donc $\mathcal{P}_L > 0$ et $\mathcal{P}_{\text{ind}} < 0$: la puissance électrique prélevée est donc restituée sous forme de puissance mécanique, on réalise bien une conversion électrique $\rightarrow$ mécanique.

De plus, on constate que ces deux puissances sont exactement opposées : la conversion électromécanique de puissance est parfaite. Ce résultat, constaté sur un exemple, est en fait très général.

Conservation de la puissance lors de la conversion électro-mécanique :

La puissance mécanique $\mathcal{P}_L$ fournie par les actions de Laplace et la puissance électrique fournie par le générateur induit sont toujours exactement opposées,

$$\mathcal{P}_L + e_{\text{ind}} i = 0.$$

Cette relation traduit le fait que la conversion électro-mécanique est parfaite.

Elle est toujours valable, et permet de calculer efficacement la fém induite dans des situations où la loi de Faraday ne s'applique pas.



💣💣💣 **Attention !** Le fait que la conversion électromécanique soit parfaite ne signifie pas qu'il n'y a pas de dissipation dans les systèmes réalisant cette conversion, mais que ces pertes sont ou bien purement mécaniques, ou bien purement électriques, mais pas dans la conversion entre les deux.

II.A.5 - Bilan de puissance global

Méthode :

- transformer les équations électrique et mécanique en des équations portant sur des puissances

M

Espace 12

- les combiner par élimination du terme de couplage électromécanique.

Application au rail de Laplace moteur :

Espace 13

- *Interprétation* : la puissance $E_0 i$ fournie par le générateur permet pour partie d'augmenter l'énergie cinétique de la tige mobile (conversion électrique → mécanique), et est pour partie dissipée par effet Joule dans les rails.

II.B - Conversion mécanique → électrique : rails de Laplace générateurs



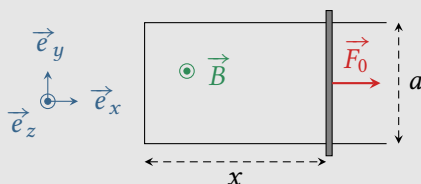
Deux dispositifs semblables reposant sur les mêmes principes peuvent fonctionner ou bien en générateur (conversion mécanique → électrique), ou bien en moteur (conversion électrique → mécanique).

La conversion électromécanique est dite **réversible**.

Remarque : Cette notion de réversibilité de la conversion électromécanique n'a aucun lien avec la réversibilité au sens thermodynamique !

M

Application 3 : Rails de Laplace générateurs



Considérons les mêmes rails de Laplace que précédemment. Le système est maintenant utilisé en fonctionnement générateur : les rails sont en court-circuit, et un opérateur extérieur tracte la tige, initialement immobile, avec une force constante $\vec{F}_0$.

- 1 - Établir et résoudre l'équation différentielle vérifiée par le courant $i(t)$.
- 2 - Vérifier la cohérence de son signe avec la loi de Lenz, analysée dans l'application 1.

III - Exemples de systèmes en rotation

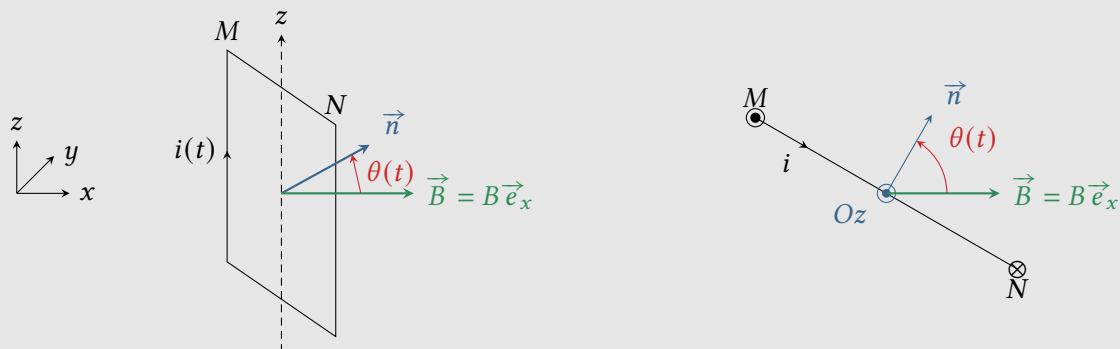
Dans toute machine tournante, on distingue d'une part la partie fixe appelée **stator** ou **bâti** et d'autre part les pièces en rotation formant le **rotor**.

III.A - Conversion mécanique → électrique : modèle simplifié d'alternateur

Un **alternateur**, également appelé **générateur synchrone** est un dispositif utilisé dans toutes les centrales électriques, mais aussi par exemple pour la production d'électricité dans une voiture ou l'éclairage à dynamo d'un vélo. Il permet une conversion d'énergie mécanique de rotation en énergie électrique. On en étudie ici un modèle simple, pour ne pas dire simpliste.

Application 4 : Modèle simplifié d'alternateur

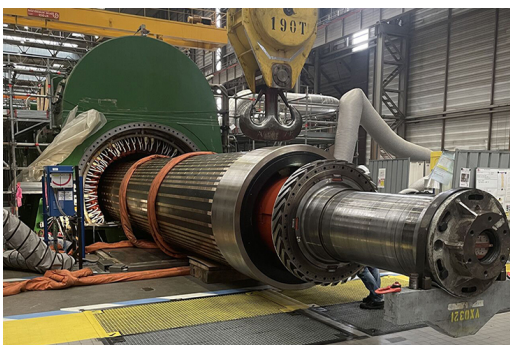
Considérons une spire rectangulaire tournant autour d'un axe (Oz), de moment d'inertie J par rapport à cet axe, plongée dans un champ magnétique constant $\vec{B} = B\vec{e}_x$. Cette spire possède une résistance interne r et alimente une résistance électrique extérieure R , qui modélise un récepteur. Sa vitesse de rotation reste constante ($\dot{\theta} = \Omega_0$), imposée par un dispositif mécanique extérieur non représenté.



- 1 - Justifier l'apparition d'un courant dans la spire, bien qu'elle ne soit alimentée par aucun générateur externe.
- 2 - Établir les équations électrique et mécanique. Les simplifier dans l'hypothèse de rotation uniforme.
- 3 - Procéder au bilan de puissance et l'interpréter. Vérifier que l'on retrouve la conservation de la puissance lors de la conversion électromécanique.

Remarque : Le moteur ayant un fonctionnement réciproque à celui de l'alternateur étudié ici est un **moteur synchrone**, dont le principe a été présenté dans les grandes lignes dans le cours sur les actions mécaniques d'un champ tournant.

Remarque culturelle : Il n'y a guère que dans des applications marginales que les alternateurs réels fonctionnent sur ce principe : dynamo de vélo ou micro-générateurs à aimants permanents. Dans la majorité des alternateurs industriels (centrales électriques, éoliennes, etc.), le rotor porte des aimants permanents ou des électroaimants alors que les bobinages dans lesquels est induite la tension sont au stator (structure fixe). Le champ magnétique est donc tournant dans le référentiel du stator. Que le circuit de puissance soit fixe présente plusieurs avantages techniques, principalement en termes de robustesse mécanique et de refroidissement des circuits électriques.



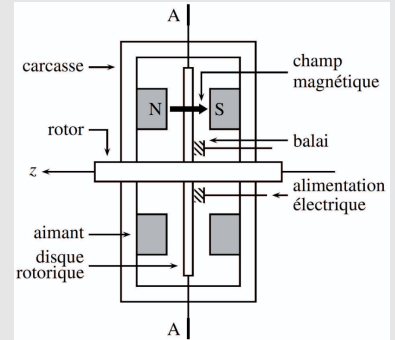
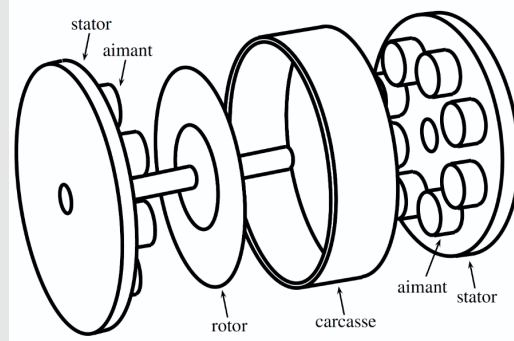
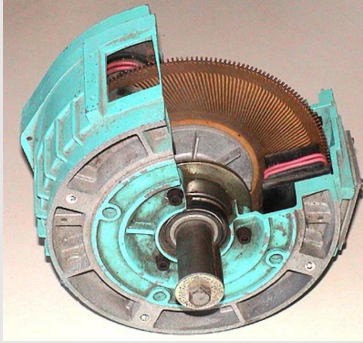
La photo ci-contre montre l'alternateur d'une centrale nucléaire, avec le rotor sorti pour une opération de maintenance. La puissance produite par une centrale est telle qu'il serait impossible de créer un champ suffisamment intense avec des aimants permanents. Le rotor est donc constitué de cadres métalliques rectangulaires, nettement visibles sur la photo, parcourus par un courant constant. La rotation de ces cadre permet de générer le champ tournant qui induit la tension dans les bobinages du stator, que l'on devine également sur la photo. Une description et une modélisation plus précises seront étudiées en PSI.

III.B - Conversion électrique → mécanique : moteur à courant continu à entrefer plan

M

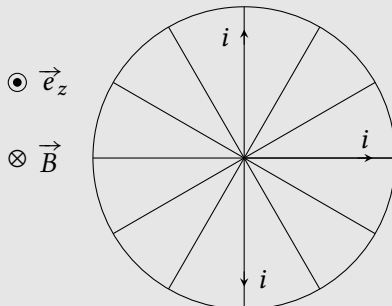
Application 5 : Moteur à courant continu à entrefer plan

On s'intéresse à un moteur à courant continu à entrefer plan, technologie que l'on peut retrouver par exemple dans la motorisation des fauteuils roulants, des pompes médicales, l'articulation de robots, ou encore le positionnement de précision de machines outils. Ses atouts sont un faible encombrement et un contrôle précis et simple de la vitesse de rotation, mais sa puissance demeure relativement limitée.



Source images : Physique Tout-en-un PCSI, programme 2013, édition Dunod

Le stator est constitué d'une carcasse et de deux supports fixes circulaires sur lesquels sont montés des aimants produisant un champ magnétique stationnaire, parallèle à l'axe de rotation. De nombreux circuits électriques radiaux séparés d'isolant sont imprimés sur le rotor. Des contacts métalliques frottants appelés balais assurent le passage du courant entre les circuits électriques mobiles du rotor et l'alimentation. L'entrefer désigne l'espace situé entre les aimants : il s'agit ici du plan du rotor, noté AA sur le schéma de droite, d'où la dénomination de MCC à entrefer plan.



On modélise le rotor par N rayons de longueur a , parcourus le même courant i , de résistance totale constante R , alimentés par un générateur de fém E_0 . Il tourne à la vitesse angulaire ω , son moment d'inertie par rapport à l'axe de rotation est noté J . La charge qu'il entraîne exerce un moment résistant $M_z = -\lambda\omega$.

1 - Représenter la force de Laplace subie par un rayon en supposant $i > 0$, et en déduire le sens de rotation.

2 - Établir l'équation mécanique.

3 - Justifier que la loi de Faraday ne s'applique pas dans cette géométrie. Établir l'équation électrique en exploitant la conservation de la puissance.

4 - En déduire l'équation différentielle vérifiée par la vitesse de rotation ω . Comment contrôler la vitesse de rotation en régime permanent ?

Remarque culturelle : Une machine à courant continu peut aussi fonctionner comme génératrice, et pas seulement comme moteur. On les retrouve par exemple dans certaines éoliennes ou centrales hydrauliques de moyenne puissance, ou bien dans des systèmes de freinage régénératif où la machine récupère l'énergie cinétique lors du freinage pour la convertir en énergie électrique et (re)charger une batterie. Cependant, ces applications utilisent d'autres géométries que celle à entrefer plan.