




Énergie mécanique

-  Difficulté d'analyse et compréhension, initiative requise ;
-  Difficulté technique et calculatoire ;
-  Exercice important.

Flasher ou cliquer
pour accéder
au corrigé



Se préparer

Applications de cours

Ces applications de cours sont des briques élémentaires des raisonnements à mener dans les exercices : les maîtriser est incontournable. Elles sont toutes traitées de manière exhaustive dans le cours.

M4.1 - Établir le théorème de l'énergie cinétique, d'abord en termes de puissance puis sous forme intégrale le long d'une trajectoire.

M4.2 - Une voiture de masse m avançant à la vitesse v freine brusquement et s'immobilise au bout d'une distance D . On modélise l'action des freins par une force \vec{f} constante. Calculer le travail de \vec{f} , et déterminer sa norme.

M4.3 - Établir l'expression de l'énergie potentielle de pesanteur.

M4.4 - Établir l'expression de l'énergie potentielle élastique, en utilisant au choix des coordonnées cartésiennes ou sphériques. On rappelle qu'en coordonnées sphériques $d\vec{M} = dr \vec{e}_r + r d\theta \vec{e}_\theta + r \sin \theta d\varphi \vec{e}_\varphi$.

M4.5 - Établir l'expression de l'énergie potentielle gravitationnelle. On rappelle qu'en coordonnées sphériques $d\vec{M} = dr \vec{e}_r + r d\theta \vec{e}_\theta + r \sin \theta d\varphi \vec{e}_\varphi$.

M4.6 - Établir l'équation du mouvement d'un pendule simple par un théorème énergétique.

Cahier d'Entraînement

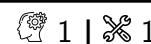


Le *Cahier d'Entraînement* est un projet collaboratif mené par des enseignants de CPGE, proposant aux étudiants des entraînements leur permettant de travailler en autonomie sur des techniques et « réflexes » utiles dans les exercices, en particulier calculatoires. Il est librement téléchargeable en scannant ou cliquant sur le QR-code ci-contre.

↪ pour ce chapitre : 12.1 à 12.4 et 12.6 à 12.9

Théorèmes sous forme intégrale

Exercice 1 : Marsupilami



▸ Conservation de l'énergie mécanique.



Le Marsupilami est un animal de bande dessinée créé par Franquin. Ses capacités physiques sont remarquables, en particulier grâce à sa queue qui possède une force importante : le Marsupilami peut notamment sauter en enroulant sa queue comme un ressort entre lui et le sol.

On note $\ell_0 = 2 \text{ m}$ la longueur à vide du ressort équivalent à la queue du Marsupilami. Lorsqu'il est complètement comprimé, la longueur minimale du ressort est $\ell_m = 50 \text{ cm}$. On supposera que le Marsupilami pèse 50 kg et que sa queue quitte le sol lorsque le ressort mesure ℓ_0 .

1 - Déterminer la constante de raideur de la queue du Marsupilami s'il est capable de sauter jusqu'à une hauteur $h = 10 \text{ m}$.

2 - Quelle est la vitesse du Marsupilami lorsque sa queue quitte le sol ?

Exercice 2 : Saut à l'élastique



▸ Conservation de l'énergie mécanique.

Alice pèse 60 kg . Elle saute à l'élastique depuis le pont de Ponsonnas (103 m) avec un élastique de 30 m . Lors de son saut, l'élastique atteint une extension maximale de 80 m . Bob pèse quant à lui 80 kg et saute après Alice.

Question : Bob peut-il sauter avec le même élastique qu'Alice ?

Exercice 3 : Skieur



▸ Calcul de travaux le long d'une trajectoire ;
▸ Théorème de l'énergie cinétique sous forme intégrale.

Un skieur pesant 70 kg s'élance sans vitesse sur une piste rectiligne longue de 50 m et inclinée d'un angle $\alpha = 25^\circ$ par rapport à l'horizontale. Il est soumis à son poids \vec{P} et à la réaction \vec{R} de la piste, qui se décompose en une composante normale \vec{N} perpendiculaire à la piste et une composante tangentielle \vec{T} de sens opposé à la vitesse. Les normes de ces deux composantes sont liées entre elles par la loi de Coulomb du glissement, $T = \mu N$, avec $\mu = 0,1$.

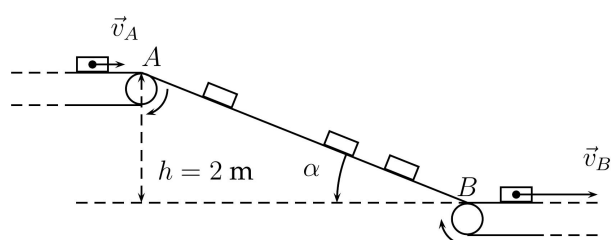
1 - Exprimer et calculer le travail des trois forces \vec{P} , \vec{N} et \vec{T} au cours de la descente.

2 - Déterminer la vitesse du skieur en bas de la piste.

Exercice 4 : Convoyeur de colis



▸ Calcul de travaux le long d'une trajectoire ;
▸ Théorème de l'énergie cinétique sous forme intégrale.



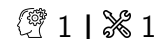
On s'intéresse à un convoyeur à colis présent dans un centre de tri. Les colis sont déchargés par un tapis roulant à la vitesse $v_A = 0,2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, puis glissent ensuite sur un plan incliné d'angle α par rapport à l'horizontale. Ils sont ensuite pris en charge au niveau du point B par un second tapis roulant qui avance à la vitesse $v_B = 0,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

Question : Déterminer α pour que les colis arrivent en B avec la vitesse du deuxième tapis roulant.

Donnée : suivant les lois de Coulomb du frottement solide, lors du glissement, les forces exercées par le tapis sur le colis sont reliées par $T = fN$ où T et N sont respectivement les normes de la réaction tangentielle et normale du support et $f = 0,4$ est le coefficient de frottement.

Théorèmes en version instantanée

Exercice 5 : Piégeage d'un électron



- ▷ Conservation de l'énergie mécanique ;
- ▷ Autre exemple d'énergie potentielle.

Un électron de masse $m = 9,1 \cdot 10^{-31}$ kg et de charge $-e = -1,6 \cdot 10^{-19}$ C évolue dans un dispositif de piégeage. Il ne peut se déplacer que selon un axe (Oz) et ressent une énergie potentielle

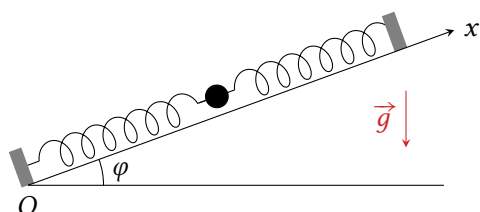
$$E_p(z) = \frac{eV_0}{2d^2} z^2 \quad \text{avec} \quad \begin{cases} v_0 = 5,0 \text{ V} \\ d = 6,0 \text{ mm} \end{cases}$$

Question : montrer que le mouvement de l'électron dans le piège est oscillant, et déterminer la fréquence correspondante.

Exercice 6 : Deux ressorts sur un plan incliné



- ▷ Conservation de l'énergie mécanique.



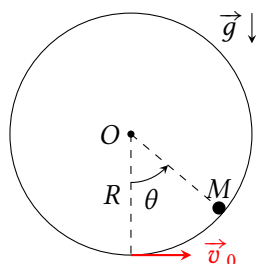
Considérons le dispositif ci-contre. Les deux ressorts sont identiques ; la distance séparant leurs points d'attache est égale au double de leur longueur à vide. Les frottements sont négligés.

Question : On lâche la masse sans vitesse depuis le milieu du dispositif, déterminer et représenter $x(t)$.

Exercice 7 : Mouvement dans un cercle



- ▷ Conservation de l'énergie mécanique ;
- ▷ Décollage d'un support.



Une bille M de masse m peut se déplacer sans frottement sur la face intérieure d'un support circulaire vertical de rayon R . On la lance avec la vitesse horizontale \vec{v}_0 au point le plus bas du cercle.

- 1 - En utilisant un théorème énergétique, établir l'équation du mouvement de M .
- 2 - Montrer que la norme de la force de réaction du support circulaire vaut

$$N = m \left[\frac{v_0^2}{R} + g(3 \cos \theta - 2) \right]$$

3 - Montrer que la bille reste en contact avec le support lors de tout le mouvement lorsque la vitesse initiale v_0 est supérieure à une vitesse v_{\min} à déterminer.

4 - Supposons $v_0 < v_{\min}$. Déterminer l'angle auquel la bille quitte le support et tombe.

Exercice 8 : Balle de golf dans un loopingoral banque PT |  2 |  2 | 

- ▷ Conservation de l'énergie mécanique ;
- ▷ Décollement d'un support ;
- ▷ Chute libre.





On étudie une balle de golf assimilée à un point matériel sans frottement évoluant sur une piste d'abord horizontale puis en forme de demi-cylindre. Elle est lancée avec une vitesse v_0 .

1 - Déterminer la vitesse en un point du demi-cylindre en fonction de v_0 . Donner une inégalité pour que la balle ne fasse pas demi-tour.

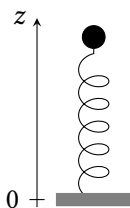
2 - Déterminer la force de réaction du cylindre sur la balle. Donner une inégalité pour que la balle soit toujours en contact avec le demi-cylindre.

3 - Avec quelle vitesse la balle quitte-t-elle le demi-cylindre ?

4 - À quelle distance retombe-t-elle sur la piste horizontale ?

Exercice 9 : Méthode de l'intégrale première 2 |  1

- ▷ Énergies potentielles.



1 - Établir par le PFD l'équation du mouvement du système ci-contre.

2 - En multipliant cette équation par \dot{z} , mettre en évidence une quantité conservée et l'interpréter.

3 - Interpréter la démarche suivie, et expliquer cette « coïncidence ».

Exercice 10 : Remonte-penteoral CCINP PSI |  3 |  3

- ▷ Problème ouvert.



Un remonte-pente est constitué d'un câble auquel les skieurs s'accrochent pour remonter. Déterminer la puissance du moteur qui entraîne le câble.

Données :

- ▷ Longueur totale du câble : 200 m ;
- ▷ Distance séparant deux skieurs : 5 m ;
- ▷ Dénivelé entre les extrémités du câble : 5 m ;
- ▷ Vitesse du câble : $5 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$.
- ▷ Lorsque le ski glisse sur la neige, la réaction tangentielle \vec{R}_T du sol sur le ski est reliée à la réaction normale \vec{R}_N par $\|\vec{R}_T\| = f\|\vec{R}_N\|$ avec $f \approx 0,1$.