

Réflexion, réfraction

Plan du cours

I	Lois de propagation des rayons lumineux	1
I.A	Sources lumineuses	1
I.B	Principe de Fermat.	3
I.C	Lois de Snell-Descartes	4
II	Quelques conséquences des lois de Snell-Descartes	7
II.A	Image par un miroir plan	7
II.B	Position des rayons par rapport à la normale.	8
II.C	Angle maximal de réfraction	8
II.D	Réflexion totale	9
III	Fibre optique à saut d'indice	10
III.A	Principe de fonctionnement.	10
III.B	Cône d'acceptance et ouverture numérique	11
III.C	Dispersion intermodale	12

(R) Résultat à connaître par cœur.

(M) Méthode à retenir, mais pas le résultat.

(D) Démonstration à savoir refaire.

(Q) Aspect qualitatif uniquement.

Les paragraphes sans mention en marge sont là pour faciliter votre compréhension ou pour votre culture mais n'ont pas forcément besoin d'être appris en tant que tel.

Ce dernier chapitre d'optique géométrique¹ a pour but d'analyser les « lois fondamentales » de propagation des rayons lumineux : les lois de Snell-Descartes. Après les avoir démontrées, nous allons en analyser quelques conséquences dans la formation des images, puis étudier le principe de fonctionnement des fibres optiques, qui en découle de manière directe.

I - Lois de propagation des rayons lumineux

I.A - Sources lumineuses

I.A.1 - Source primaire et source secondaire

Une source lumineuse est un objet envoyant de la lumière. On distingue les **sources lumineuses primaires**, qui émettent eux-mêmes la lumière (Soleil, ampoule, laser, etc.), et les **sources lumineuses secondaires**, qui ne font que renvoyer la lumière qu'ils reçoivent (Lune, miroirs, et plus largement tous les objets).



1. Nous reparlerons d'optique un peu plus tard, mais il s'agira d'optique ondulatoire.

Une source secondaire peut **réfléchir** la lumière dans une direction bien précise, ou la **diffuser** dans toutes les directions, voir figure 1. On parle également de réflexion spéculaire ou diffuse. Qualitativement, la diffusion de la lumière s'explique par la présence de rugosités microscopiques, qui font qu'un rayon lumineux est réfléchi dans une direction plus ou moins aléatoire par la surface du matériau.

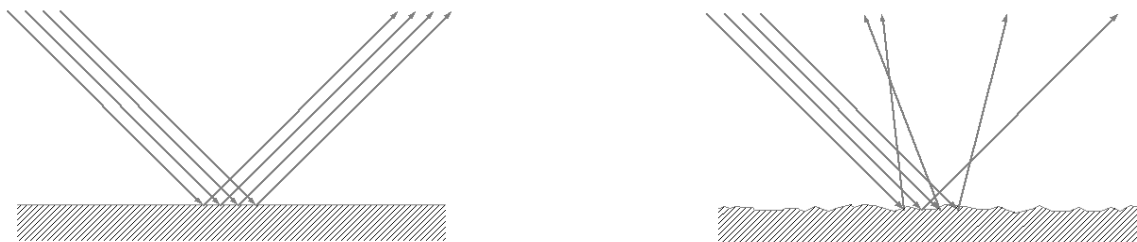


Figure 1 – Réflexion et diffusion.

I.A.2 - Spectre d'émission et couleur

Une source primaire est caractérisée par son **spectre d'émission**, c'est-à-dire la répartition de l'énergie qu'elle envoie entre les différentes longueurs d'ondes du spectre électromagnétique, voir figure 2, ce qui caractérise la couleur de la lumière émise par la source primaire.

(R)

→ domaine visible :

Espace 1

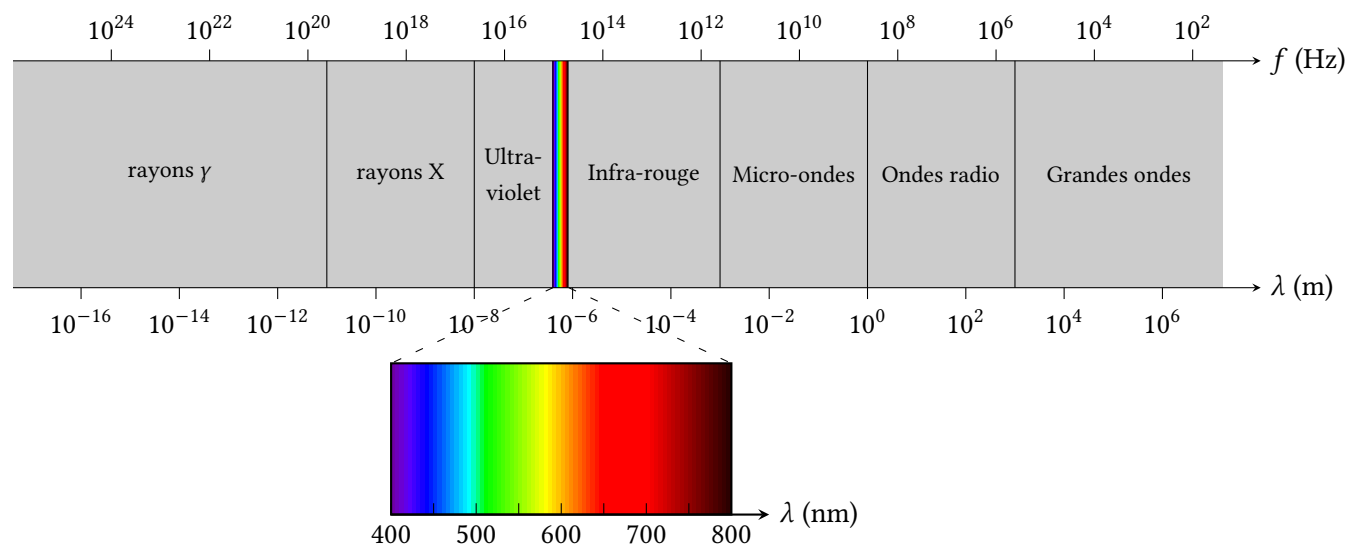


Figure 2 – Spectre des ondes électromagnétiques.

Certaines sources émettent un **spectre continu** (Soleil, ampoule à filament), d'autres un **spectre discret** composé d'une ou plusieurs raies fines (lampe spectrale, laser). Une source (fictive) qui émet(trait) un spectre constitué d'une unique longueur d'onde parfaitement définie est dite **monochromatique**.

Remarque culturelle : Les LED blanches exploitent un spectre discret, rendu continu par l'utilisation d'un revêtement fluorescent.

La couleur d'une source secondaire s'explique par le fait qu'elle absorbe une partie des longueurs d'onde qu'elle reçoit, si bien que le spectre après réflexion/diffusion (et donc la couleur perçue) n'est pas le même que celui qui l'éclaire.

I.A.3 - Modèle des rayons lumineux

La lumière émise par une source peut se décrire comme un ensemble de rayons lumineux, qui se propagent indépendamment les uns des autres.



Un **rayon lumineux** est une ligne le long de laquelle la lumière se propage.

Il s'agit d'une notion abstraite : on ne peut pas produire ni même isoler un rayon lumineux, mais seulement un faisceau contenant une infinité de rayons.

→ limites du modèle géométrique :



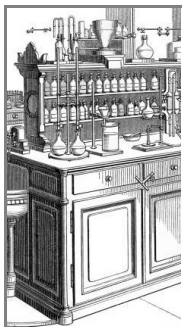
Espace 2

→ conséquence :



Espace 3

I.B - Principe de Fermat



Un peu d'histoire : Le principe de Fermat est formulé vers 1662, postérieurement aux lois de la réfraction de Snell-Descartes, énoncées en 1637. Ces lois étant d'origine purement expérimentales, Fermat cherche à leur donner une interprétation géométrique et physique. D'abord formulé comme un postulat, le principe de Fermat est ensuite démontré à partir des lois fondamentales de l'électromagnétisme, les équations de Maxwell. Il est aujourd'hui considéré comme un principe déductif permettant de démontrer les lois de Descartes. Sa formulation dite « variationnelle » a profondément influencé l'histoire de la physique, préfigurant des formulations générales attribuées à Lagrange et Hamilton sur lesquelles reposent de nombreuses lois modernes, par exemple en relativité.



Formulation historique du principe de Fermat :

Les rayons lumineux se propagent en suivant le chemin qui minimise le temps de parcours par rapport aux chemins voisins.



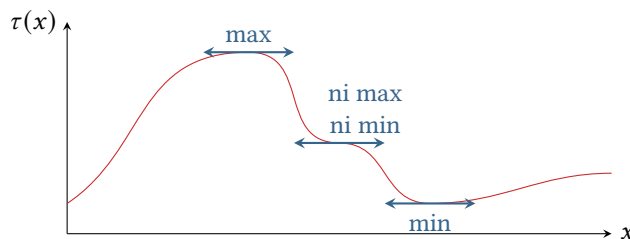
Conséquence 1 : Dans un milieu homogène, la lumière se propage partout à la même vitesse. Dans ce cas, le chemin qui minimise le temps de parcours entre un point source S et un point d'observation M est celui de longueur minimale, c'est-à-dire le segment $[SM]$. La lumière se propage donc en ligne droite.

→ principe de **propagation rectiligne** dans un milieu homogène.

Conséquence 2 : Intervertir la position de la source et du point d'observation n'affecte pas le temps de parcours : le chemin suivi par les rayons lumineux est indépendant du sens de parcours.

→ principe de **retour inverse** de la lumière.

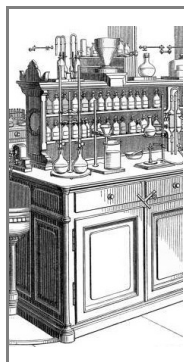
► **Pour approfondir :** La formulation historique du principe de Fermat suffit pour établir les lois de Snell-Descartes, mais est un peu trop réductrice et n'englobe pas toutes les situations. De manière rigoureuse, le chemin suivi par les rayons est de durée *stationnaire* par rapport à tous les chemins infiniment voisins. Précisons ce que ce terme signifie mathématiquement. Notons C la courbe effectivement suivie par la lumière entre la source S et le point d'observation M . Lorsque l'on modifie C de façon infinitésimale en gardant S et M fixés, alors le temps de parcours τ varie également de façon infinitésimale. Cependant, dans le cas d'une durée stationnaire, cette variation est nulle. Un temps de parcours minimal est associé à une durée stationnaire mais la réciproque n'est pas vraie : un temps de parcours maximal l'est aussi, et d'autres courbes peuvent aussi conduire à la stationnarité. Si l'on imagine que la courbe C dépend d'un unique paramètre réel x , la stationnarité du temps de parcours équivaut à l'annulation de la dérivée $d\tau/dx$.



Une formulation parfaitement rigoureuse nécessite les notions d'abscisse curviligne et de différentielle, que vous étudierez en mathématiques en MP. ■

I.C - Lois de Snell-Descartes

Les lois de Snell-Descartes indiquent ce qu'il advient de la lumière à l'interface entre deux milieux transparents différents, dans lesquels la lumière ne se propage pas à la même vitesse.



***Un peu d'histoire :** La réfraction est étudiée dès l'Antiquité : au II^e siècle, Ptolémée mesure expérimentalement les angles d'incidence et de réfraction pour des interfaces air-eau, air-verre et eau-verre et en établit des tables. Vers 984, le mathématicien persan Ibn Sahl étudie à son tour les lentilles et les miroirs ardents, destinés à focaliser la lumière solaire, et établit une relation géométrique équivalente au rapport constant des sinus. Au début du XI^e siècle, Ibn al-Haytham réalise des expériences quantitatives sur la réfraction dans l'eau et le verre et énonce plusieurs règles reliant les angles d'incidence, de réfraction et de déviation. Willebrord Snell établit expérimentalement en 1621 la loi sous sa forme moderne, en montrant que le rapport des sinus des angles d'incidence et de réfraction est constant pour deux milieux donnés. Descartes reprend et généralise la loi de Snell en 1637, en lui donnant une formulation mathématique plus précise et en l'étendant également à la réflexion.*

I.C.1 - Indice optique

La vitesse de propagation de la lumière diffère selon les milieux : elle vaut exactement $299\,792\,458\text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ dans le vide (fixée par définition du mètre), mais « seulement » $2,25 \cdot 10^8\text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ dans l'eau ou encore $1,97 \cdot 10^8\text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ dans le PVC.

On appelle **indice optique** d'un milieu transparent le rapport

$$n = \frac{c}{v}$$

où c est la vitesse de la lumière dans le vide, et v celle dans le milieu.

Le milieu est dit **dispersif** si son indice optique dépend de la longueur d'onde.

Plus l'indice optique est élevé, plus le milieu est dit **réfringent**.

Ⓡ



Ⓚ

Exemples : un indice optique est toujours supérieur à 1, et généralement inférieur à 2 (celui du diamant est l'un des plus élevés qui soient).

$$n_{\text{air}} = 1,0008 \quad n_{\text{eau}} = 1,33 \quad n_{\text{verre}} \approx 1,5 \quad n_{\text{PVC}} = 1,52 \quad n_{\text{diamant}} = 2,41$$

En pratique, tous les milieux sont dispersifs. La dépendance en longueur d'onde est généralement bien décrite par la **loi de Cauchy** (empirique) :

$$n(\lambda) = A + \frac{B}{\lambda^2}$$

avec A et B deux constantes caractéristiques du matériau.

I.C.2 - Vocabulaire

- On appelle **dioptre** la surface de séparation entre deux milieux. Si elle est plane, on parle de dioptre plan, mais il existe beaucoup de dioptres non plans : gouttes, bulles, vagues, mais aussi les deux surfaces d'une lentille.
- Le **point d'incidence** d'un rayon sur un dioptre est le point où le rayon rencontre le dioptre. La **normale au dioptre** (au niveau du point d'incidence) est la direction perpendiculaire au plan (ou au plan tangent) du dioptre. Le rayon incident et la normale au dioptre au point d'incidence définissent le **plan d'incidence**.

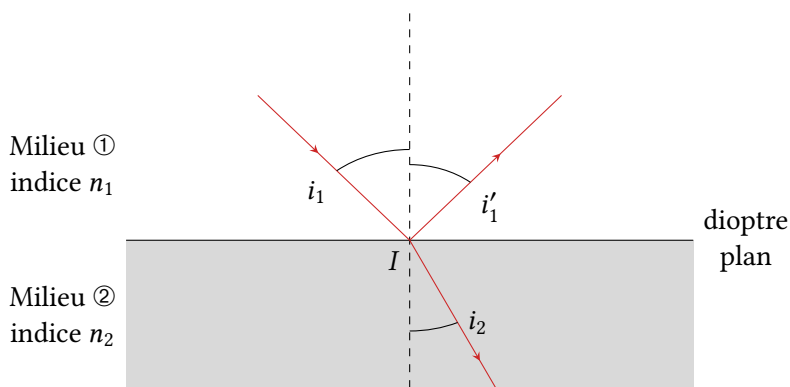


Figure 3 – Dioptre et plan d'incidence.

- L'énergie du rayon incident se répartit entre un **rayon réfléchi**, qui reste dans le milieu ①, et un **rayon transmis** ou **rayon réfracté**, qui pénètre dans le milieu ②. La proportion d'énergie réfléchie ou transmise dépend de la nature des deux milieux.
- Les angles d'incidence i_1 , de réflexion i'_1 et de réfraction i_2 sont mesurés entre la normale et le rayon ; il s'agit souvent d'angles non-orientés.

***Remarque :** Le rayon réfracté n'existe pas toujours : c'est le phénomène de réflexion totale, que nous étudierons par la suite. En revanche, il existe toujours en optique géométrique un rayon réfléchi. Faire disparaître le rayon réfléchi est possible mais demande de jouer sur la polarisation de la lumière, qui est une caractéristique ondulatoire (cf. cours de 2^e année).*

I.C.3 - Lois de Snell-Descartes pour la réflexion

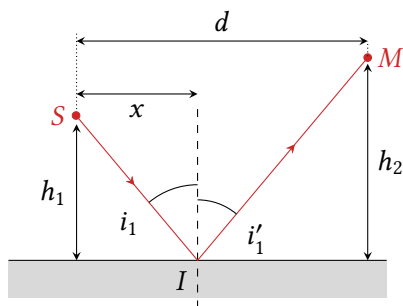
Le rayon réfléchi appartient au plan d'incidence.

Il est symétrique du rayon incident par rapport à la normale :
les angles de réflexion et d'incidence sont égaux

$$i'_1 = i_1$$

Démonstration : établissons par le principe de Fermat la relation entre les angles dans la géométrie ci-dessous, pour laquelle les paramètres d , h_1 et h_2 sont connus mais pas l'abscisse x du point d'incidence I .

***Rappel :** pour une fonction $f = \sqrt{g}$, $f'(x) = \frac{g'(x)}{2\sqrt{g(x)}}$.*



Remarque : remarquons qu'il ne s'agit pas du minimum absolu du temps de parcours entre S et M , qui est atteint pour le parcours en ligne droite, mais d'un minimum local, par rapport aux autres parcours potentiels qui impliqueraient une réflexion sur le dioptre.

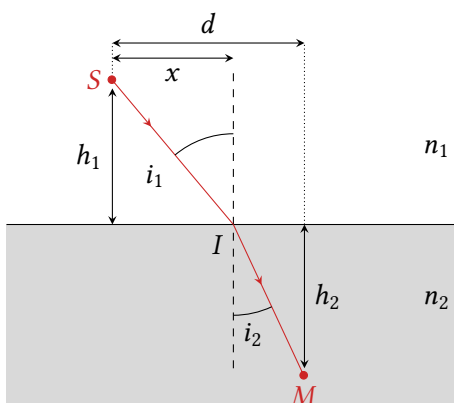
I.C.4 - Lois de Snell-Descartes pour la réfraction

Le rayon réfracté appartient au plan d'incidence.

Les angles d'incidence et de réfraction sont reliés par

$$n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$$

Démonstration : très semblable à celle qui précède !



Le temps de parcours entre S et M s'écrit

$$\tau = \frac{n_1}{c} \sqrt{x^2 + h_1^2} + \frac{n_2}{c} \sqrt{(d-x)^2 + h_2^2}$$

si bien que

$$\frac{d\tau}{dx} = \frac{n_1}{c} \frac{x}{\sqrt{x^2 + h_1^2}} - \frac{n_2}{c} \frac{d-x}{\sqrt{(d-x)^2 + h_2^2}}$$

Espace 5

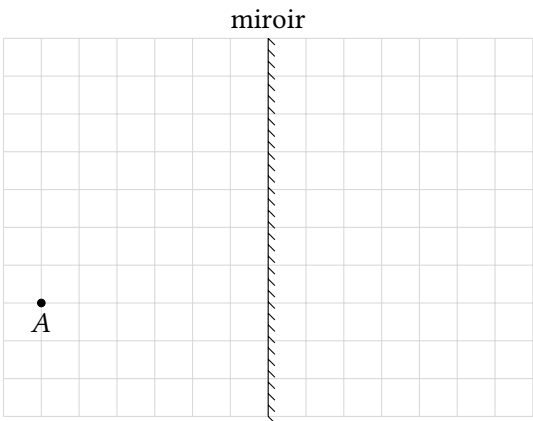
II - Quelques conséquences des lois de Snell-Descartes

II.A - Image par un miroir plan

Un miroir est un dispositif dont la surface est parfaitement réfléchissante, si bien qu'il n'y a aucun rayon réfracté.

Remarque culturelle : En pratique, un miroir « banal » réfléchit 99,9 % de l'énergie incidente, et les miroirs les plus élaborés peuvent réfléchir jusqu'à 99,999 % de l'énergie, mais sur une plage restreinte de longueurs d'ondes et d'angles d'incidence.

Construction graphique de l'image :



Méthode de construction :

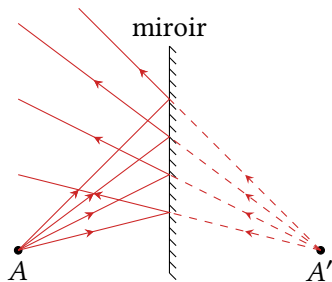
Espace 6

Position de l'image :



Espace 7

⇒ Généralisation :



Un miroir plan donne d'un point objet A une image A' symétrique de A par rapport au miroir.

Si A est réel, A' est virtuelle et réciproquement.

Tous les rayons issus de A passent par A' :
le miroir plan est parfaitement stigmatique.

Remarque : On peut écrire une relation de conjugaison pour le miroir plan, faisant intervenir le projeté orthogonal H du point A sur le miroir :

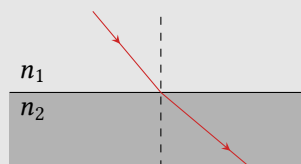
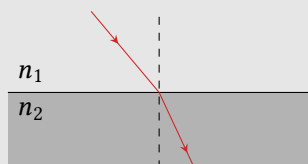
$$\overline{HA} + \overline{HA'} = 0.$$

On montre également que le grandissement d'un miroir plan est toujours égal à 1.

II.B - Position des rayons par rapport à la normale

Application 1 : Position des rayons par rapport à la normale

Indiquer dans les situations ci-dessous si $n_1 \geq n_2$.



⇒ Généralisation :



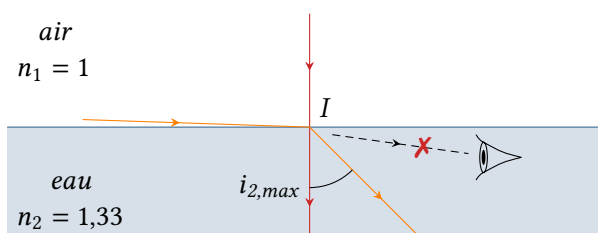
Le rayon est plus proche de la normale dans le milieu le plus réfringent.

II.C - Angle maximal de réfraction

Application 2 : Angle maximal de réfraction

Considérons un rayon lumineux issu d'un milieu d'indice n_1 incident sur un milieu plus réfringent, d'indice $n_2 > n_1$. En raisonnant sur un schéma, montrer que le rayon réfracté existe toujours mais qu'il existe une valeur maximale pour l'angle de réfraction. Déterminer cette valeur.

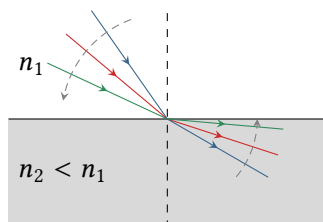
Illustration : Ceux qui ont l'habitude d'aller à la piscine ont certainement déjà constaté ce phénomène : lorsque vous vous placez les yeux dans l'eau à faible profondeur sous la surface et que vous regardez « au loin vers le haut », vous observez un « plafond d'eau » et vous ne pouvez pas voir ce qui se passe au dessus la surface, tous les rayons étant trop déviés pour qu'ils puissent atteindre votre œil. Sur la figure ??, aucun rayon issu de l'air et incident au point I ne peut parvenir à l'œil du nageur. S'il observe le point I, le nageur verra l'eau mais pas les rayons issus de l'extérieur de la piscine.



Attention sur le schéma : si l'observateur regarde vers le point I, ce n'est pas son œil qui émet des rayons lumineux dirigés vers I mais des rayons lumineux issus de I qui parviennent à son œil.

II.D - Réflexion totale

II.D.1 - Mise en évidence qualitative



Considérons cette fois un rayon lumineux incident sur un milieu *moins* réfringent, d'indice $n_2 < n_1$. Le rayon est donc plus éloigné de la normale dans le milieu ②. La figure ci-contre montre alors clairement que l'angle de réfraction devient rasant ($i_2 \rightarrow \pi/2$) pour une valeur limite $i_{1,\text{lim}}$ de l'angle d'incidence. Au delà, le rayon incident ne peut plus être réfracté : il ne pénètre pas dans le milieu ②, on parle de **réflexion totale**.

II.D.2 - Angle limite de réflexion totale

Cherchons une condition sur le paramètre i_1 pour que l'équation $n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$ d'inconnue i_2 admette une solution.

D

Espace 8

Lorsqu'un rayon atteint un milieu moins réfringent ($n_2 < n_1$), le rayon réfracté n'existe que si l'angle d'incidence est suffisamment faible.

Il y a **réflexion totale** si $i_1 > \arcsin \frac{n_2}{n_1}$.

R

Illustration : Ceux qui ont un aquarium peuvent observer ce phénomène quotidiennement. Lorsque vous regardez votre poisson préféré de loin, il semble se réfléchir sur le fond de l'aquarium exactement comme dans un miroir, voir figure 4 : les angles sont tels que la réflexion est totale, donc toute l'énergie lumineuse du rayon réfléchi aboutit dans votre œil. Au contraire, vous n'observez rien de tel lorsque vous regardez le poisson de plus près car l'énergie lumineuse est réfractée : vous pouvez éventuellement voir un reflet, mais il est beaucoup moins lumineux que le poisson lui-même.

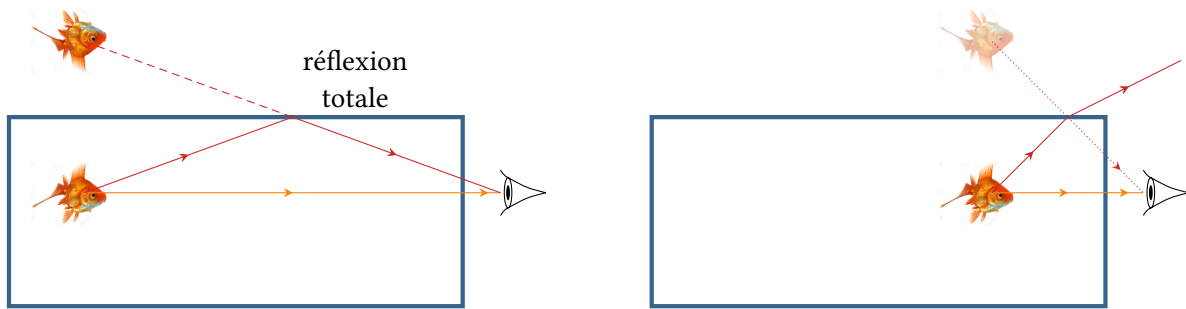


Figure 4 – Un poisson dans un aquarium. Pour simplifier, le schéma ne tient pas compte de la réfraction par le verre de l'aquarium, importante pour des calculs quantitatifs mais qui ne change rien qualitativement.

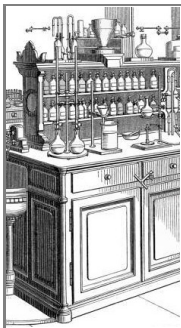
Retrouver rapidement l'angle limite : loi de la réfraction en limite de réflexion totale.

D

Espace 9

Remarque : Comme test de vraisemblance pour le sens du rapport dans l'arcsin, souvenez-vous que son argument doit nécessairement être inférieur à 1.

III - Fibre optique à saut d'indice



Un peu d'histoire : L'histoire de la fibre optique commence au XIX^e siècle, lorsque des chercheurs découvrent que la lumière peut être guidée par réflexion interne dans des fils de verre. En 1966, Charles Kao et George Hockham montrent que des fibres en silice très pure peuvent transmettre des signaux lumineux sur de longues distances, posant les bases des télécommunications modernes. Dans les années 1970, les premières fibres à saut d'indice sont développées, puis rapidement remplacées par les fibres à gradient d'indice, qui améliorent la qualité du signal et réduisent la dispersion intermodale. Aujourd'hui, les fibres optiques assurent la transmission rapide et fiable des données à l'échelle mondiale. Rien qu'en France, la longueur totale cumulée du réseau de fibre optique atteint plusieurs centaines de milliers de kilomètres.

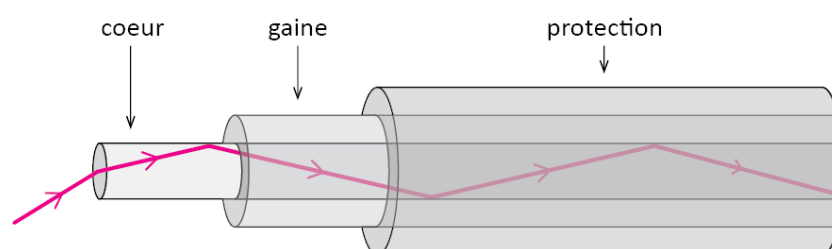
III.A - Principe de fonctionnement

R

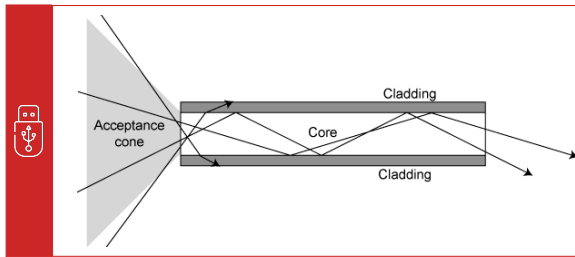
Une **fibre optique à saut d'indice** possède une structure en trois couches : un **cœur** d'indice $n_c \approx 1,47$, entouré d'une **gaine** d'indice $n_g \sim 1,45$ et d'une couche de protection opaque. Les rayons lumineux sont guidés dans la fibre par réflexions totales successives à l'interface entre le cœur et la gaine.

↪ conséquence :

Espace 10



III.B - Cône d'acceptance et ouverture numérique



On appelle **cône d'acceptance** d'une fibre optique le cône dans lequel doit se trouver un rayon entrant dans la fibre optique pour pouvoir être guidé.

Le cône d'acceptance est caractérisé par son **angle d'ouverture** $\theta_{\max}$ ou son **ouverture numérique** $ON = \sin \theta_{\max}$.

(R)

→ un rayon ne peut se propager dans la fibre que s'il l'atteint avec un angle $\theta < \theta_{\max}$.

Intérêt pratique : plus l'ouverture numérique est grande, plus il est « facile » d'envoyer un rayon dans la fibre, car cela demande moins de précision sur l'angle d'entrée.

Détermination de l'angle d'ouverture : raisonnons sans perdre en généralité sur un rayon qui entre dans la fibre exactement sur son axe. Pour les rayons entrant en un point hors de l'axe, les lieux de réflexion totale sont décalés, mais les conditions sur les angles sont inchangées.

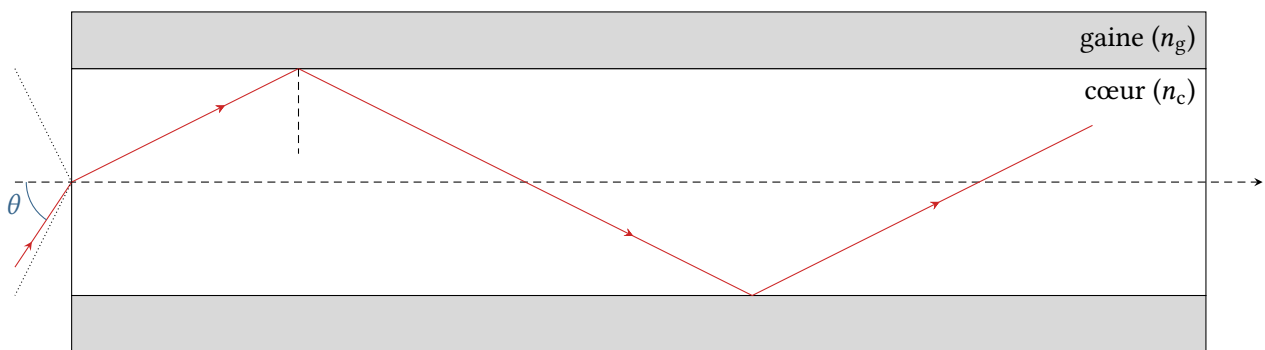


Figure 5 – Détermination de l'angle d'ouverture.

(D)

Un rayon est guidé par la fibre optique s'il l'atteint avec un angle θ tel que

$$\sin \theta \leq ON = \sqrt{n_c^2 - n_g^2} \quad \text{soit} \quad \theta \leq \theta_{\max} = \arcsin \sqrt{n_c^2 - n_g^2}$$

ce qui définit l'**ouverture numérique ON** de la fibre.

↪ l'ouverture numérique est d'autant plus élevée que les indices sont différents.

Ces expressions ne sont pas à connaître, en revanche il faut savoir refaire la démonstration qui y mène.

Remarque : L'ouverture numérique est parfois notée NA pour « numerical aperture ». En ordre de grandeur, pour une fibre à saut d'indice usuelle, l'angle d'ouverture de la fibre est compris entre 5° et 10° .

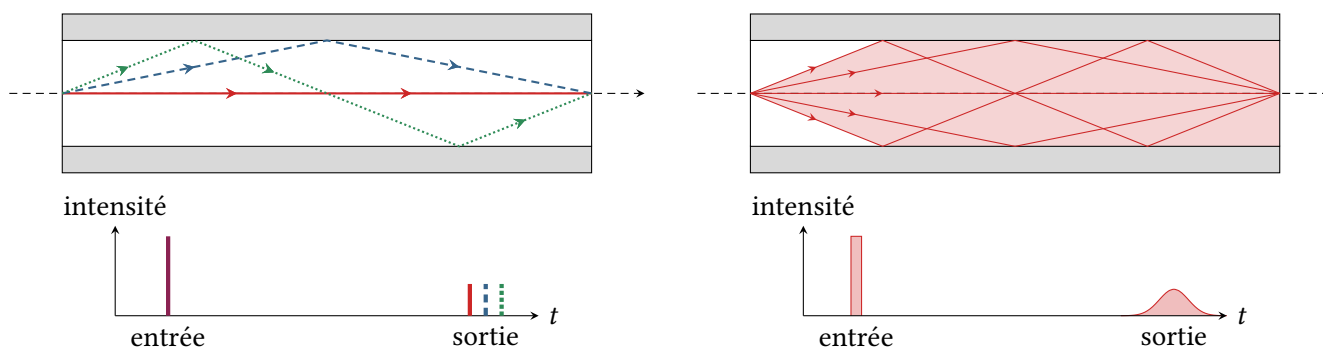
III.C - Dispersion intermodale

III.C.1 - Mise en évidence qualitative

Les **modes de propagation** d'une fibre optique correspondent aux différents rayons associés aux différentes inclinaisons permettant la propagation le long de la fibre. De par l'inclinaison, les différents modes parcourent des distances réelles différentes, et ont donc des temps de parcours différents entre l'entrée et la sortie de la fibre : ce phénomène est appelé **dispersion intermodale**.

Illustration :

- Imaginons pouvoir envoyer dans la fibre une impulsion lumineuse « parfaite », c'est-à-dire infiniment courte, portée par trois rayons isolés portant chacun un tiers de l'intensité totale. En raison de la dispersion intermodale, ces trois rayons ne vont pas sortir de la fibre au même instant, si bien que l'impulsion sera détriplée en sortie.
- De manière plus réaliste, une impulsion a une durée courte mais non nulle, et elle est portée par tous les rayons contenus dans le cône d'acceptance. La dispersion intermodale se traduit par un étalement temporel de l'impulsion en sortie et une baisse de l'intensité lumineuse maximale.



III.C.2 - Largeur temporelle d'une impulsion en sortie de fibre

Tous les rayons parcourent la fibre de longueur L à la même célérité c/n_c , la différence de temps de vol dans la fibre est due à une différence de longueur parcourue.

► Temps de vol du rayon sortant en premier :

► Temps de vol du rayon sortant en dernier :



Espace 12

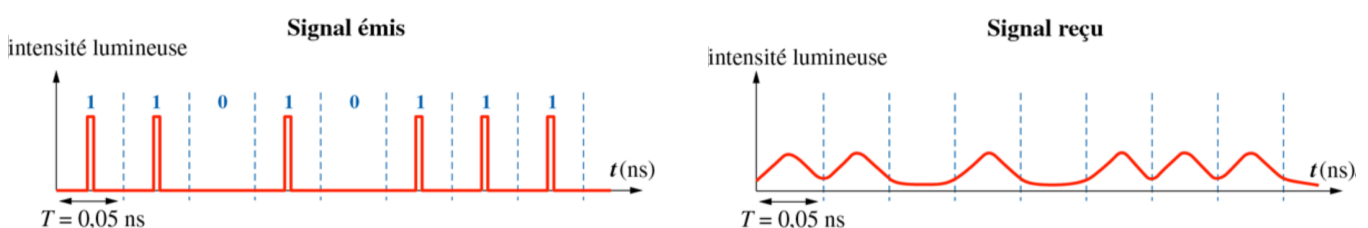
► Largeur temporelle de l'impulsion :

III.C.3 - Conséquence sur le débit d'information transmissible

L'information est transmise dans la fibre sous forme d'impulsions lumineuses émises périodiquement, dont la présence ou l'absence code un message binaire, voir figure 6.



On appelle **débit maximal** (en $\text{bit} \cdot \text{s}^{-1}$) d'une fibre optique la fréquence maximale d'émission des impulsions, égale à l'inverse de la période d'émission.



Source image : Sirius Terminale S programme 2012

Figure 6 – Transmission d'information dans une fibre optique.

La dispersion intermodale limite le débit d'information que peut transmettre la fibre : il faut que les impulsions restent discernables en sortie de fibre.

→ critère : une impulsion peut être considérée comme préservée en sortie de fibre si $\Delta t < T$.

D

Espace 13

Conclusion : le débit maximal transmissible par la fibre est d'autant plus élevé que les indices sont proches.

→ il y a donc un compromis à trouver entre débit et ouverture numérique.

| Ici aussi, l'expression n'est pas à retenir mais il faut savoir refaire la démonstration qui y mène.

Ordre de grandeur :

- Le débit maximal d'une fibre à saut d'indice « standard » est typiquement de l'ordre de $50 \text{ Mbit} \cdot \text{s}^{-1}$.
- En pratique, on utilise plutôt des fibres optiques à *gradient d'indice*, dont l'indice varie continûment entre le cœur et la gaine. Cela améliore les performances et permet d'atteindre un débit pouvant atteindre $1 \text{ Gbit} \cdot \text{s}^{-1}$ pour des longueurs de fibre de type réseau local.