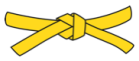
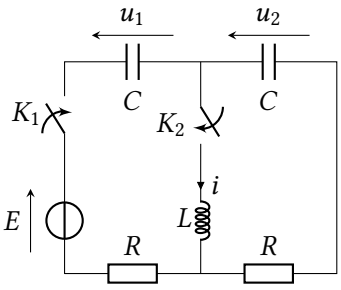
Oscillateurs amortis

*Travailler avec vos cours et TD ouverts est **chaudement recommandé** : un DM est un entraînement, pas une évaluation. Réfléchir ensemble est une bonne idée, mais le travail de rédaction doit être individuel. En cas de besoin, **n'hésitez pas à me poser des questions** lors des séances de soutien ou à la fin d'un cours.*

Ceinture		Travail à réaliser
	Ceinture blanche	Q2 à Q8, admettre Q1
	Ceinture jaune	Q2 à Q8, admettre Q1 éventuellement
	Ceinture rouge	En entier
	Ceinture noire	En entier

Flasher ou cliquer pour accéder au corrigé

Circuit d'ordre 3



Considérons le circuit ci-contre, constitué d'un générateur de fém E, deux résistances identiques $R = 200\,\Omega$, deux condensateurs identiques $C = 1{,}0\,\mu\text{F}$ et une bobine $L = 5{,}0\,\text{mH}$. Les deux interrupteurs sont initialement ouverts et les condensateurs déchargés.

Dans un premier temps, l'interrupteur K_1 est fermé en conservant K_2 ouvert, et on attend un temps suffisant pour atteindre le régime permanent.

1 - Montrer qu'à tout instant de cette première phase $u_1 = u_2$.

2 - Déterminer u_1 et u_2 une fois le régime permanent atteint.

L'interrupteur K_2 est ensuite fermé à un instant noté $t = 0$. L'interrupteur K_1 reste fermé.

3 - Déterminer u_1, u_2 et i à $t = 0^+$, c'est-à-dire juste après la fermeture de K_2.

4 - Établir deux équations différentielles portant simultanément sur u_1 et u_2 pour $t > 0$. Ces équations ne doivent pas faire apparaître d'autre inconnue que u_1 et u_2.

Ces deux équations sont dites **couplées** car u_1 et u_2 y apparaissent toutes les deux. Les résoudre est donc un peu plus compliqué que d'habitude, car il faut les découpler au préalable. Une méthode usuelle consiste à travailler par combinaison linéaire : posons $u = u_1 + u_2$ et $v = u_1 - u_2$.

5 - Montrer que u et v vérifient des équations différentielles découplées pouvant s'écrire

$$\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{\tau}u = \frac{E}{\tau} \qquad \text{et} \qquad \frac{\mathrm{d}^2v}{\mathrm{d}t^2} + \frac{\omega_0}{Q}\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} + {\omega_0}^2 v = {\omega_0}^2 E\,.$$

Déterminer τ, ω_0 et Q en fonction des composants.

6 - Résoudre l'équation différentielle portant sur u.

BY-NC-SA

© Étienne Thibierge, www.etienne-thibierge.fr

7 - Calculer la valeur numérique du facteur de qualité Q. Résoudre l'équation différentielle portant sur v.

8 - En déduire les expressions de u_1 et u_2. Représenter leur allure sur un même graphe.

9 - Procéder au bilan énergétique : calculer le travail électrique W_g fourni par le générateur et la variation d'énergie des condensateurs et de la bobine. En déduire l'énergie dissipée par effet Joule.

BY-NC-SA

© Étienne Thibierge, www.etienne-thibierge.fr