Préparation à l'oral

Thermodynamique

Bilans d'entropie

Exercice 1 : Surfusion

oral banque PT | 2 | 2 |

- *Tables thermodynamiques ;*
- *Changement d'état ;*
- *Bilan d'entropie.*

Une bouteille remplie de 500 mL d'eau liquide est refroidie très lentement jusqu'à $-6\,°C$ sans qu'elle ne gêle. Un léger coup est donné dans la bouteille, dont le contenu change d'état instantanément. On donne figure 1 des données thermodynamiques pour l'eau.

État solide :

T (°C)	h ($kJ \cdot kg^{-1}$)
-10	$-354{,}6$
-9	$-352{,}5$
-8	$-350{,}5$
-7	$-348{,}4$
-6	$-346{,}4$
-5	$-344{,}3$
-4	$-342{,}2$
-3	$-340{,}2$
-2	$-338{,}1$
-1	$-336{,}1$
0	$-334{,}0$

État liquide :

T (°C)	h ($kJ \cdot kg^{-1}$)
0	0
1	4,2
2	8,4
3	12,6
4	16,7
5	20,9
6	25,1
7	29,3
8	33,5
9	37,7
10	41,9

Figure 1 – Table thermodynamique pour l'eau.

1 - Estimer à partir des tables fournies l'enthalpie de fusion de l'eau sous 1 bar ainsi que les capacités thermiques massiques des phases solide et liquide.

2 - Quels sont, intuitivement, les états finaux possibles ?

3 - Par le calcul, lequel est-il ?

4 - Quelle est l'entropie créée lors de la transformation ?

Exercice 2 : Masse posée sur un piston

oral banque PT | 2 | 3

- *Bilan d'entropie ;*
- *Approche de la réversibilité.*

Considérons une enceinte hermétique, diatherme, fermée par un piston de masse négligeable pouvant coulisser sans frottement. Cette enceinte contient un gaz supposé parfait. Elle est placée dans l'air, à température T_0 et pression P_0.

1 - On place une masse m sur le piston. Déterminer les caractéristiques du gaz une fois l'équilibre thermique et mécanique atteint.

2 - Déterminer le transfert thermique échangé Q et l'entropie créée.

3 - On réalise la même expérience, mais en N étapes successives, par exemple en ajoutant du sable « grain à grain ». Déterminer l'entropie créée dans la limite $N \to \infty$.

Thermodynamique différentielle

Exercice 3 : Congélation d'une bouteille d'eau

oral banque PT | 2 | 2

- *Transitoire thermique ;*
- *Changement d'état ;*
- *Efficacité d'un congélateur.*

On place une bouteille de 1,5 L d'eau au congélateur. La température du congélateur est de $-18\,°C$, celle de la pièce dans laquelle il se trouve de $20\,°C$. On note $\mathcal{P} = 250\,\mathrm{W}$ la puissance électrique consommée par le congélateur.

Données :
- capacité thermique massique de l'eau solide et liquide : $c_\mathrm{s} = 2{,}1\,\mathrm{kJ\cdot K^{-1}\cdot kg^{-1}}$ et $c_\mathrm{l} = 4{,}2\,\mathrm{kJ\cdot K^{-1}\cdot kg^{-1}}$;
- chaleur latente de fusion : $\ell_\mathrm{fus} = 3{,}3\cdot 10^2\,\mathrm{kJ\cdot kg^{-1}}$.

1 - En supposant que le congélateur évolue à 70 % de son efficacité maximale, déterminer la puissance $\mathcal{P}_\mathrm{th}$ qu'il prélève à l'eau.

2 - Représenter la courbe de la température dans la bouteille au cours du temps.

3 - Déterminer la durée nécessaire pour que la température de l'eau dans la bouteille atteigne celle du congélateur.

Exercice 4 : Moteur avec pseudo-source

oral banque PT | 2 | 2

- *Transformations infinitésimale ;*
- *Moteur ditherme.*

On étudie un moteur ditherme réversible dont la source chaude est un réservoir contenant 1 kg d'eau liquide à température initiale 100 °C et la source froide l'atmosphère à température constante 20 °C. On suppose que la source chaude échange uniquement avec le moteur.

Donnée : capacité thermique de l'eau $c = 4{,}2\,\mathrm{kJ\cdot K^{-1}\cdot kg^{-1}}$.

1 - Donner le rendement d'un moteur ditherme réversible.

2 - Pendant un cycle infinitésimal, la température du réservoir varie de $\mathrm{d}T_\mathrm{c}$. Déterminer la chaleur δQ_c reçue par le moteur lors de ce cycle. Déterminer le travail fourni par le moteur lors du cycle infinitésimal.

3 - Quand et pourquoi le moteur s'arrêtera-t-il de fonctionner ? Calculer le travail total fourni par le moteur.

4 - Ce moteur sert à entraîner un treuil qui soulève une masse de 10 kg. De quelle hauteur la masse est-elle soulevée pendant la durée totale de fonctionnement du moteur ?

Exercice 5 : Expérience de Rüchart

oral banque PT | 3 | 2

- *Thermodynamique différentielle ;*
- *Lien entre thermodynamique et mécanique.*

Un flacon de volume V_0 contenant de l'air, modélisé comme un gaz parfait, est fermé par un tube de faible section S. On lâche dans le tube, sans vitesse initiale, une bille de masse m de même diamètre que le tube. À l'intérieur du flacon, on dispose un capteur de pression qui délivre une tension proportionnelle à la pression. L'évolution de la tension au cours du temps est reproduite figure 2.

1 - Expliquer l'allure de la courbe. Justifier que les frottements sont faibles. Calculer le coefficient d'étalonnage du capteur.

2 - Justifier que la pression tend vers une valeur finale d'équilibre. La retrouver par le calcul.

3 - Calculer le temps caractéristique de la diffusion thermique au travers des parois du flacon. Conclure : justifier que l'on peut considérer l'évolution du gaz comme isentropique.

4 - Montrer que $P - P_\text{éq}$ varie linéairement en fonction de la position z de la bille dans le tube. Exprimer le coefficient de linéarité en fonction de $P_\text{éq}$, V_0, γ et S.

5 - Établir l'équation différentielle vérifiée par z et ensuite celle vérifiée par P.

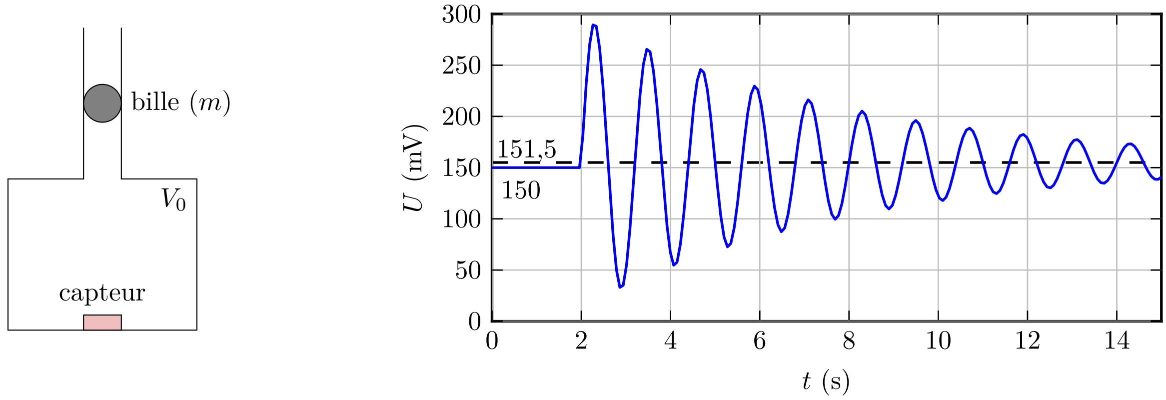


Figure 2 – Expérience de Rüchardt.

6 - Quelles sont les solutions possibles pour P ? Conclure : en déduire la valeur de γ.

Données :

- ▷ Volume du flacon $V_0 = 10\,\mathrm{L}$;
- ▷ Section du tube $S = 2\,\mathrm{cm}^2$;
- ▷ Épaisseur du flacon $e = 15\,\mathrm{mm}$;
- ▷ Masse de la bille $m = 20\,\mathrm{g}$;
- ▷ Coefficient de diffusion thermique dans le verre : $D = 5 \cdot 10^{-7}\,\mathrm{m}^2 \cdot \mathrm{s}^{-1}$.

Conduction thermique

Le nouveau programme indique très explicitement que l'étude de la conduction thermique est limité au cas d'une dimension cartésienne. Cependant, j'avoue que je ne comprends pas bien cette restriction et il n'est pas évident que le concours la suivra à la lettre, car les géométries cylindrique et sphérique sont au programme d'électromagnétisme. Ainsi, je fais le choix de laisser des exercices dans toutes les géométries, avec néanmoins la précision qu'ils ne sont plus conformes au programme.

Exercice 6 : Conduction thermique dans une barre 2 | 2

- ▷ *Bilan mésoscopique ;*
- ▷ *Bilan d'entropie.*

On considère une barre cylindrique d'axe (Ox), de rayon R et longueur L, dont les faces latérales sont parfaitement calorifugées. La barre est faite d'un matériau de conductivité thermique λ. Ses deux extrémités sont en contact thermique parfait avec deux thermostats de températures respectives T_1 et T_2. On se place en régime permanent.

1 - Rappeler la loi de Fourier et la simplifier compte tenu des hypothèses du problème. Définir (mathématiquement et physiquement) le flux thermique au travers d'une section droite du cylindre, rappeler son unité, et donner son expression dans la situation étudiée.

2 - En raisonnant sur une tranche mésoscopique d'épaisseur $\mathrm{d}x$, montrer que la température dans la barre vérifie

$$\frac{\mathrm{d}^2 T}{\mathrm{d}x^2} = 0\,.$$

3 - En déduire le profil de température dans la barre et le représenter.

4 - Exprimer l'entropie échangée par la barre avec les deux thermostats pendant une durée infinitésimale $\mathrm{d}t$. En déduire l'entropie créée au sein de la barre par unité de temps.

Exercice 7 : Four industriel
oral banque PT | 2 | 2

- *Transitoire thermique ;*
- *Équation de la chaleur ;*
- *Temps caractéristique de diffusion.*

Cet exercice s'intéresse au chauffage d'une pièce dans un four industriel. La pièce est cubique de côté a, faite d'un matériau de capacité thermique massique c_p, de conductivité thermique λ et de masse volumique ρ. La pièce est posée sur un tapis roulant de longueur L reliant les deux extrémités du four avançant à vitesse constante V_0. La température de l'air à l'intérieur du four est uniformément égale à T_a. Dans le four, la pièce reçoit un flux surfacique $P_\mathrm{s} = h(T_\mathrm{a} - T)$ avec h une constante positive. L'objectif est de déterminer la vitesse V_0 du tapis pour que la pièce atteigne la température de consigne T_c.

1 - On suppose que la température de la pièce est uniforme. Déterminer $T(t)$.

2 - En déduire le temps nécessaire pour atteindre la température de consigne puis la vitesse V_0 en fonction de a.

3 - Établir l'équation de la chaleur à une dimension. En déduire un temps caractéristique de diffusion.

4 - En déduire une condition sur a impliquant λ, h et les températures pour que la température dans la pièce soit uniforme en sortie du four.

Exercice 8 : Température d'une maison
inspiré oral banque PT | 2 | 2 |

- *Association de résistances thermiques ;*
- *Transitoire thermique.*

> *Les deux candidats indiquent dans leur retour que l'énoncé comptait de très nombreuses données numériques, ce qui le rend difficile à reproduire fidèlement.*

On s'intéresse à l'isolation d'une maison, modélisée par une unique pièce, délimitée par quatre murs de surface $S = 100\,\mathrm{m}^2$ et un toit de même surface S. La maison est chauffée par un dispositif lui apportant une puissance $\mathcal{P}_0 = 2\,\mathrm{kW}$ en fonctionnement « tout ou rien ».

1 - On considère un matériau de conductivité thermique λ. Par une analogie à préciser, définir la résistance thermique. Établir celle d'une paroi plane faite avec ce matériau. En déduire l'expression de la conductance thermique surfacique de la paroi.

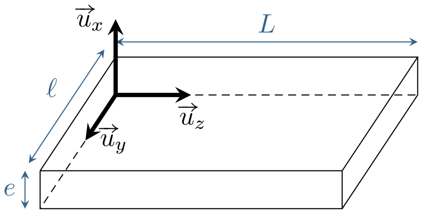
2 - Supposons la maison inhabitée depuis longtemps, initialement à la température extérieure $T_\mathrm{e} = 10\,°\mathrm{C}$. Établir l'équation différentielle vérifiée par la température une fois le chauffage allumé. Au bout de combien de temps la température confort $T_\mathrm{c} = 20\,°\mathrm{C}$ est-elle atteinte ?

3 - En plein hiver, $T_\mathrm{e} = 0\,°\mathrm{C}$ le toit de la maison est recouvert d'une couche de neige épaisse de $10\,\mathrm{cm}$, et la température maintenue à T_c. Pendant quelle fraction du temps le chauffage doit-il être actif ?

Données :
- capacité calorifique totale de la maison : $C = 2 \cdot 10^6\,\mathrm{J} \cdot \mathrm{K}^{-1}$;
- conductance thermique surfacique des murs et fenêtres : $U = 1\,\mathrm{W} \cdot \mathrm{K}^{-1} \cdot \mathrm{m}^{-2}$;
- conductance thermique surfacique de la toiture : $U' = 0{,}1\,\mathrm{W} \cdot \mathrm{K}^{-1} \cdot \mathrm{m}^{-2}$;
- conductivité thermique de la neige : $0{,}4\,\mathrm{W} \cdot \mathrm{m}^{-1} \cdot \mathrm{K}^{-1}$.

Exercice 9 : Profil de température dans une plaque conductrice
oral banque PT | 3 | 2

- *Bilan mésoscopique ;*
- *Effet Joule ;*
- *Transfert thermique conducto-convectif.*



On étudie une plaque d'épaisseur e très inférieure à sa longueur L et sa largeur ℓ. Elle est faite dans un métal de conductivité électrique σ et de conductivité thermique λ. Un courant de densité uniforme $\vec{j} = J_0 \vec{u}_z$ parcourt la plaque.

1 - Quelle est l'intensité du courant qui traverse la plaque ? Quelle puissance volumique est transmise à la plaque ?

On modélise les transferts thermiques avec l'air par la loi de Newton : en valeur absolue, la plaque échange avec l'air une puissance surfacique

$$P_{\mathrm{N}} = h\,|T_0 - T_{\mathrm{air}}| \,,$$

avec T_0 la température de surface de la plaque.

2 - Déterminer T_0 en régime stationnaire.

3 - Montrer que la température vérifie l'équation

$$\frac{\mathrm{d}^2 T}{\mathrm{d}x^2} = -\frac{{J_0}^2}{\lambda\sigma}\,.$$

La résolution de cette équation, non demandée, donne une loi de température

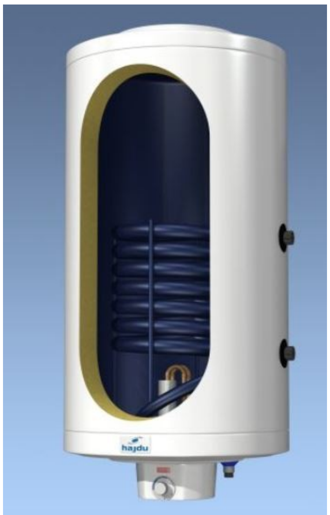
$$T(x) = \frac{{J_0}^2}{\lambda\sigma}x(e-x) + \frac{{J_0}^2 e}{2h\sigma} + T_{\mathrm{air}}\,.$$

4 - Commenter qualitativement l'expression. Représenter le profil de température pour x allant de $-e$ à $2e$.

5 - Exprimer la puissance thermique qui traverse une section de normale $\vec{u}_x$.

Exercice 10 : Ballon d'eau chaude — inspiré oral banque PT | 2 | 2

▷ *Association de résistances thermiques ;*
▷ *Coordonnées cylindriques.*



Contrairement aux chauffes-eau instantanés qui produisent de l'eau chaude sanitaire à la demande, un ballon d'eau chaude va stocker une grande quantité d'eau qui va être chauffée par anticipation sur une période prédéfinie, souvent la nuit par effet Joule (chauffe-eau électrique) ou aux heures chaudes de la journée par une pompe à chaleur (chauffe-eau thermodynamique). Pour que l'eau reste chaude dans la durée, le ballon se doit d'être isolé thermiquement, ce qu'étudie cet exercice.

On considère un ballon familial de 300 L contenant de l'eau chaude sanitaire à 50 °C, se trouvant dans un garage à 10 °C. Le ballon est un cylindre creux en acier d'épaisseur $e = 30\,\mathrm{mm}$, de hauteur $h = 1{,}5\,\mathrm{m}$ et de rayon intérieur $a = 25\,\mathrm{cm}$ dont les parois planes sont supposées parfaitement calorifugées pour simplifier l'étude.

On admet qu'en régime permanent le flux thermique sortant d'un cylindre de rayon r ($a < r < a + e$) ne dépend pas de r.

1 - Déterminer le profil de température dans le ballon.

2 - Par une analogie à préciser, en déduire la résistance thermique du ballon. La calculer numériquement.

3 - Déterminer la puissance thermique perdue au travers du ballon, et la durée nécessaire pour que la température de l'eau diminue de 5 °C. Commenter.

Pour remédier au problème, une isolation supplémentaire est nécessaire : la cuve d'acier est entourée d'une couche de polyuréthane d'épaisseur $e' = 30\,\mathrm{mm}$.

4 - Calculer la nouvelle résistance thermique, et la durée d'un refroidissement de 5 °C pour un ballon isolé.

Données :

▷ conductivités thermiques :
  → Acier : $\lambda = 50\,\mathrm{W\cdot m^{-1}\cdot K^{-1}}$;
  → Polyuréthane : $\lambda' = 0{,}022\,\mathrm{W\cdot m^{-1}\cdot K^{-1}}$.
▷ capacité thermique de l'eau : $c = 4{,}2\cdot 10^3\,\mathrm{J\cdot K^{-1}\cdot kg^{-1}}$.

Exercice 11 : Effet de cave

exemple officiel banque PT | 💡 2 | ✂ 3

▷ *Régime sinusoïdal forcé ;*
▷ *Analogie électromagnétique.*

Une cave a été creusée en sous-sol d'une vieille propriété du XIX^e s, dans la vallée de la Loire. Une couche de tuffeau la sépare de la surface terrestre. Cette cave permettait historiquement de conserver les aliments et boissons à l'abri du gel.

Le tuffeau est une pierre tendre dont la masse volumique vaut 1.31 kg/L, sa conductivité thermique 0.41 W/m/K et sa capacité thermique massique est de 1.0 kJ/kg/K.

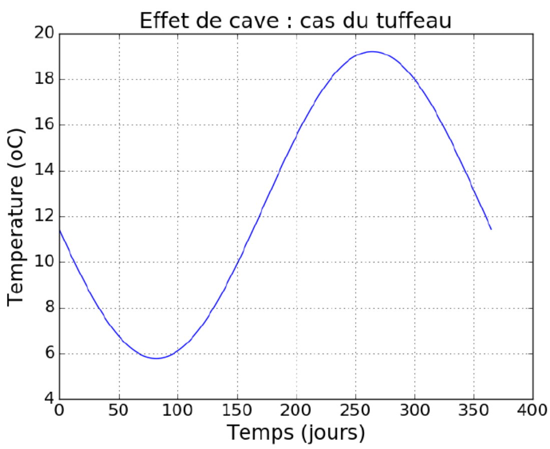
On suppose que la température en surface varie entre -15 ° C au premier janvier ($t = 0$) et 40 ° C au premier juillet sinusoïdalement.

1. Déterminer l'équation différentielle dite de la *chaleur* pour le champ de température $T(x, t)$, $x > 0$ repérant un point dans le sol pris sur un axe descendant. On fera apparaître la diffusivité du tuffeau et on effectuera l'application numérique.
2. Proposer une expression pour $T(x = 0, t)$.
3. En régime forcé, on pose :

$$T(x,t) = T_0 + u(x,t) \ ; \ \underline{u}(x,t) = \underline{f}(x)e^{i\omega t}$$

Déterminer l'expression de $u(x, t)$ et par suite de $T(x, t)$, compte tenu des conditions aux limites. On fera apparaître le paramètre $\delta = \sqrt{\frac{2\lambda}{\rho c \omega}}$ dont on calculera la valeur.

4. On fournit ci-dessous un relevé de la température dans la cave. Déterminer de deux façons différentes l'épaisseur du sol en tuffeau.



5. Quel phénomène similaire rencontre-t-on dans un autre domaine de la physique ? Expliquer pourquoi certaines caves à Champagne sont enterrées à plusieurs dizaines de mètres.

Thermodynamique industrielle

Exercice 12 : Cycle de Rankine d'une centrale à vapeur

oral banque PT | 2 | 2

▷ *Cycle moteur ;*
▷ *Exploitation d'une table thermodynamique ;*
▷ *Tracé qualitatif d'un diagramme de Mollier.*

L'eau d'une centrale à vapeur suit le cycle modèle schématisé figure 3 :

▷ Chauffage isobare dans le bouilleur jusqu'à l'état de vapeur saturante ;
▷ Détente adiabatique réversible dans la turbine ;
▷ Condensation totale jusqu'à l'état de liquide saturant ;
▷ Compression adiabatique réversible dans la pompe.

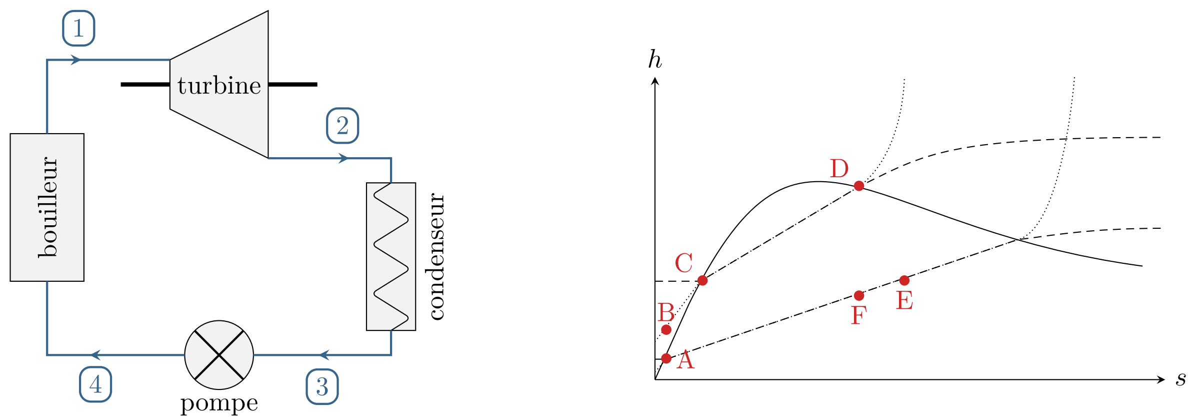


Figure 3 – Cycle d'une centrale à vapeur.

	$p_1 = 65\,\text{bar}$	$p_2 = 0{,}05\,\text{bar}$
Température de saturation (°C)	281	33
Enthalpie du liquide saturant ($\text{kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$)	1242	138
Enthalpie de la vapeur saturante ($\text{kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$)	2778	2561
Entropie du liquide saturant ($\text{J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$)	3077	476
Entropie de la vapeur saturante ($\text{J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$)	5849	8392

Figure 4 – Table thermodynamique pour l'eau.

1 - Faire correspondre les différents points du cycle (1 à 4) et ceux représentés sur le diagramme de Mollier (A à F). Identifier les deux isobares p_1 et p_2.

2 - En utilisant la table thermodynamique donnée figure 4, déterminer les fonctions thermodynamiques et le titre en vapeur dans l'état 2.

3 - Montrer que si l'on néglige la variation de température lors de l'étape 3-4 alors cette étape est isenthalpique. Montrer que le travail indiqué est nul.

4 - Calculer le rendement du cycle.

Exercice 13 : Cycle de Hirn

exemple officiel banque PT | 2 | 2 |

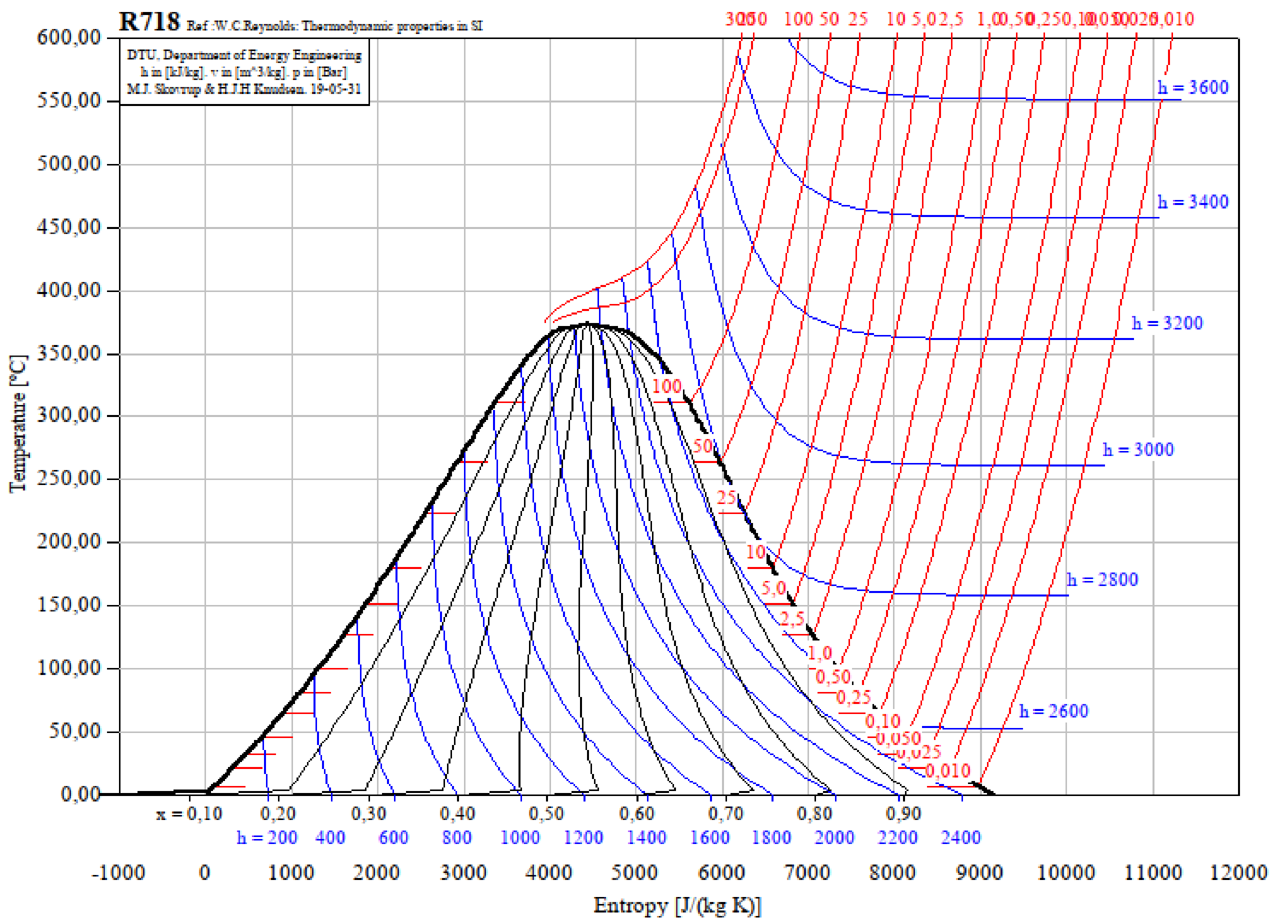
- ▷ *Cycle moteur ;*
- ▷ *Exploitation d'un diagramme entropique.*

En sortie d'une chaudière de centrale thermique (point A du diagramme (T, s) à compléter en annexe), on fait traverser la vapeur d'eau saturante seule dans un surchauffeur isobare permettant de produire de la vapeur sèche avec un débit massique de 85 kg/s à 100 bar et 550° C (B). Cette vapeur est ensuite détendue dans une turbine adiabatique idéale jusqu'à la pression atmosphérique (C).

1. Placer les points A, B et C sur le diagramme.
2. Rappeler et démontrer le premier principe industriel.
3. Calculer la puissance mécanique fournie par la turbine.
4. On mesure en réalité une fraction massique de vapeur en sortie de 0.95 (C'). En déduire le taux d'entropie créée par unité de temps dans la vapeur et la puissance mécanique extraite. A quoi est due cette entropie créée ? Quel est le *rendement isentropique* défini comme le rapport entre les puissances mécaniques extraites réelle et idéale ?

Historiquement, la vapeur était ensuite directement libérée dans l'atmosphère, créant d'impressionnants panaches de fumée blanche. Aujourd'hui, on récupère une puissance thermique en condensant le fluide en sortie du condenseur réel (C') dans un condenseur isobare (D) refroidi par le fluide extérieur que l'on souhaite chauffer, composant par exemple un circuit de chauffage.

5. Quel est le débit volumique en sortie du condenseur ? Calculer la puissance thermique ainsi générée. Déterminer le coefficient de cogénération, rapport de la puissance mécanique et de la puissance thermique récupérées.



Exercice 14 : Échangeur à contre-courant — 3 | 2

▷ *Système ouvert mésoscopique ;*
▷ *Échange conducto-convectif.*

Cet exercice s'intéresse au dimensionnement d'un échangeur double flux à contre-courant, modélisant par exemple ceux des réseaux de chaleur urbains. Dans un tel échangeur, deux fluides chaud et froid de débits respectifs D_C et D_F s'écoulent en sens opposés et échangent de l'énergie. On note c la capacité thermique massique des deux fluides, supposés identiques.

On adopte un modèle purement unidimensionnel, l'échange se faisant par l'intermédiaire d'une plaque rectangulaire de largeur a et de longueur $L \gg a$. Les températures des deux fluides sont supposées ne dépendre que de x, à l'exclusion de toute dépendance selon la largeur et la hauteur.

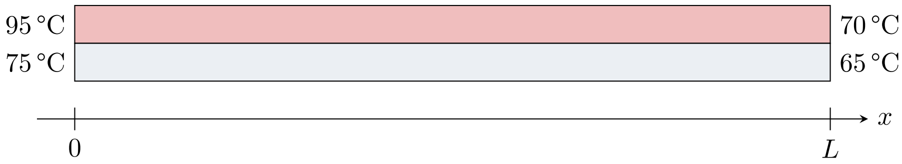


Figure 5 – Schéma de principe de l'échangeur à contre-courant.

On note respectivement $T_\mathrm{C}(x)$ et $T_\mathrm{F}(x)$ les températures des fluides chauds et froids à l'abscisse x, et on pose $\Delta T(x) = T_\mathrm{C}(x) - T_\mathrm{F}(x)$. Le flux thermique surfacique $\varphi(x)$ reçu par le fluide froid, en $\mathrm{W \cdot m^{-2}}$, est donné par la loi de Newton, $\varphi(x) = h\,\Delta T(x)$, avec h un coefficient d'échange constant.

1 - Par étude des températures limites, identifier sur la figure 5 le fluide chaud, le fluide froid, et leur sens d'écoulement.

2 - Expliquer l'intérêt d'un échangeur à contre-courant par rapport à un échangeur à co-courant, dans lequel les deux écoulements sont dans le même sens.

3 - Déterminer la puissance thermique totale échangée entre les deux fluides en fonction des températures d'entrée et de sortie.

4 - Par application du premier principe à un système élémentaire, montrer que les températures des fluides vérifient les équations couplées

$$\frac{\mathrm{d}T_\mathrm{C}}{\mathrm{d}x} = -\frac{ha}{cD_\mathrm{C}}\,\Delta T(x) \qquad \text{et} \qquad \frac{\mathrm{d}T_\mathrm{F}}{\mathrm{d}x} = -\frac{ha}{cD_\mathrm{F}}\Delta T(x)$$

5 - En déduire l'équation différentielle vérifiée par $\Delta T(x)$ et la résoudre.

6 - Les températures d'entrée et de sortie ainsi que le débit D_F étant imposées dans le cahier des charges de l'installation, exprimer D_C.